日本新高中数学研究丛书 15

线性规划与运筹学

[日] 竹之内脩 著
尚文斗 译

人民教育出版社

日本新高中数学研究丛书 15

线性规划与运筹学

[日] 竹之内脩　著
尚文斗　译

内容提要

这套丛书，译自日本旺文社出版的《新高中数学研究丛书》，原书共分十五册，书中除中学数学传统题材外，还包括一些较新的内容。

本册是第十五册，主要内容有：不等式和区域，含有多数的直线方程，在区域内一次式的最大、最小，线性规划，单纯形法，线性规划的应用，资料的整理，正态分布，需求量的分布，库存量的确定，订货量的确定方法，期望值与概率，报童卖报问题，典型试验，需求与库存变动的模型，内容比中学数学教材广泛、深入而易懂，可供中学数学教师和教学研究人员，中等专业学校教师和学生、各类企业的管理和统计人员及广大工程技术人员在科研生产、教学或自学中参考。

(京)新登字113号

日本新高中数学研究丛书 15

线性规划与运筹学

〔日〕竹之内脩 著

尚文斗 译

*

人民教育出版社出版

新华书店总店科技发行所发行

北京市东光印刷厂印装

*

开本787×1092 1/32 印张5.5 字数115,000

1992年7月第1版 1992年7月第1次印刷

印数 1—990

ISBN 7-107-10919-7

G·2661 定价1.90元

译者的话

这套丛书，译自日本旺文社出版的《新高中数学研究丛书》.原书共分十五册，我们译出了其中的第二册至第十五册.本册是第十五册.丛书包括了中学数学和中等专业数学教材中一些较新的内容.

这套丛书的特点是比教材的内容更广泛，深入而易懂.书中对基础知识做了系统的整理、归纳和概括，尤其重视典型例题的解题方法、解题要点、思考方法的研究.可供我国中学数学教师和中等专业学校数学教师和学生，以及广大科技人员参考.

这套丛书是由我院教研部组织辽宁师范学院数学系，沈阳师范学院数学系，沈阳市教育学院数学系等单位合译的.本册由沈阳机电学院尚文斗译出，由我院教研部钱永耀、刘占元负责审校工作.

由于时间仓促以及译者、校者水平有限，缺点错误，恐难避免 希望读者提出宝贵意见.

辽宁教育学院

1980年

目　　录

前　言

常常从高中学生中听到“不了解为什么要学习数学”.

实际上，一切科学的基础都与数学有密切的联系. 但是要想了解这一点，必须有一定的学习能力，正因为如此才有些学生对数学产生了疑问.

无论从哪方面说，当前的数学，大都应用于自然科学. 但是人们还没有养成对日常生活发生的种种问题应用数学方法加以解决的习惯.

运筹学这门学问，就是把社会上发生的种种问题，采用数学的方法加以解决，或为其解决提出目标.

不过，对所谓运筹学，并不需要重新学习，只要应用高中所学到的数学对社会上所发生的问题加以解决，从而也就学习了运筹学.

在本书中，线性规划问题是应用高中所学的不等式和一项式进行讲解，而库存问题则是用概率、统计的方法讲解的.

在内容中，所列各项都是按

讲解→例题→发展题→练习

从基础到应用，力求使读者达到完全掌握.

读过本书，如能对周围的种种问题，应用数学加以解决，则笔者深感欣慰.

著　者

1974年9月

几点说明

本书力求成为一本独具风格的参考书，它既能使苦于学习数学的人容易理解，又能使擅长数学的人对数学更加爱好.为此，全书的结构编排如下：

主张划分细目

各部分尽量划分细目，凡披阅所及均能一目了然；在解说时，既能配合教科书，又写得

比较广泛，比较深入，比较易懂.

另外，用竖线把版面分成两栏，左边列出重要项目，以便提高学习效率.

例题→发展题→练习

本书的最大特点是，力求在理解解说的基础上，**反复学习例题、发展题、练习题，使在不知不觉中增强解决问题的实际能力**. 虽然从例题到发展题依次提高难度，但解法和要点指出了思考方法和解题要领，对于例题、发展题，希望读者不要先看答案，而力求靠自己所具有的数学能力求解，只有实在做不出来时，才看答案. 总之，学习数学最重要的是

要用逐步积累的方法学习.

为此，反复学习才有实效. 如果例题，发展题都能掌握，那么解练习题时就不会感到什么困难，反之，如果不大会解练习题，那就应该认为学习的还不够深刻.

