

思想有一个较清楚的了解，能够在较短的时间内掌握该法，作者在论述中力求做到由浅入深，难点分散。对于书中所涉及到的在工科院校很少讲过的一些数学知识，作者在有关地方都作了简要说明。

从 1986 年起，本书的部分内容曾作为“计算岩石力学”和“高等岩石力学”课程的有关内容，向研究生多次讲授过，并编入了相应的讲义。几年来，作者在离散单元法方面所进行的研究工作，要感谢国家自然科学基金和博士点基金的资助。本书就是作者在近几年的科研和教学实践基础上写成的，谨将此书奉献给对离散单元法感兴趣的大学生、研究生以及广大的教学和科技工作者，愿它在我国的现代化建设中略尽绵薄之力。

在本书出版之际，作者谨向东北工学院的张家连教授、北方交通大学的张清教授、北京科技大学的童光照和于学毅教授、北京煤炭科学研究总院的姚建国高工、美国 ITASCA 咨询集团的 B.H.G Brady 教授和 L.J. Lorig 博士以及瑞典皇家工学院的 O. Stephansson 教授致谢，感谢他们在作者写作此书时所给予的帮助、指导和鼓励。作者还要感谢东北工学院的各级领导对本书的出版所给予的大力帮助和支持，特别是东北工学院出版社的郭爱民编辑，由于他的精心编修和润色，才使本书能以今天的面貌展现在读者诸君的面前。

由于作者水平有限，书中定会有不当之处，敬请读者不吝赐教。

著 者

1991 年 6 月于沈阳

(辽)新登字第8号

内 容 简 介

本书全面系统地论述了离散单元法的理论基础,及其在采矿工程、隧道支护、颗粒介质力学、边坡稳定、冰雪力学、渗流、断裂力学、地震以及地下核废料处理等方面的应用。

本书可作为土木、采矿、矿井建设、工程地质、地下建筑、水利、铁道、核能等与岩土力学有关专业的教学用书或教学参考书,也可供从事岩土力学数值计算工作的科技人员使用。

离散单元法及其在岩土力学中的应用

王泳嘉 邢纪波 著

东北工学院出版社出版发行 东北工学院印刷厂印刷
(沈阳市和平区文化路3号巷11号) (辽新出许字 89084号)

开本: 787×1092 1/32 印张: 9 字数: 202千字
1991年9月第1版 1991年10月第2次印刷
印数: 1501—3000册

责任编辑: 郭爱民 责任校对: 寒星
封面设计: 唐敏智 版式设计: 秦力

ISBN 7-81006-326-X/TD·17 定价: 5.50元

序 言

离散单元法是从 70 年代初开始兴起的一种数值计算方法，特别适用于节理岩体的应力分析，在采矿工程、隧道工程、边坡工程以及放矿力学等方面都有重要的应用。在岩土力学中，一般是将岩土视做连续介质而赋以不同的本构方程，如弹性、塑性和粘弹性等。但是，岩体往往为众多的节理或结构面所切割，特别是开挖区附近的破碎岩体，具有明显的不连续性，很难用传统的有限单元法或边界单元法来处理，只能求助于离散单元法。

离散单元法于 80 年代中期被介绍到我国，引起国内岩土力学与工程界的浓厚兴趣和注意，已经在我国的采矿、隧道和大坝等工程的设计和研究中得到了应用。不少读者迫切希望了解和掌握离散单元法，以便更好地解决实际工程中遇到的有关问题。近年来，随着离散单元法的迅速发展，国内外有关论著逐渐增多，但在国内多散见于各种杂志和会议论文集，而系统地介绍离散单元法的书籍还没有见到。为了普及和推广离散单元法，使欲在这方面从事研究和应用的读者能较快地熟悉和掌握这种方法，更好地促进对离散单元法的研究和应用，作者特著述了《离散单元法及其在岩土力学中的应用》这本书。

本书是一部学习离散单元法的入门向导，着重介绍离散单元法的基本知识及其工程应用。全书共分 9 章。第 1 章是绪论。第 2 章是刚性块体模型，是离散单元法的基础，读者

