

# 经济数学基础 导学

李林曙 张旭红 周永胜 等编

经济管理出版社

# 经济数学基础 导学

李朝晖 王淑娟 张瑞娟 编

经济数学基础教材



# 经济数学基础导学

李林曙 张旭红 周永胜 等编

(1)

中央财经大学图书馆藏书

书号

446804

分类号

F-224.0/9

经济管理出版社

**责任编辑** 卢小生

**责任校对** 郭红生

## **经济数学基础导学**

**李林曙 张旭红 周永胜 等编**

---

**出版:**经济管理出版社

(北京市新街口六条红园胡同 8 号 邮编:100035)

**发行:**经济管理出版社总发行 全国各地新华书店经销

**印刷:**地质印刷厂

---

787×1092 毫米 1/32 12 印张 265 千字

1996 年 8 月第 1 版 1996 年 8 月北京第 1 次印刷

印数:1—31000 册

---

ISBN 7-80118-257-X/F · 250

定价:16.00 元

---

**· 版权所有 翻印必究 ·**

(凡购本社图书,如有印装错误,由本社发行部负责调换。

地址:北京阜外月坛北小街 2 号 邮编:100836)

# 前 言

本书是专门为广大学习“经济数学”的学员(尤其是电大注册视听生)精心设计编写的。

“经济数学”是经济类各专业一门必修的基础课,它内容多、学时少、逻辑性强、计算量大,而且需要以大量的初等数学知识为基础,这给学员(尤其是业余学习的学员)带来了不少困难。归纳起来,主要有以下几种情形:

1. 知道需要补习一些初等数学知识,却又不知道到底哪些是必须要补的,而系统、全面补习初等数学知识又是时间所不允许的(也是没有必要的),致使初等数学知识的薄弱成为学员学习“经济数学”的拦路虎。

2. 觉得“经济数学”的内容多、难度大,但又抓不住重点,也不清楚如何把握重点、消化难点的学习方法。

3. 对“经济数学”中的各种题型感到陌生,不知如何下手,对常见的解题方法和技巧不甚了解,以致对考试产生恐惧心理,影响考试成绩。

为了帮助学员尽快克服上述困难,《经济数学基础导学》一书有针对性地设计了如下内容:

## 第一部分:经济数学中的初等数学

1. 经济数学中必备的初等数学补习。这部分内容是将学习经济数学中必然会碰到的初等数学知识归纳出来进行复习,经济数学中未涉及到的初等数学知识则不列入,以节省学

员们的宝贵时间。

2. 一些有效的快速记忆方法。为方便学员尽快补习好初等数学的必备内容,集中精力尽早投入到经济数学的学习中去,本书对有关初等数学内容提供了一些有效快捷的记忆方法和诀窍,供大家参考。

3. 必备内容在经济数学中的应用。这部分内容是告诉大家为什么说这些补习的初等数学内容是必备的,并通过这些初等数学知识在经济数学中的具体应用举例,说明如何运用补习知识去解决经济数学中的问题,从而尽早搬掉初等数学这一学习经济数学的“拦路虎”。

## **第二部分:经济数学重难点提示及学习方法引荐**

1. 经济数学重点和难点提示。指出经济数学各部分的重点和难点内容所在,并着重提示重要结论和计算方法,同时说明重点和难点的区别(有些难点并非重点)。

2. 经济数学学习方法引荐。向学员介绍一些重要的学习方法,尤其是如何从理解基本概念出发,抓住重点,掌握一些主要的计算方法,举一反三,化难为易的学习方法。

3. 重点内容典型例题分析。通过对大量有关重点内容及典型例题的详细分析,使学生能尽快把握住经济数学的重点,掌握经济数学的主要解题方法。

## **第三部分:各种题型介绍及试题详解**

1. 经济数学各种题型介绍。为使学员熟悉经济数学的各种题型和解题思路及技巧,对经济数学各部分内容可能涉及到的各种题型作了介绍。

2. 多种往届“经济数学”试题详解。主要对近年电大、电大注册视听生、成人自学考试等全国统一考试“经济数学”试题作了详细讲解。重点在题型涉及知识的提示和出题者意图

的分析以及解题思路和答题技巧的介绍上。以使大家消除考试的陌生感和恐惧感,在考试中考出自己应有的水平来。

参加本书编写的人员有李林曙(第一部分十一至十五,第二部分第七、八、九章,第三部分Ⅱ)、张旭红(第一部分七至十,第二部分第一、二、三章,第三部分Ⅲ)、周永胜和宋忠菊(第一部分一至六,第二部分第四、五、六章,第三部分Ⅰ),全书由李林曙统稿。

