

数学符号学概论

刘云章 著



安徽教育出版社



刘云章

著

数学符号学概论

安徽教育出版社

(皖)新登字03号

数 学 符 号 学 概 论

刘云章 著

安徽教育出版社出版发行

(合肥市金寨路283号)

新华书店经销 六安新华印刷厂印刷

*

开本850×1168 1/32 印张7.125 字数150000

1993年3月第1版 1993年3月第1次印刷

印数: 2000

ISBN7—5336—1199—3/G.1642

定价: 4.00元



作者简介

刘云章，男，1937年生，江苏靖江人。1958年毕业于江苏师范学院数学系，现为南京师范大学数学系副教授，数学教育专业研究生导师，《数学教育学报》编委。

主要研究方向为数学的思想、方法。

曾主编《数学直觉与发现》、《中学数学的现代思想》、《波里亚名著选讲》、《打开你的数学思路》、《中学微积分教学》、《怎样解数学题》等著作，发表过有关论文多篇。

JY1/30/18

前 言

自1969年国际符号学研究协会成立以来，欧、美、前苏联及日本等国均有不少人开始研究符号学；很多学科都采用了符号学的研究方法，符号学在不少领域具有广阔的前景。然而，数学符号学仍是亟待开垦的处女地。

“数学的世界是符号化的世界”，数学的语言是由一些符号和记号组成的语言。

“数学的一切进步都是对于引入符号的反应”，建立数学符号学对于数学研究有十分重要的意义。数学上对一般方法论的关心出现于16至17世纪之间，它正是由于代数符号体系的建立而引起的。建立数学符号学是研究数学中发明创造规律的需要。数学家O.G.Sutton曾讲过，人们创造了符号，那么在这种符号上的运算操作又怎样能揭示出新的东西呢？他认为：“我们这代人，至多只能指出这个答案的几条线索。”徐利治先生也提出过类似的问题，并指出这类问题是“研究数学与思维关系的最诱人的问题之一”。

“数学的教学也就是数学语言的教学”，因此，建立数学符号学对于数学教育理论的研究也是十分重要的。

本书结合数学发展史，运用现代心理学、教育学及思维科学的成果，阐明数学符号的若干重要问题，试图为数学符号学舞台聊献启幕之劳。

由于自己的水平所限，作为一种探索，书中如有不妥之处，

恳请专家、读者批评指正。

作者

1992年元月

目 录

第一章	符号与数学符号	1
§ 1	符号	1
§ 2	数学符号	10
§ 3	数学符号发展简史	24
第二章	数学符号的动力作用	33
§ 1	符号对数学发展的影响	34
§ 2	速记符号引申出新分支	39
§ 3	符号化导致新学科诞生	45
§ 4	符号美的魅力推动数学发展	53
§ 5	某些符号刺激数学发展	62
§ 6	某些符号的“特异功能”	67
第三章	数学符号的思维功能	75
§ 1	思维活动的物质载体	76
§ 2	符号暗示信息	84
§ 3	约简思维, 促进思维“机械化”	93
§ 4	刺激联想活动	102
§ 5	诱发数学灵感	111
第四章	数学符号的创设原则	121
§ 1	数学符号的形成过程分析	122
§ 2	创设数学符号的基本原则	132
§ 3	为实际需要而创造	146
第五章	“问题解决”中的符号处理技巧	155
§ 1	问题与“问题解决”	155
§ 2	几何图示法	161

§ 8. 心智图象	170
§ 4 符号处理技巧举例	174
第六章 注目于现代数学教育	191
——重视符号教学	
§ 1 符号学习的心理分析	191
§ 2 概念教学的组成部分	196
§ 8 数学语言的现代化	210
主要参考文献.....	220

第一章 符号与数学符号

人类是“从事构造化活动的动物”。人类总想给客观事物赋予某种意义和价值；利用符号认识新事物，使客观世界秩序化，创造出出色的科学文化世界。

所有的人类活动都基于象征表示，而像数学这种具有抽象本质的活动就绝对需要符号体系。

§1 符 号

符号，处处可见。学生的校徽，军人的肩章，商店的招牌，公路旁的警告标志，通讯中的旗语，密码，数学中数字、字母符号，物理中单位符号，化学中的元素符号，扑克牌上的“红桃”、“梅花”，计算机、雷达荧屏上的信号…正如著名语言学家皮埃尔·吉罗所说：“我们是生活在符号之间”。