从中可以了解离散单元法的基本思想。本章除了介绍离散单元法的基本方程外，重点讨论了离散单元法的计算机实施，对于一维存贮的动态数据结构作了较详细的介绍，并讨论了静态松弛法与动态松弛法的区别。第3章是参数选择和本构模型。主要选择的参数是阻尼和时步，正确地选择这两个参数的大小，是利用离散单元法准确、迅速求解的关键。在本构模型方面，介绍了块体间的几种常用接触模型，如摩尔-库仑模型、连续屈服模型和粘滑模型等，以便读者在不同情况下合理选用。第4章叙述了圆形刚性颗粒模型。这种模型实际上是块体模型的一个特例，但所占用内存较少，运算速度较快，是研究散体介质的一个重要工具。第5章给出了两种可变形块体模型。这种模型可以计算块体本身的弹性变形，用于应力水平较高、块体的弹性变形不能忽略的场合。第6章介绍三维离散单元法。该法和二维离散单元法在原理上是一样的，但在算法和计算机实施上有其自己的特点，较二维离散单元法要复杂得多，对计算机的硬件要求也高。这种方法目前开始进入实用阶段。第7章叙述离散单元法与其他数值方法（如有限单元法和边界单元法）的耦合。使用不同的数值方法犹如多兵种作战，可以发挥各自的优点，并扩大解题范围。第8章主要讲离散单元法的前处理和后处理问题。对于离散单元法本身来讲，虽然这是服务性质的，但也是有效地应用离散单元法所必需的。在本章中，还给出了前、后处理器的几个程序段，以供读者参考。最后一章介绍离散单元法的若干应用。作者仅列举了10个方面的应用，难免挂一漏万，不足以说明离散单元法应用的全貌，但从中可以看出离散单元法的应用特点和前景。

为了使初次接触离散单元法的读者对离散单元法的基本

目 录

序 言

1 绪 论

- 1.1 概 述 (1)
- 1.2 离散单元法的基本思想 (3)
- 1.3 离散单元法在国内外的的发展状况 (4)

2 刚性块体模型

- 2.1 概 述 (8)
- 2.2 离散单元法的基本方程 (8)
- 2.3 离散单元法的计算机实施 (12)
- 2.4 静态松弛离散单元法 (30)

3 参数选择和本构模型

- 3.1 概 述 (35)
- 3.2 阻 尼 (35)
- 3.3 时 步 (44)
- 3.4 本构模型 (47)

4 圆形刚性颗粒模型

- 4.1 概 述 (60)
- 4.2 力与位移的关系 (61)

4.3	平均应力和平均应变	(66)
4.4	边界条件	(79)
4.5	圆形颗粒离散单元法在编程方面的 主要特点	(83)
5	可变形块体模型	
5.1	概 述	(90)
5.2	充分变形块体模型	(91)
5.3	简单变形块体模型	(106)
6	三维离散单元法	
6.1	概 述	(111)
6.2	三维块体模型	(111)
6.3	力和位移的计算	(133)
6.4	球体模型	(138)
7	离散单元法与其他方法的耦合	
7.1	概 述	(144)
7.2	离散单元法与有限单元法的耦合	(144)
7.3	离散单元法与边界单元法的耦合	(153)
8	前处理器与后处理器	
8.1	概 述	(167)
8.2	离散单元法的单元生成	(167)
8.3	离散单元法的计算机图形处理	(177)

9 应用篇

- 9.1 概 述(194)
- 9.2 离散单元法可靠性的理论验证(194)
- 9.3 巷道支护问题(205)
- 9.4 边坡工程(218)
- 9.5 地下开采问题(221)
- 9.6 动载问题(229)
- 9.7 冰雪力学问题(231)
- 9.8 核废料的热载问题(236)
- 9.9 散体介质问题(241)
- 9.10 断裂问题(250)
- 9.11 渗流问题(255)
- 9.12 节理-岩桥的加卸载特性.....(260)