希望本书对正在学习“经济数学”课程的电大学员(尤其是“注册视听生”)有所帮助,对其他成人高校(如业余大学、函授大学)及成人自学考试学员有参考价值。

对书中的谬误及不当之处,恳请读者指正。

编 者

1996 年 6 月

# 目 录

## 第一部分 经济数学中的初等数学

|                           |      |
|---------------------------|------|
| 一、实数 .....                | (1)  |
| (一)自然数 .....              | (1)  |
| (二)整数 .....               | (1)  |
| (三)分数 .....               | (1)  |
| (四)有理数 .....              | (2)  |
| (五)有理数在经济数学中的应用 .....     | (4)  |
| (六)数轴 .....               | (5)  |
| (七)相反的数 .....             | (6)  |
| (八)倒数 .....               | (6)  |
| (九)绝对值 .....              | (6)  |
| (十)区间 .....               | (7)  |
| (十一)区间和绝对值在经济数学中的应用 ..... | (9)  |
| (十二)方根 .....              | (12) |
| (十三)无理数 .....             | (12) |
| (十四)实数 .....              | (12) |
| (十五)实数在经济数学中的应用 .....     | (13) |
| 二、整式 .....                | (14) |
| (一)一般概念 .....             | (14) |
| (二)整式的运算法则 .....          | (14) |
| (三)整式在经济数学中的应用 .....      | (16) |



|                          |      |
|--------------------------|------|
| <b>三、乘法公式及因式分解</b> ..... | (22) |
| (一)乘法公式 .....            | (22) |
| (二)因式分解 .....            | (23) |
| (三)因式分解在经济数学中的应用 .....   | (26) |
| <b>四、分式</b> .....        | (30) |
| (一)有理式 .....             | (30) |
| (二)分式 .....              | (30) |
| (三)分式的性质 .....           | (30) |
| (四)分式的运算 .....           | (30) |
| (五)分式在经济数学中的应用 .....     | (31) |
| <b>五、根式</b> .....        | (37) |
| (一)一般概念 .....            | (37) |
| (二)根式的运算 .....           | (38) |
| (三)根式在经济数学中的应用 .....     | (40) |
| <b>六、指数和对数</b> .....     | (46) |
| (一)指数 .....              | (46) |
| (二)对数 .....              | (46) |
| (三)指数、对数在经济数学中的应用.....   | (47) |
| <b>七、一元方程</b> .....      | (51) |
| (一)基本概念 .....            | (51) |
| (二)基本性质 .....            | (52) |
| (三)一元二次方程的形式及解法 .....    | (53) |
| (四)一元方程在经济数学中的应用 .....   | (60) |
| <b>八、直角坐标系</b> .....     | (64) |
| (一)基本概念 .....            | (64) |
| (二)曲线和方程 .....           | (65) |
| (三)直线 .....              | (65) |