一、什么叫符号

一般说来，“符号”就是某种事物的代号，它的意义是，采用一一对应的方式，把一个复杂的事物用简便的形式表现出来。当某事物作为另一事物的替代而代表另一事物时，它的功能被称为“符号功能”，承担这种功能的事物被称为“符号”。有时，当事者根据自己的主动性判断来断定某事物代表某事物。在这一瞬间前者也变成了“符号”。例如，人们看到“闪

电”就预感到“打雷”，“闪电”就成了符号；按照这种方式，人类实际上可以把所有的事物都冠以“符号”。

“所有事物都是符号”这种说法未免太广泛了。现代符号学中所谈的“符号”总是为传播一定的信息而用，不用于传播目的的自然标志则算不上符号。尽管人们经常说云是雨的标志，烟是火的标志，但是，符号学不承认它们的符号地位，因为这些“云”和“烟”并无意传播给我们一种信息，它和在地面上留下了形迹的作案犯一样。

不过，自然标志可以当作符号来使用，例如，电视机播放的气象图中的云，公安部门对于指纹的语言描述。

为了区别于自然标志，人们把符号定义为传播意识的一种意愿标志。一种符号就是一种刺激，也就是一种可感的实体，这种刺激为了传播而和另一种刺激的影像连在一起。因此，语言及语言的各种辅助手段，礼仪，交通讯号等等，都可看作是符号。

有些数学家，还对“符号”和“记号”两词加以区别。所谓记号是指一些我们感觉的外界事物，它们可以彼此区别，并且可以根根一定规则而对应于别的事物。例如，用耳感觉到的声音，用目感觉到的图形、文字，用收报机感觉到的电波等。

各记号之间有一种关系叫做同型关系或等价关系。这种同型关系满足三个性质：

自反性：每个记号与自己同型；

对称性：若甲与乙同型，则乙与甲同型；

可传性：若甲与乙同型，乙与丙同型，则甲与丙同型。

把同型的记号的共同性质抽象出来就可得到符号概念。

例如，伸出四个手指，绳上打四个结，墙壁上画四条横线

和碗里放四粒豆等，都可作为记号，它们可以看作是同型的，对这类记号进行抽象就可得到一个符号“4”的概念。

按照这种观点，记号被看作是具体的事物，而符号则是经过抽象而得的抽象的东西。在很多书刊中对符号与记号两词不加区分，有时，确实难以严格区分。

人类为什么要创造符号呢？事情很简单，当我们讨论或提到某一事物时，在一般情况下，不能使用该事物的本身，而必须使用表示该事物的符号。例如，当我们讨论到火山、地震或洪水时，我们不可能把“火山”、“地震”或“洪水”带到会议桌上；当我们说“没有见到过外星人”时，我们不可能拿出外星人。人们不得不处处创造符号、使用符号。

语言就是浸透到人类生活的各个角落的符号，是谁都知道且必须知道的符号。它是人们每天接触的最熟悉的符号体系；是人类接触到的各种各样符号体系中最典型的符号体系。人们常说“语言是传达思想的手段”，或者因为考虑到语言的感情功能而说“语言是表现、传达思想和感情的手段”。其实，语言不仅是“手段”，它还超越了手段的意义。“语言”同文化和思考问题的方法都有着深刻的联系。因此，有些学者提出，语言是“文化的象征，从而它能够规定思考方式”；语言是“文化的模式”，除掉具有作为手段和实用功能外还具有美学功能。