参考文献

1 绪 论

1.1 概 述

岩体是一种地质材料，它经受长期的地质构造作用，在一定的地质环境中形成一定的结构，显现出宽广和多变的材料响应范围。岩体与一般工程材料相比，其最大特点是一般具有结构上的不连续性，多为层面和节理面等弱面所切割。实际上，岩体结构的连续性和不连续性都是相对的。如图 1-1 所示，当取样范围较小时，可能碰到完整岩石，逐渐扩大取样范围，则是节理岩体。

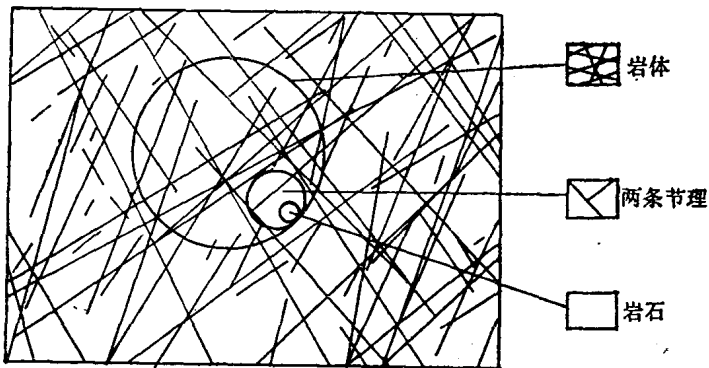


图 1-1 从完整岩石到节理岩体

岩体的性质取决于组成岩体的完整岩石的力学性质，以及岩体在漫长的地质年代中遭受多次应力变化所产生的不连

续面的数量和性质。在这两种控制岩石力学特性的因素中，何者重要，则要视工程的规模和不连续面的数量而定。一般从宏观意义上说，岩体可以视为连续介质，从而可以用弹性力学或塑性力学的方法来进行分析和计算。但在某些情况下，岩体却不能视做连续介质，如地下节理岩体中的巷道（见图 1-2），这时，就不宜用处理连续介质的力学方法来进行计算。于是，离散单元法作为一种处理节理岩体的数值方法就应运而生。

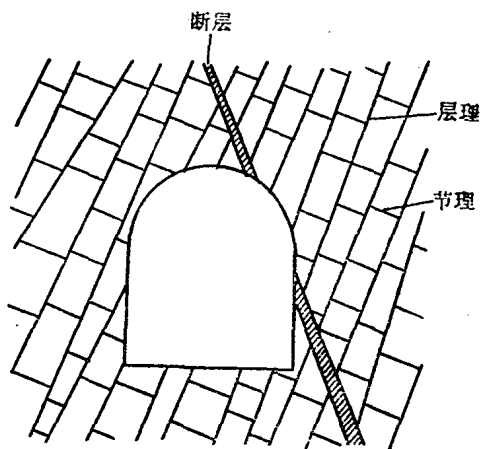


图 1-2 节理岩体中的巷道

近 20 年来，离散单元法有了长足的发展，已成为解决岩土力学问题的一个重要的数值方法，越来越受到人们的重视。因为工程中所见到的岩体其形态常呈非连续结构，所形成的岩石块体运动和受力情况多是几何或材料非线性问题，所以很难用解决连续介质力学问题的有限单元法或边界单元法等数值方法来进行求解，而离散单元法正是充分考虑到岩

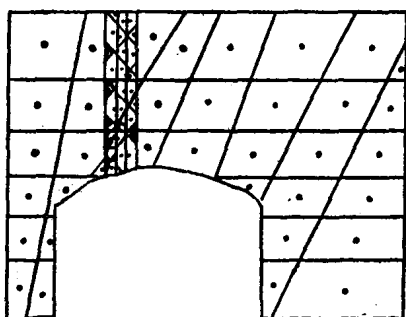
体结构的不连续性，适用于解决节理岩石力学问题。离散单元法除了用于边坡、采场和巷道的稳定性研究以及颗粒介质微观结构的分析外，已扩展到用于研究地震、爆炸等动力过程和地下水渗流、热传导等物理过程。