|                                       |       |
|---------------------------------------|-------|
| (四)二次曲线 .....                         | (68)  |
| (五)直角坐标系在经济数学中的应用 .....               | (68)  |
| <b>九、函数</b> .....                     | (71)  |
| (一)基本概念 .....                         | (71)  |
| (二)函数 $f(x)$ 几种性质的判别方法 .....          | (73)  |
| (三)函数的图像及其性质 .....                    | (74)  |
| (四)函数在经济数学中的应用 .....                  | (79)  |
| <b>十、不等式</b> .....                    | (82)  |
| (一)不等式的概念 .....                       | (82)  |
| (二)不等式的性质 .....                       | (83)  |
| (三)一元一次不等式 .....                      | (84)  |
| (四)含有绝对值的不等式 .....                    | (87)  |
| (五)一元二次不等式 .....                      | (88)  |
| (六)不等式在经济数学中的应用 .....                 | (92)  |
| <b>十一、三角函数图像和性质</b> .....             | (96)  |
| (一)任意角的三角函数 .....                     | (96)  |
| (二)任意角三角函数在经济数学中的应用 .....             | (105) |
| (三)三角函数图像和性质 .....                    | (112) |
| (四)三角函数在经济数学中的应用 .....                | (115) |
| <b>十二、两角和与差的三角函数</b> .....            | (118) |
| (一)和角、差角、倍角、半角的三角函数与和、<br>积互化公式 ..... | (118) |
| (二)两角和与差的三角函数在经济数学中的应用<br>.....       | (125) |
| <b>十三、反三角函数</b> .....                 | (134) |
| (一)反三角函数的图像和性质 .....                  | (134) |
| (二)反三角函数的两组等式 .....                   | (135) |

|                          |       |
|--------------------------|-------|
| (三)反三角函数在经济数学中的应用·····   | (138) |
| <b>十四、二元一次方程组</b> ·····  | (145) |
| (一)基本概念·····             | (145) |
| (二)二元一次方程组的解法(消元法)·····  | (145) |
| (三)三元一次方程组·····          | (147) |
| (四)三元一次方程组在经济数学中的应用····· | (148) |
| <b>十五、行列式</b> ·····      | (157) |
| (一)行列式的定义·····           | (157) |
| (二)行列式的计算·····           | (157) |
| (三)行列式的性质·····           | (159) |
| (四)克莱姆法则·····            | (161) |
| (五)行列式在经济数学中的应用·····     | (163) |

## 第二部分 重点、难点提示及 学习方法引荐

|                        |       |
|------------------------|-------|
| <b>第一章 函数</b> ·····    | (172) |
| 一、函数概念 ·····           | (172) |
| 二、建立函数关系式 ·····        | (173) |
| 三、基本初等函数与初等函数 ·····    | (174) |
| <b>第二章 极限与连续</b> ····· | (182) |
| 一、极限的计算方法 ·····        | (182) |
| 二、两个重要极限 ·····         | (182) |
| <b>第三章 导数与微分</b> ····· | (196) |
| 一、求导数的一般方法 ·····       | (196) |
| 二、导数概念 ·····           | (196) |
| 三、导数的基本公式 ·····        | (198) |
| 四、复合函数求导法则 ·····       | (198) |

|                                  |       |
|----------------------------------|-------|
| 五、微分 .....                       | (199) |
| 六、边际分析及弹性 .....                  | (199) |
| <b>第四章 导数的应用</b> .....           | (210) |
| 一、罗必达法则 .....                    | (210) |
| 二、函数的单调性及单调区间 .....              | (215) |
| 三、函数极值的必要条件与充分条件、函数<br>的极值 ..... | (217) |
| 四、闭区间上连续函数的最大值与最小值 .....         | (220) |
| 五、极值在经济分析中的应用 .....              | (221) |
| 六、其他概念 .....                     | (224) |
| <b>第五章 不定积分</b> .....            | (227) |
| 一、原函数与不定积分的概念 .....              | (227) |
| 二、不定积分的性质 .....                  | (227) |
| 三、不定积分基本公式 .....                 | (229) |
| 四、第一换元积分法(凑微分法) .....            | (231) |
| 五、分部积分法 .....                    | (235) |
| 六、不定积分在经济分析中的应用 .....            | (239) |
| <b>第六章 定积分</b> .....             | (242) |
| 一、原函数存在定理 .....                  | (242) |
| 二、微积分基本定理(牛顿—莱布尼兹公式) .....       | (243) |
| 三、换元积分法 .....                    | (245) |
| 四、分部积分法 .....                    | (248) |
| 五、无穷积分 .....                     | (250) |
| 六、定积分在经济分析中的应用 .....             | (251) |
| 七、微分方程 .....                     | (253) |
| 八、其他有关概念 .....                   | (255) |
| <b>第七章 矩阵</b> .....              | (257) |