二、符号与人类的关系

符号源出于人类的“给予意义”的行为，即给予某种事物以某种意义，从某种事物中领会出某种意义。凡是人类所承认的“有意义”的事物均成为符号。

人类的“给予意义”的行为，在日常生活中，首先是依靠“语言”的使用进行的，通过“创造语言”给予某种事物以某种意义。“创造语言”似乎是非常崇高的事情。其实，这种“创造语言”的事情是所有的人都在不停的进行着的。最切近、简单的例子是日常生活中的“命名”行为。例如，某人自己喂养的小猫起名为“小花”。为什么要起名字呢？当然是为了区别于其它的猫。这只猫对自己来说，具有不同于其它猫的特殊价值。由于赋予特别的名称，使其不能为其它所代替，从而完成了给予意义的活动。诗人、文学家、政治家等“为了打破日常语言的约定俗成的习惯”都不断地“创造语言”，并把这种由新鲜的语汇创造出来的意思，当作超越日常生活的手段。只要新的语汇具有某种意思（或能当作意义解释），那么它就是“符号”，已不再是按照习惯去表现旧有内容的“标志”，而是新诞生的符号。例如，“棋坛新星”、“东方巨龙”、“芦荡火种”等等。新的“符号”所产生的新内容给我们这个世界增添了新知识。这的确是一种创造活动，是“创造语言”的活动。

人们对于某些对象命名时，无须清楚了解它们的本来面目和性质。比如，“上帝”一词早已被创造出来，“上帝”的本来面目究竟是什么，也许始终弄不清楚。尽管如此，人们总想通过命名，假想某物的存在，并根据与自己的关系，给它规定一个位置。“上帝”这个符号是人们尝试抓住某个未知物，根据它与自己的关系给予它意义，把它引进我们这个世界中的产物。在自然科学中也常常引进某些未知的基本粒子或行星的符号，进行理性论证。近几年，人们把天空中某种“飞行物”命名为“不明飞行物”，关于“不明飞行物”的研究越来越受

到人们的关注。从宗教、艺术到科学的尖端领域，人们总是要给周围事物命名，赋予意义，给以符号，以便捕捉未知，研究客观世界，掌握客观世界。

现代，符号的概念已不再限于人类言语活动的一些标志，它已扩展到人类社会的很多方面。人文科学中的神话、宗教、文学等等，都被视为符号系统；自然科学的各个分支也几乎都各有其符号系统。不过，关于语言符号的研究，至今还是最重要的，因为它“简直就是其他符号研究的基础和模式”。

人类使用以语言为中心的各种各样的符号，“肯定和维持已经诞生的人类文化秩序使之功能化”，“有效地处理新的事物，把握其意义和价值，并把它纳入秩序化的世界中”，以致创造新的科学世界。正如有些学者所说，人类是“使用符号的动物”。

三、符号形式与符号内容

任何符号都包括两个方面，即符号形式（能指）与符号内容（所指）。符号是传播意识的一种意愿标志，其核心就是用“某事物代表某事物”。任何符号总依赖于两个“某事物”之间相互依存的关系。人们就把这两项依次称作“符号形式（能指）”和“符号内容（所指）”。瑞士著名语言学家、现代语言奠基人索绪尔称前者为“声音形象”，而后者是“声音形象所表达的概念”，还有些学者把这两项称为“表达表面”和“内容平面”。例如，1949年南京“总统府”门楼上升起五星红旗，五星红旗是“符号形式”或叫“能指”，“南京解放”就是“符号内容”或叫“所指”。


符号的功能是用符号形式代表符号内容，其基础是“符号

形式”和“符号内容”之间的相互依存关系。缺少这两项里的任何一项，“符号”以至“符号功能”都不能成立。例如，鸚鵡模仿人类语言说“早上好”的时候，从表面看来使用了人类一致的符号，但是它使用这种符号并非出于同样的符号内容，所以不能说鸚鵡与人类使用的是同样的“符号”或“符号形式”，其实，它们都是一些无所指的或者说没有符号内容的事物，不应作为“符号形式”来处理。

另外，即使有内容，不给予表现形式，那它也谈不上是“符号”或“符号内容”。而且，就是在由于人的主动性解释，使“事物”“符号”化的构造过程中，也只有当某种意义（“符号内容”、“所指”）被解释后，这事物才化为“符号形式”。

“符号形式”与“符号内容”在逻辑上为相互依存的关系是十分明确的。但是，二者的相互依存关系在心理上并不一定总是对称的。在日常使用的语言中，“符号”一词的运用常常是指“符号形式”。这是由于在符号的两个侧面中，“符号形式”对我们来说，是可以以某种形式感觉到的对象，而“符号内容”则未必。由于符号形式属于符号“显眼的”侧面，所以它很容易与“符号”本身的存在联结起来，暗示“不显眼的”符号内容的存在，从而代表着“符号”整体。例如，“停止”这个符号形式，就属于这种情况。如果球赛正在进行，这“显眼的”“符号形式”就会暗示双方以“符号内容”——“停止球赛”。反之，用“符号内容”代表“符号”整体就困难了。