离散单元法与其他数值方法（如有限单元法、边界单元法等）耦合更能发挥各自方法的优点。例如，用边界单元法考虑远场应力的影响以模拟弹性的性质，用有限单元法作为中间过渡考虑塑性变形，再用离散单元法考虑近场不连续变形的情况，从而极大地扩展了数值方法的解题范围。

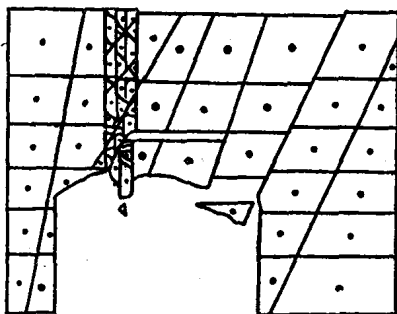
1.2 离散单元法的基本思想

离散单元法也像有限单元法那样，将区域划分成单元（见图 1-3(a)）。但是，单元因受节理等不连续面控制，在以后的运动过程中，单元结点可以分离，即一个单元与其邻近单元可以接触，也可以分开（见图 1-3(b)）。单元之间相互作用的力可以根据力和位移的关系求出，而个别单元的运动则完全根据该单元所受的不平衡力和不平衡力矩的大小按牛顿运动定律确定。

离散单元法是一种显式求解的数值方法。该方法与在时域中进行的其他显式计算相似，例如与解抛物线型偏微分方程的显式差分格式相似。“显式”是针对一个物理系统进行数值计算时所用的代数方程式的性质而言。在用显式法计算时，所有方程式一侧的量都是已知的，而另一侧的量只要用简单的代入法就可求得。这与隐式法不同，隐式法必须求解联立方程组。在用显式法时，假定在每一迭代时步内，每个块体单元仅对其相邻的块体单元产生力的影响，这样，时步就



(a)



(b)

图 1-3 离散单元模型

需要取得足够小，以使显式法稳定。由于用显式法时不需要形成矩阵，因此可以考虑大的位移和非线性，而不必花费额外的计算时间。

1.3 离散单元法在国内外的的发展状况

离散单元法一般认为是 Cundall 于 1971 年提出来的^[1,2]。该法适用于研究在准静力或动力条件下的节理系统

或块体集合的力学问题，最初用来分析岩石边坡的运动。到 1974 年，二维的离散单元法程序趋于成熟^[9]，当时已有屏幕图形输出的交互会话功能。但由于受计算机内存的限制，不少程序是用汇编语言写成，到 1978 年才全部翻译成 FORTRAN IV 的文本^[4]，成为离散单元法的基本程序。与此同时，Cundall 和 Strack 还开发了二维圆形块体的 BALL 程序^[5,6]，用于研究颗粒介质的力学行为，所得结果与 Drescher 等人用光弹技术的实验结果极为吻合^[7]，使 BALL 程序在研究颗粒介质的本构方程方面大放异彩。

Lemos 于 1983 年开发了离散单元法与边界单元法耦合的半平面程序^[8]，并用于计算节理和断裂介质中的应力分布问题^[9]。

Lorig 于 1984 年开发了包括前处理和后处理的离散单元法与边界单元法耦合程序^[10]。翌年，他到澳大利亚英联邦科学与工业发展组织的岩土力学研究所，修改了他原先的程序。这个修改后的程序文本称为 HYDEBE (HYBRID DISCRETE ELEMENT BOUNDARY ELEMENT)，其功能更强，包括一个前处理程序 CREATE，类似于有限单元法程序中的自动划分网格，一个与边界单元法耦合程序 BOUND 和一个离散单元法程序 BLOCK。

Cundall 于 1980 年就开始研究块体在受力后变形以及根据破坏准则允许断裂的离散单元法^[11]，这显然是将块体视为刚体的离散单元法的一个进步。Cundall 称这种方法为 UDEC (UNIVERSAL DISTINCT ELEMENT CODE)，该程序最后于 1985 年完成^[12,13]。UDEC 现已广泛用于岩土力学和采矿工程，被公认为对节理岩体进行数值模拟的一种行之有效的办法。

