对策论及其应用

(英)L·C·托马斯 著
靳敏 王辉青 译

对策论及其应用

〔英〕L.C.托马斯 著
靳敏 王辉青 译
张最良 校

解放军出版社

[illegible]

L.C.Thmas

Games, theory and applications

Ellis, Horwood Limited, 1984

对策论及其应用

〔英〕L.C. 托马斯 著

靳敏　王辉青 译

张最良　　　校

解放军出版社出版、发行

（北京平安里三号）

新华书店经销

天津市静一胶印厂印刷

787×1092毫米 32开本 12印张 259千字

1988年7月第1版 1988年7月（天津）第1次印刷

印数1—5 000

ISBN 7-5065-0383-2/N·1

定价：2.80元

前　言

前言总是放在书前，写在最后，读者看得最快。在前言里，作者要对全书的内容作一概要的介绍和说明。我也这样做。

对策论是一种为有两个或多个决策者参加的各种活动建立模型的方法，起源于第二次世界大战末期，而其前身博弈游戏，则堪称为“古已有之，不绝于史”。与对策论的发展同期，解决其它决策问题的数学新方法一并兴起，直至今天。由这些新学科组成的应用数学领域逐渐成为研究与发展中十分活跃的一个分支，在这个发展过程中，人们对于对策论的看法尽管时重时轻，但对策论的认识深度仍在不断地提高，其应用范围也在不断地扩大。

就我来说，对策论之所以那么有魅力，在于它可以用数学严谨地表达难度很大的逻辑思想，表达形式又很简明。而且，这些思想在现实生活中都有所体现，已为人们熟知，因而并不难于理解。所以，即使不谈及应用而单就这一点而论，也很值得把对策论介绍给读者。当然归根到底，应用才是最重要的。对策是一种模型，可以用来解决各式各样的问题，象国际冲突，广告费预算，价格政策，空运费用，以及动物行为的进化等等。在诸如此类的应用中，通过对策分析，有时能够得到可以使每个参与者都满意的特定策略，有时则仅是针对某种预期的后果探究一下参与者彼此之间可以了解到什么程度，所以总是可以从对策分析中得到收获。

本书是根据我在曼彻斯特大学的授课讲义写成的。因为听课的学生来自几个系，所学专业有数学，科学学，经济学，财会学，人文研究和心理学等等，各不相同，所以本书只要求读者具有中等的数学基础，会做简单函数的微积分运算，知道函数的最大值和最小值的概念，熟悉矩阵记号（不要求了解矩阵的性质）和求和符号，有概率的基础知识。我所受的教育使我习惯于用定理或引理的形式组织和表述重要的结论，不过只在不超出上述数学知识的范围时才去证明这些结论，而且证明中用到的数学概念与技巧还将在书中多次出现。

本书的宗旨是把对策论介绍给尽可能多的读者，所以重点没有放在用线性规划求解对策的方法上，因为这太偏向于数学了。一些著作侧重讨论对策论在经济活动中的各种应用，而我只将其看作应用的一个方面。

第一章介绍对策论的术语和几个要多次引用的例题。第二、三、四章讲述二人对策及n人对策的理论。其后各章相互间关系不大，但是都要用到前面几章的理论；当然，出现这种情况时，我会说明前后的联系。在每一章的后面，都专门有一节介绍可供进一步阅读的文献，提示深入了解这章内容的线索*，另外并安排有若干习题。习题解答附在书后，以此鼓励读者尽量完成练习，通过解答习题检查自己是否理解了课文的内容。

在这里，要感谢我的同事D.怀特，R.哈特雷和C.伯西纳尔，我与他们多次交换意见，受益匪浅。尤其要感谢

---

* 由于所列文献在国内不易找到，故译本中略去了这部分内容，原书中与此有关的文献索引也相应地略去。——译者注

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

S.弗兰克，他用本书的初稿讲授了一年课，并纠正了书中的一些错误，这是十分宝贵的。本书中若还有其它不妥之处，将完全由我负责。我还要感谢K.贝基和B.兰蒂，她俩分处大西洋两岸，一个要照顾幼小的孩子，另一个要参加网球赛，可是却能细心地帮助我打印手稿，不漏一字。最后，我感谢我的家庭。在完成本书的期间，是我的家庭使我真正知道了什么才是最佳的合作型对策。