|                           |       |
|---------------------------|-------|
| 一、矩阵的乘法 .....             | (257) |
| 二、矩阵的行列式的计算 .....         | (264) |
| 三、矩阵的初等行变换与矩阵的求逆 .....    | (274) |
| 四、矩阵的秩 .....              | (285) |
| 五、矩阵的分块 .....             | (290) |
| <b>第八章 线性方程组</b> .....    | (291) |
| 一、线性方程组解的判定 .....         | (291) |
| 二、齐次线性方程组解的求法 .....       | (300) |
| 三、向量及向量组的线性相关性 .....      | (311) |
| <b>第九章 投入产出模型简介</b> ..... | (315) |
| 一、投入产出表的结构 .....          | (315) |
| 二、平衡方程组 .....             | (315) |
| 三、直接消耗系数 .....            | (315) |

### 第三部分 各种题型介绍及试题详解

|                                      |       |
|--------------------------------------|-------|
| <b>I. 中央广播电视大学经济数学课程期末考试题型</b>       |       |
| <b>介绍及试题详解</b> .....                 | (316) |
| (I) 题型介绍 .....                       | (316) |
| (II) 试题详解 .....                      | (318) |
| <b>II. 中央广播电视大学注册视听生“经济数学基础”</b>     |       |
| <b>全国统一考试题型介绍及试题详解</b> .....         | (330) |
| (I) 题型介绍 .....                       | (330) |
| (II) 试题详解 .....                      | (330) |
| <b>III. 高等教育自学考试“高等数学(一)(经济类专业)”</b> |       |
| <b>考试题型介绍及试题详解</b> .....             | (354) |
| (I) 题型介绍 .....                       | (354) |
| (II) 试题详解 .....                      | (362) |

# 第一部分 经济数学中的初等数学

## 一、实数

### (一) 自然数(也称正整数)

1, 2, 3, ... 最小为 1, 没有最大数.

### (二) 整数

整数  $\begin{cases} \text{正整数:} & 1, 2, \dots \\ \text{负整数:} & -1, -2, \dots \\ \text{零:} & 0 \end{cases}$

没有最小的数, 也没有最大的数.

偶数: 能被 2 整除的数, 通常记为  $2Z$ , 0 认为是偶数.

奇数: 不能被 2 整除的数, 通常记为  $2Z - 1$ . 其中  $Z$  为整数.

### (三) 分数

一般为  $\frac{n}{m}$ , 其中  $m, n$  为整数,  $m \neq 0$ ,  $m, n$  不能约分.

#### 1. 分数加减法:

(1) 同分母的分数相加(减), 分母不变, 分子相加. 例如:

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{1+2}{5} = \frac{3}{5}$$

(2) 异分母的分数相加(减), 先进行通分, 成为同分母的分数后再按同分母的分数相加(减). 例如:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$$

2. 分数的乘法:两个分数相乘,把分子相乘作为分子,分母相乘作为分母.例如:

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{2 \times 3}{3 \times 5} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} \quad (\text{最后要约分})$$

3. 分数的除法:两个分数相除,把除数分子分母颠倒后与被除数相乘.例如:  $\frac{5}{6} \div \frac{3}{4} = \frac{5}{6} \times \frac{4}{3} = \frac{20}{18} = \frac{10}{9} = 1\frac{1}{9}$ .

4. 分数的乘方:一个分数乘方,分子乘方作为分子,分母乘方作为分母.例如:  $(\frac{2}{3})^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$ .

5. 分数的开方:一个分数开方,分子开方作为分子,分母开方作为分母.例如:  $\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$ .

6. 百分数:  $\frac{n}{100}$  ( $n$  为整数),它是分数的特殊情形,一般写成  $n\%$ .百分数在实际问题中有很大大用处.例如:某厂总产值为 36 万元.第一车间产值 9 万元.那么,第一车间产值占总产值的百分数为:  $9 \div 36 = 0.25 = \frac{25}{100} = 25\%$ .

还有已知百分数计算总量.例如:某厂的总产值年增长率为  $6\%$ ,第一年产值为 10 万元,那么,3 年后总产值为:  $10(1 + 6\%)^3 = 11.91$ (万元).