至于三维离散单元法的发展则要迟些，其主要原因是数据结构复杂，要求计算机应具有较大的容量，并且计算结果的图形显示较为困难，如切一剖面，块体间一般来讲是不接触的，犹如浮在空中，看起来不直观。三维离散单元法程序 3DEC (3-DIMENSIONAL DISTINCT ELEMENT CODE) 已由 Cundall 与 ITASCA 咨询集团于 1986 年开发出来^[14]。其基本原理同 UDEC 一样，只是数据结构作了较大的改进。

与二维 BALL 程序相对应的有三维 TRUBAL 程序^[15]，除了数据结构外，它的基本原理也同 BALL 程序一样。

三维问题的离散单元法目前尚处于发展阶段，但其算法已经基本成熟^[16,17]，已经有了一些利用 3DEC 程序解决工程问题的尝试^[18-20]。可以预期，随着大容量计算机的普及，三维离散单元法用于解决工程实际问题的时刻将指日可待。

〔21—31〕中列出了近十几年国外发展和应用离散单元法的其他主要文献，以供参考。

离散单元法在我国的研究和应用起步较晚，但发展却非常迅速。目前已在我国的采矿工程、岩土工程以及水利水电工程等科研与设计中得到应用，呈方兴未艾之势。

王泳嘉和剑万禧于 1986 年在第一届全国岩石力学数值计算及模型试验讨论会上，首次向我国岩石力学与工程界介绍了离散单元法的基本原理及几个应用例子^[32,33]。张清在他的书中也辟专门的一章介绍不连续岩体的计算模型和计算方法^[34]。

离散单元法原先是为研究节理岩体的边坡稳定和巷道稳定而开发的，我国学者充分利用离散单元法中个别块体可以

脱离母体而冒落的特点，将其用于放矿的数值模拟和自然崩落法崩落机制及底部结构的稳定性研究，并取得很好的成绩^{〔35-43〕}。

在边坡稳定性研究方面，我国学者用模型试验在边坡失稳的瞬间连续拍摄的像片与离散单元法的计算结果对照，二者结果吻合，再次证明离散单元法的数值模拟可以代替昂贵费时的相似材料模型试验^{〔44-46〕}。离散单元法还曾用于对云浮硫铁矿和盘石镍矿边坡稳定的研究，也取得了很好的效果^{〔47,48〕}。

姚建国将离散单元法用于岩层移动的研究，认为这是一种比较符合矿山工程实际的数值方法^{〔49〕}。关于离散单元法在矿山压力、岩层和地表移动方面的研究还有文献〔50—52〕。

离散单元法与其他数值方法（例如有限单元法或边界单元法）进行耦合以考虑远场连续、近场离散的特点，这方面的工作见文献〔53,54〕。值得提出的是，刘建武根据 Stewart 和 Brown 提出的静态松弛法^{〔55〕}，首次在我国开发了静态松弛离散单元法程序，并结合二滩电站模型试验的资料进行计算，结果比较满意^{〔56〕}。

其他有关离散单元法原理、应用和研究的文章请见文献〔57—63〕。

2 刚性块体模型

2.1 概 述

顾名思义，离散单元法是将所研究的区域划分成一个个分立的多边形块体单元，单元之间可以看成是角-角接触、角-边接触或边-边接触，而且随着单元的平移和转动，允许调整各个单元之间的接触关系。最终，块体单元可能达到平衡状态，也可能一直运动下去。

目前，工程中常用的数值方法有有限单元法和边界单元法等。有限单元法的理论基础是基于最小势能的变分原理，边界单元法的理论基础是 Betti 互等定理。而本书所介绍的离散单元法，其理论基础是结合不同本构关系的牛顿第二定律，因而可以采用动态松弛法或静态松弛法进行求解。离散单元法的原理虽然比较简单，但在解决非连续介质大变形问题时却是非常实用的。

离散单元法的单元，从性质上分，可以是刚性的，也可以是非刚性的；从几何形状上分，可以是任意多边形，也可以是圆形。本章将要介绍的是刚性块体模型，块体可以是任意多边形。刚性假设对于应力水平比较低的问题（如边坡稳定和放矿模拟等）是合理的。