L.C.托马斯

数学符号表

$x \in X$	x为集合X的成员
$x \notin X$	x不是集合X的成员
$\{x \mid p\}$	具有属性p的x集合

$S \cup T = \{x \mid x \in S$ 或 $x \in T\}$

$S \cap T = \{x \mid x \in S$ 并且 $x \in T\}$

$S \subseteq T =$ 集合T包含集合S

$S - T = \{x \mid x \in S$ 并且 $x \notin T\}$

ϕ	空集
$\# S$	集合S的成员个数
$\lvert x \rvert$	$\max\{x, -x\}$
$x > y$	x大于y
$x \geqslant y$	x大于或等于y
$x \ngtr y$	x不大于y
$n!$	$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdots \cdot (n-1) \cdot n$

$$\sum_{j=1}^{n} x_i = x_1 + x_2 + \cdots + x_n$$

If $\underline{x} = (x_1, x_2, \cdots, x_n)$

$$\| x \| = \max_k \lvert x_k \rvert$$

$$\| x \|_2 = \left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{df(x)}{dx}=f'(x)\quad (f(x)\text{的导数})$$

二人零和对策

Ⅰ，Ⅱ	表示局中人
Ⅰ_i（Ⅱ_i）	局中人Ⅰ（Ⅱ）的第i个纯策略
e_{ij}	局中人Ⅰ以策略Ⅰ_i对Ⅱ_j的赢得
v_L，v_u	对策的下值与上值
$\mathbf{x}=(x_1, x_2, \cdots, x_n)$	局中人Ⅰ的混合策略
$\mathbf{y}=(y_1, y_2, \cdots, y_n)$	局中人Ⅱ的混合策略
v	对策的值
$\mathbf{x}^*$（$\mathbf{y}^*$）	局中人Ⅰ（Ⅱ）的最优策略
X(Y)	局中人Ⅰ（Ⅱ）的所有混合策略的集合

二人非零和对策

$e_i(\mathbf{x}, \mathbf{y})$	Ⅰ采用混合策略x，Ⅱ采用混合策略y时，局中人i的赢得
$v_{\text{Ⅰ}}$（$v_{\text{Ⅱ}}$）	局中人Ⅰ（Ⅱ）的最大最小值
B	谈判集

n人对策

$N=\{1, 2, \cdots, n\}$	局中人集合
$S\subseteq N$	局中人的联盟
$v(\cdot)$	特征函数
X_s	S中局中人的策略集合
$x=(x_1, x_2, \cdots, x_n)$	分配向量
E（v）	具有特征函数v的对策的分配集合
C（v）	具有特征函数v的对策的核心

$N(v)$	具有特征函数v的对策的核仁
$S(v)$	具有特征函数v的对策的稳定集
$\phi_i(v)$	具有特征函数v的对策中局中人i的夏普利值
$x \underset{S}{\geqslant} y$	在联盟S中分配向量x优超y
$x > y$	分配向量x优超y

元对策

$k_1k_2\cdots k_nG$	基于对策G的元对策$k_1k_2\cdots k_n G$
$R_i(k_1k_2\cdots k_nG)$	对策$k_1k_2\cdots k_nG$中局中人i的合算结果
$\widehat{R}_i(k_1k_2\cdots k_nG)$	对策$k_1k_2\cdots k_nG$中局中人i的元合算结果
$\widehat{E}(G)$	对策G的元平衡解

多步对策

Γ_i	多步对策Γ的第i步子对策
$v=(v_1,v_2,\cdots,v_n)$	对策Γ的值
$\mathrm{val}\Gamma(w)$	对策Γ(w)的值
h_k	第k步对策的情况
H_k	从开始直到第k步对策的情况
$E(_i\cdot,\ \cdot)$	超对策中局中人i的赢得

进化对策

$e(x,\ y)$	采用策略x对种群策略y的健康赢得
$e_i(r,\ (x,y))$	第i类局中人采用策略r对种群策略(x,y)（种群中的第一类局中人采用策略x，第二类局中人采用策略y)的健康赢得

目　录

前言

数学符号表

第一章　引论

1.1　什么是对策…………………………………………（1）
1.2　对策的例子…………………………………………（2）
1.3　对策论的术语………………………………………（4）
1.4　对策论简史…………………………………………（7）
　　习题…………………………………………………（10）

第二章　二人零和对策

2.1　展开型……………………………………………（12）
2.2　标准型……………………………………………（17）
2.3　最大最小准则……………………………………（21）
2.4　混合策略…………………………………………（23）
2.5　最小最大定理……………………………………（27）
2.6　优超………………………………………………（29）
2.7　合算策略…………………………………………（33）
2.8　2×m对策的解……………………………………（34）
2.9　平衡偶……………………………………………（41）
2.10　全信息对策………………………………………（45）
2.11　n×m对策的求解…………………………………（46）
　　习题…………………………………………………（51）