#### (四) 有理数

所有的整数和分数统称为有理数.有理数运算法则如下:

(1) 加法:同号相加,取原来的符号并把它们的绝对值相加;异号相加,取绝对值较大的数的符号,并把较大的绝对值减去较小的绝对值.例如:  $-5 + (-3) = -(5 + 3) = -8$ ;

$$5 + (-3) = 5 - 3 = 2.$$

(2) 减法:减去一个数,等于加上这个数的相反的数.

$$a - b = a + (-b), \quad a - (-b) = a + [-(-b)] = a + b.$$

一个数减去几个数的和,等于从这个数连续减去各个数: $a - (b + c) = a - b - c.$

由有理数的加减法,可以得到去括号的规律,它对计算有理数加减法很有用处:① 括号前为“+”号时,去括号后,括号内的符号不变: $a + (b - c) = a + b - c$ ;② 括号前为“-”号时,把括号前的“-”号去掉,括号内的各项符号变成相反的符号: $a - (-b + c) = a + b - c.$

这个法则对后面所介绍的整式加减法也适用.

(3) 乘法:同号相乘得正,异号相乘得负,并把绝对值相乘.例如: $(-5) \times (-3) = 5 \times 3 = 15, (-5) \times 3 = -15.$

多个数相乘,负号的项数为偶数个时,乘积的符号取“+”;负号的项数为奇数个时,乘积的符号取“-”,例如: $(-a) \cdot b \cdot (-c) = abc.$

乘法运算的性质:① 乘法交换律: $ab = ba$ ;② 乘法结合律: $(ab) \cdot c = a \cdot (bc)$ ;③ 乘法对加法的分配律: $a(b + c) = ab + ac.$

(4) 除法:同号相除得正,异号相除得负,并把绝对值相除,注意“0”不能作除数.除法与乘法的关系:一个数除以另一个数,等于被除数乘以除数的倒数: $a \div b = a \cdot \frac{1}{b} = \frac{a}{b}.$

除法运算性质:① 一个数除以几个数的积,等于连除各个因数,或乘以各因数的倒数: $a \div (bc) = a \div b \div c = a \cdot \frac{1}{b} \cdot \frac{1}{c}$ ;② 几个数的和除以一个数,等于每个数都除以这个数,



再把各个商相加： $(a + b + c) \div d = \frac{a}{d} + \frac{b}{d} + \frac{c}{d}$ .

(5) 乘方：正数的方幂是正数，例如： $2^3 = 8$ ；负数的偶次方幂是正数，奇次方幂是负数，例如： $(-2)^2 = 4$ ， $(-2)^3 = -8$ ；零的任何方幂是0； $0^a = 0$ ；绝对值的方幂等于方幂的绝对值： $|a^n| = |a^n|$ .

### (五) 有理数在经济数学中的应用

#### 1. 求函数值：

例 1.1 设  $f(x) = x^2 - 3x + 1$ ，则

$$f(-5) = (-5)^2 - 3(-5) + 1 = 25 - 15 + 1 = 11.$$

#### 2. 求导数值：

例 1.2 设  $f(x) = \ln(x^2 + 1)$ ，求  $f'(2)$ .

解：先求出  $f(x)$  的导数：

$$f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}, \text{ 则 } f'(2) = \frac{2 \times 2}{2^2 + 1} = \frac{4}{5}.$$

#### 3. 求极限：

例 1.3 求  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x - 1}{-x^2 + 2x + 3}$

解：当  $x \rightarrow 1$  时，分子分母都有极限，且分母极限不为零.

$$\begin{aligned} \text{故 } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x - 1}{-x^2 + 2x + 3} &= \frac{3 \times 1 - 1}{-1^2 + 2 \times 1 + 3} \\ &= \frac{3 - 1}{-1 + 2 + 3} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

#### 4. 求最大值或最小值：

例 1.4 生产某种产品，每生产  $x$  个产品的总成本为  $c(x) = x + 3$  (百元)，可得收入  $R(x) = 17x - x^2$  (百元)，求它的最大利润.

解：首先把利润函数写出来：

$$L(x) = R(x) - c(x) = 17x - x^2 - (x + 3) = -x^2 +$$