2.2 离散单元法的基本方程

在解决连续介质力学问题时，除了边界条件外，还有 3

个方程必须满足，即平衡方程、变形协调方程和本构方程。变形协调方程保证介质的变形连续；本构方程即物理方程，它表征介质应力和应变间的物理关系。对于离散单元法而言，由于介质一开始就假定为离散块体的集合(图 2-1(a))，故块与块之间没有变形协调的约束，但平衡方程需要满足。例如对于某个块体 B (见图 2-1)，其上有邻接块体通过边、角作用于它的一组力(见图 2-1(b)) $F_{xi}, F_{yi}(i=1-5)$ ，如果

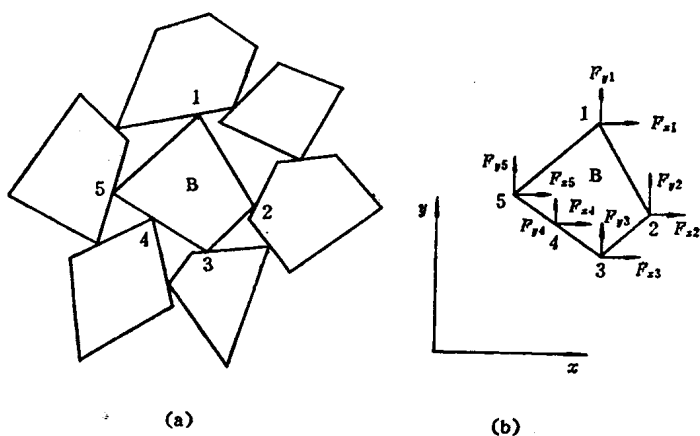


图 2-1 块体的集合及作用于个别块体上的力

考虑重力，则还要加上自重。这一组力对块体的重心会产生合力 F 和合力矩 M 。如果合力和合力矩不等于零，则不平衡力和不平衡力矩使块体根据牛顿第二定律 $F = ma$ 和 $M = I\ddot{\theta}$ 的规律运动。块体的运动不是自由的，它会遇到邻接块体的阻力。这种位移和力的作用规律就相当于物理方程，它可以是线性的，也可以是非线性的。计算按照时步迭代并遍历整个块体集合，直到对每一个块体都不再出现不平衡力和

不平衡力矩为止。

2.2.1 物理方程——力和位移的关系

假定块体之间的法向力 F_n 正比于它们之间法向“叠合” u_n (见图 2-2(a))，即

$$F_n = k_n u_n \quad (2-1)$$

式中， k_n 为法向刚度系数。

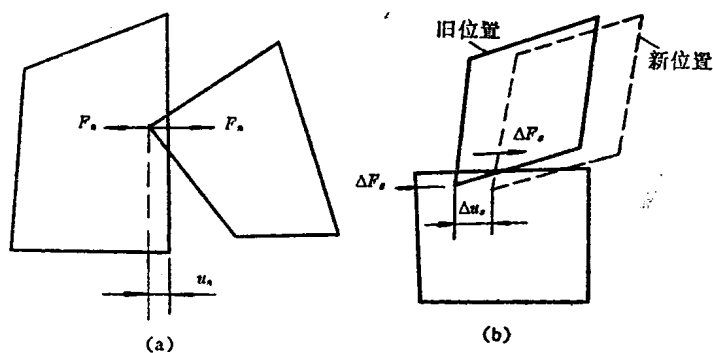


图 2-2 离散单元之间的作用力

这里所谓的“叠合”是计算时假定的一个量，将它乘上一个比例系数作为法向力的一种度量。例如可以增大 k_n 值而将 u_n 取得很小仍然能够表示相等的法向力。

如果两个离散单元的边界相互“叠合”(见图 2-2(b))，则有两个角点与界面接触，可用界面两端的作用力来代替该界面上的力。当然，实际的界面接触情况要远比这种两个角点接触模式复杂，但无法确定究竟哪些点相接触，所以还是采用最为简单的两个角点相接触的“界面叠合”模式。

由于块体所受的剪切力与块体运动和加载的历史或途径有关，所以对于剪切力要用增量 ΔF_s 来表示。设两块体之