第三章　二人非零和对策
3.1　零和对策与非零和对策的区别……………(55)
3.2　示例 ……………………………………(55)
3.3　平衡偶和最大最小-最大最小策略偶………(60)
3.4　纳什定理的简要证明 ……………………(61)
3.5　求平衡偶的卐字形图解法 …………………(64)
3.6　非零和对策的解的概念 …………………(68)
3.7　合作型对策 ………………………………(71)
3.8　谈判集和协商集 …………………………(75)
3.9　纳什谈判公理 ……………………………(76)
3.10　最大最小谈判解 …………………………(84)
3.11　威胁谈判解 ………………………………(89)
习题 ………………………………………(97)
第四章　N人对策
4.1　非合作型对策 ……………………………(101)
4.2　特征函数 …………………………………(102)
4.3　特征函数的策略等价性 …………………(106)
4.4　分配向量 …………………………………(107)
4.5　核心 ………………………………………(110)
4.6　稳定集 ……………………………………(114)
4.7　核仁 ………………………………………(121)
4.8　夏普利（Shapley）值 ……………………(125)
4.9　其它解的概念 ……………………………(128)
习题 ………………………………………(133)
第五章　市场对策和多头市场垄断
5.1　埃奇沃斯（Edgeworth）市场对策 ……(138)
5.2　〔1，1〕市场对策……………………… ……(139)

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

5.3 〔M，N〕市场对策 …………………………（142）
5.4 〔1，N〕市场对策…………………………（144）
5.5 〔N，N〕市场对策…………………………（145）
5.6 双头市场垄断和多头市场垄断 ……………（148）
5.7 康诺特平衡解 ……………………………（150）
5.8 双头垄断对策的其它求解概念 ……………（152）
5.9 产量模型，对称型对策与多头垄断理论 …（158）
习题 ………………………………………（160）
第六章 元对策
6.1 元对策的目标 ……………………………（163）
6.2 元对策和元平衡解 ………………………（164）
6.3 元合理性定理 ……………………………（171）
6.4 元对策分析的例子 ………………………（176）
6.5 对称的元平衡解 …………………………（179）
6.6 方案分析 …………………………………（183）
6.7 方案分析在市场策略中的应用 ……………（185）
习题 ………………………………………（189）
第七章 多步对策
7.1 多步对策 …………………………………（193）
7.2 随机对策，递归对策和超对策………………（196）
7.3 折扣型随机对策 …………………………（198）
7.4 值的存在性定理 …………………………（200）
7.5 一个做广告的例子 ………………………（204）
7.6 对策值迭代的上下限 ……………………（206）
7.7 递归对策 …………………………………（209）
7.8 递归对策的解 ……………………………（211）
7.9 递归对策的例题 …………………………（212）

7.10 超对策……………………………………………(214)
7.11 超对策和元对策之间的关系………………(217)
习题……………………………………………(222)
第八章 进化对策
8.1 引言 …………………………………………(230)
8.2 进化稳定对策 ………………………………(231)
8.3 进化对策的例子 ……………………………(233)
8.4 进化稳定策略的性质 ………………………(237)
8.5 求进化稳定策略的方法 ……………………(239)
8.6 消耗战 ………………………………………(243)
8.7 动态进化对策 ………………………………(247)
8.8 动态进化对策的稳定性 ……………………(251)
8.9 多类局中人对策的进化稳定策略 …………(256)
习题 …………………………………………(260)
第九章 投标与拍卖
9.1 几种拍卖方式 ………………………………(266)
9.2 荷兰式拍卖：离散型投标并且已知其
他人的估价……………… … ………………(269)
9.3 荷兰式拍卖：连续型投标并且已知其他
人的估价 ……………………………………(279)
9.4 英格兰式拍卖：已知其他人的估价 ………(282)
9.5 不知其他人的估价时的拍卖 ………………(286)
9.6 多件物品的拍卖 ……………………………(291)
9.7 马市上的拍卖 ………………………………(294)
习题 …………………………………………(301)
第十章 博弈
10.1 什么叫博弈…………………………………(304)

10.2 为什么要进行博弈……………………………………(305)
10.3 博弈试验的运行……………………………………(309)
习题解答……………………………………………………(315)