练习题

分为 A、B 两部分，A 的程度相当于例题和发展题；B 中还包含着稍难的题目．本书提倡适当地指导数学是“这样进行思考的”，然后才要求“广泛应用”．相信得到本书的读者，能够真正理解数学，从而获得广泛应用数学的实际本领．

重要词汇一览表

1. 不等式和区域

不等式的基本性质

不等式的变形,用其下列基本性质. [**不等式的基本性质**]

(1) 任意数 C,

$$A>B \Longleftrightarrow A+C>B+C$$

(2) $C>0$,

$$A>B \Longleftrightarrow AC>BC,$$

$$\frac{A}{C}>\frac{B}{C}$$

(3) $C<0$,

$$A>B \Longleftrightarrow AC<BC,$$

$$\frac{A}{C}<\frac{B}{C}$$

一元一次不等式

一元一次不等式 $ax\leqslant b$

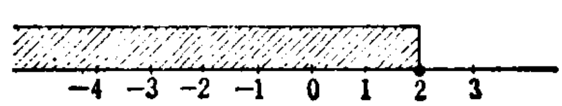
当 $a>0$ 时,为 $\left\{x \mid x\leqslant\frac{b}{a}\right\}$

当 $a<0$ 时,为 $\left\{x \mid x\geqslant\frac{b}{a}\right\}$

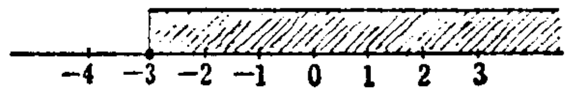
解不等式

求不等式解的集合,叫做**解不等式**.

例 ① $3x\leqslant 6$ 解的集合为 $\{x \mid x\leqslant 2\}$



② $-2x\leqslant 6$ 解的集合为$\{x\mid x\geqslant -3\}$



一元一次不等式组

对一元一次不等式组

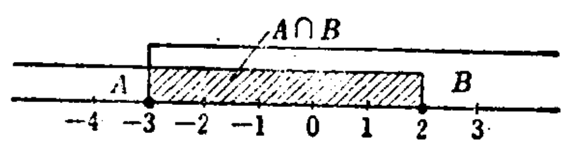
$$\begin{cases} a_1x<b_1 & ① \\ a_2x<b_2 & ② \end{cases}$$

其解的集合是①式解的集合 A 和②式解的集合 B 的交集 $A\cap B$.

例　不等式组

$$\begin{cases} 3x\leqslant 6 \\ -2x\leqslant 6 \end{cases}$$

其解的集合,可用下图的阴影表示:



二元一次不等式

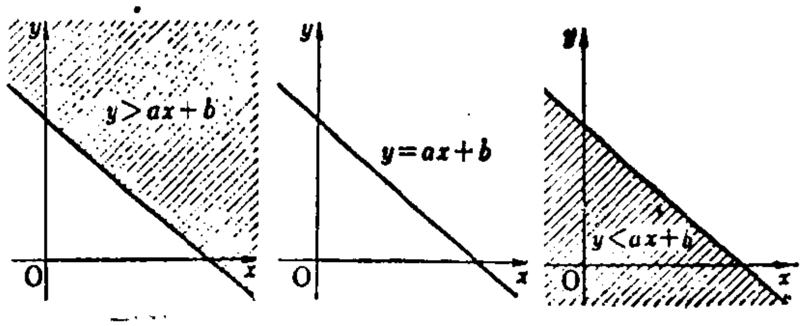
对不等式 $ax+by<c$(其中 a、b 均不为0),叫做关于变数 x,y 的二元一次不等式.

对 $ax+by<c$,其解的集合是在坐标平面上,由直线 $ax+by=c$,将平面分成半平面的一侧点的集合. 特别地,

$y>ax+b$,其解的集合在直线 $y=ax+b$ 的上方部分.

$y=ax+b$,其解的集合在直线 $y=ax+b$ 上.

$y<ax+b$，其解的集合在直线 $y=ax+b$ 的下方部分.



二元一次不等式组

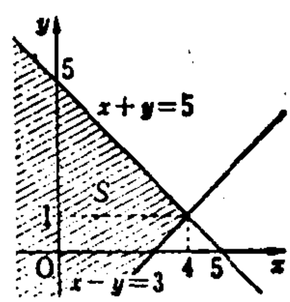
对二元一次不等式组

$$\begin{cases} a_1x+b_1y\leqslant c_1 & ① \\ a_2x+b_2y\leqslant c_2 & ② \end{cases}$$

其解的集合是①式解的集合 A 和②式解的集合 B 的交集 $A\cap B$.