第一章　引　论

1.1 什么是对策

我们在看报时留心些就会发现，报纸上常常登载许多关于各种各样冲突事件的报道。例如政治论战，工人罢工，武装冲突，各种社会集团为影响公共政策采取某种行动，企业合并，商业竞争，商品价格调整，政府有关部门为控制金融市场作出努力，体育竞赛，象棋和桥牌比赛等等。

所有这些消息有个共同的特点，就是都反映了集团（政府部门，政党，公司）之间或者个人之间的利害冲突。我们把这些关于利害冲突现象的理论模型称为**对策**模型，或者**博弈**模型*。大家知道，模型通常是指比实物小的仿制品。由此不难理解，建立对策模型的目的，就是要把利害冲突现象中的本质问题抽象出来，而**对策论**则是分析这些问题的方法。当然，有许多冲突现象是复杂的，找不到合适的模型能把冲突问题的各个方面都包含在内，可是即使这样，还是可以用对策模型刻划出局中人能够采用的主要的决策形式，刻划出可能出现的结局。在某些情况下，用对策论可以分析出对策的"解"，也就是对于所有局中人都是最佳的对策方式；不过大多数描述实际冲突问题的对策常常

* 对策的英文原词是game，本意为各种竞赛性的娱乐或游戏。——译者注

没有这样的解，用对策论只能排除局中人采用某几类决策的可能性，或者分析出哪些局中人可以在对策中合作。

人们所以又把这些冲突现象的理论模型称为博弈模型，是因为在不少娱乐性的博弈活动中都有明显的利害冲突，象扑克牌，填圈划叉游戏，还有曾作为战争模型演化过来的国际象棋等等。可是对策作为冲突现象的理论模型，所涉及到的可不仅仅是些博奕游戏，范围要大得多。象经济和商业中的一些问题，军事方面的战术与后勤，国际与国内政治，社会政策等，都可以归结为对策模型。

1.2 对策的例子

为了了解对策，让我们先举几个简单的例子，看看它们有哪些重要特点和共同之处。

例1.1（填圈划叉游戏） 在纸上画出n×n个方格。局中人I首先在任何一格中填上圈，然后局中人I在其余的任何一格中划上叉，这样依次作下去，直到I或I中的一方用自己的符号，圈或叉，填满了一行（竖行，横行，或者对角线），这一方就赢了。

读者对这个游戏可能并不陌生。可以看出，如果n等于1或2，先填格的人一定获胜；而在n＝3时，只要双方的填法正确，总会形成平局。试考虑在n＝4或者更多时对策的结果，以及n×n×n的三维情况。

例1.2（简化的扑克游戏） 假定只有两张扑克A和2，局中人也只有两个：I和I。开始时，每人压上一英镑的注，然后I发给I一张牌，I看看这张牌是几。若牌是A，I必须告诉I说“A”；若是2，I可以说“A”，也可以说“2”。如果I说了“2”，就是自认败北，他压上

的一英镑就输掉了。但是如果说"A"，那么不管这张牌是不是A，I都要再加上一英镑注，然后由I判断。I如果相信I，甘愿"受骗"，他就输了自己的一英镑。I也可以不信，要看看这张牌到底是几，这时他必须同样先加上一英镑，再去翻牌。翻开后如果真是A，I赢I两英镑；如果是2，I胜，赢I两英镑。

例1.3（火柴棍游戏） 取若干根火柴棍分作两堆，两个局中人依次从这两堆中拿火柴棍。一人每次至少拿一根，也可以多拿，但必须是同一堆中的。谁要是拿了最后一根火柴，就算输了。

例1.4（囚犯难题） 有两个人因藏有被盗物品而被捕，现在正分别受警方审讯。这两个人都明白，如果拒不承认，现有的证据并不足以证明他们曾经偷盗，而只能以窝藏赃物罪判处一年监禁。两人要是都招认，将被监禁九年。但是如果有一人招认而另一人拒不坦白，那么供出同伙的人将会获得释放，另一个就得被监禁十年（因抗拒警方，再加一年）。他俩该怎么办呢？如果他们在被捕时或在受审时可以互相说话，结果会有什么不同吗？其实在核裁军中有类似的对策难题，工会在决定是否同意提高或降低其会员的工资水平时也有类似的难题。请读者想一想其中的道理。

例1.5（挑数难题） 一组人，每人自选一个数字，其中选数最大者为胜（不允许选无穷大）。用什么办法才能巧妙地确保获胜呢？

例1.6（决斗） 两个人决斗，都拿着已经装上子弹的手枪，站在2N步开外，然后面对面走近。在

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com