例 $\begin{cases} x+y\leqslant 5 \\ x-y\leqslant 3 \end{cases}$

其解的集合 S，是右图的阴影部分.



区　域

凸区域

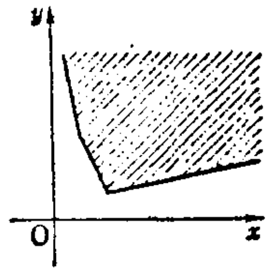
顶点

在坐标平面上，用图形表示不等式的解的集合，叫做**区域**，连结属于区域内的任意二点的线段上的点，如果都包括在该区域内，则这个区域叫做**凸区域**．其次，由几条线段或半直线围成的区域，周界中二条直线的交点，叫做区域的**顶点**.

二元一次不等式组的区域

二元一次不等式组所表示的区域，是由几条线段围成的凸区域．其中，也有

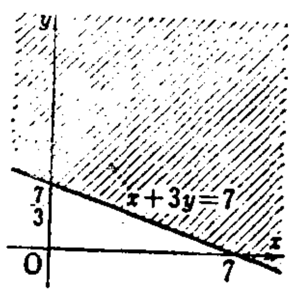
如下图所示的有一侧是开着的区域.



例题 1. 试确定下列不等式组所表示的区域是凸区域.

(1) $\begin{cases} x+3y\geqslant 7 & ① \\ 3x-2y\leqslant 10 & ② \\ x+2y\leqslant 14 & ③ \\ 4x-\ \ y\geqslant 2 & ④ \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} 3x+2y\geqslant 8 & ① \\ x+3y\geqslant 5 & ② \\ x\geqslant 0 & ③ \\ y\geqslant 0 & ④ \end{cases}$

提示　(1) 满足不等式①: $x+3y\geqslant 7$ 的区域是以直线 $x+3y=7$ 为边界线,如右图所示不包含原点一侧的半平面.



边界直线的方程为 $x+3y=7$,即将不等式①的不等号换成等号. 其次,在斜线的区域外,任意一点都不在直线 $x+3y=7$ 上,例如,将原点坐标(0,0)代入不等式①,可以看出

$$0+3\times 0\geqslant 7,\text{即}\ 0\geqslant 7$$

显然,在这种情形下,坐标原点不满足不等式①,所以不等式①所表示的区域,是以直线 $x+3y=7$ 为边界线,不包含原点一侧的半平面.

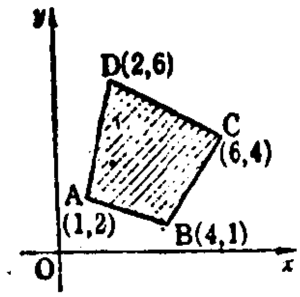
不等式②,③,④的区域也同样可以求出.

不等式组的区域,就是所求这些区域的交集.

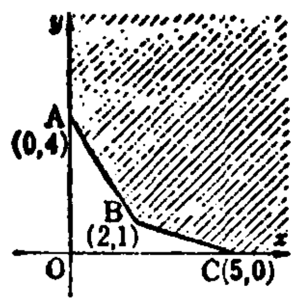
（2）用与(1)完全相同的方法，可以确定所求的区域。

解

(1)



(2)



由图形(1)(2)可以看出都是凸区域.

发 展 题

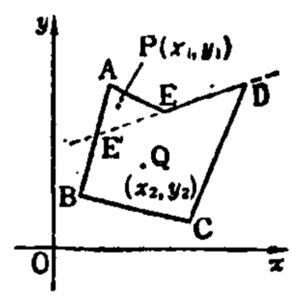
试说明二元一次不等式组的区域不能是凹多边形.

要点

不等式组的区域是凸区域，一般可用图形表示.

如果二元一次不等式组的区域是凹多边形，则导致矛盾.

解 由反证法证明.



设区域如右图所示的凹多边形 $ABCDE$. 因为线段 DE 是边界线，所以直线DE就是不等式组中一个不等式的边界线.

设这个边界线用不等式 $ax+by\leqslant c$ 表示. 因为凹多边形被直线 DE 分成二部分，如果在$\triangle AEE'$，四边形 $E'BCD$ 中分别取一点$P(x_1y_1)$，$Q(x_2y_2)$，将 P,Q 代入一次式 $ax+by$，则点 P，Q 不在直线 DE $ax+by=c$ 上，而在直线 DE 的两侧，这时必有

$$(1)\quad \begin{aligned} ax_1+by_1>c \\ ax_2+by_2<c \end{aligned}$$