“符号形式”优先，最典型的例子是宗教性的象征符号。这种象征符号中的“符号内容”是在日常应用的符号的层次上难

以理解的。它超越了日常范围的体验。信徒们相信在作为“符号形式”的象征符号背后，存在着某种“符号内容”，并有意地体验和把握它。纳粹分子的记号“”，其功能也近似

于宗教性的象征符号。只要作为象征符号的“符号形式”被明确地规定下来，“符号内容”的存在就会充分得到暗示。

四、符号学

符号学，顾名思义，是有关符号的科学。

有关符号的思想，可以追溯到古代。古希腊最伟大的哲学家亚里士多德在《解释篇》中论及语言时，已涉及符号问题。他写道：“由嗓子发出的声音是心灵状态的象征，写出的词句是由嗓子发出的词句的象征。同样，写出的文字，在所有的人那里不会一样，说出的话也不会都一样，尽管心灵状态在所有的人那里是一样的，以这些心灵状态为其意象的事物也是一样的。”这里，他已经谈到了声音、心灵状态和事物之间的关系，象征与符号是同义词。

稍后，斯多葛派哲学家们为了建立严密的三段论逻辑而明确讨论了符号问题。他们认为，符号有其发音的部分，有其被揭示的事物（它取决于人们的思维），有其被指示的外部对象。它们是连在一起的，其中，声音和对象是有形的，而事物是无形的。这与人们现在所讲的能指、所指和指代对象三个概念已十分接近。

到了17世纪，伟大的哲学家、数学家莱布尼茨，全面地发展了斯多葛派哲学家关于符号的思想，他认为关于符号的科

学，应能排列符号，使其表达所思。他终生的事业之一是寻找一种通用语言，潜心研究《万能算法》。他的目标是建立一种符号和术语的体系，以便整理和简化逻辑推理的基本要素。他在数学中达到了自己的目标。在一切科学和数学中，他所建立的无穷小运算是符号和术语体系的极好范例。莱布尼茨被誉为历史上最伟大的符号学者之一。

19世纪，布尔的符号逻辑发展了莱布尼茨的《万能算法》。布尔在其《逻辑的数学分析》中，把数学方法引入了逻辑学，同时，提出不借助哲学和心理学就可以说明能指过程的一些数学程序。正是在这一道路上，美国哲学家、逻辑学家皮尔斯提出有必要建立一种新科学，这种科学论述符号的意指作用（能指与所指之间的关系），论述意指作用诸系统间的可调换性以及它们在物质范畴内的关系，这就是符号学。在他看来，符号学只不过是更广泛意义上的逻辑学的代名词，他写道：

“逻辑学，我认为我曾指出过，就其一般意义而论，只不过是符号学的另一种说法而已，符号学是关于符号的几乎是必然的和形式的学说。在把这门学科描述成‘几乎是必然的’或形式的学科的时候，我注意到，我们是竭力来观察这些符号的特征的，而且，根据这些观察，并借助于抽象活动的一种过程，我们已经到了可以对由科学才智使用的各类符号的特征进行十分必要的判断的时候了。”

他的《存在的曲线图》一书，使人看出，他曾试图建立一种广泛的符号学。

几乎在同一个时期，索绪尔把符号学设想为“研究社会生活中符号生命的科学”。他把言语活动看成是一个系统，而这个系统又不同于纯粹的逻辑系统。他写道：

“语言是一种表达观念的符号系统，因此，可以比之于文学、聋哑人的字母、象征仪式、礼节、形式、军用信号等等。它只是这些系统中最重要。因此，我们可以设想有一种研究社会生活中符号生命的科学；它将构成普通心理学的一部分；我们称它为符号学。它会告诉我们符号是由什么构成的，受什么规律支配。因为这门学科还不存在，我们说不出它将会是什么样子，但是，它有存在的权利，它的地位是预先确定了的。语言学不过是这门一般科学的一部分，将来符号学发现的规律也可应用于语言学，所以后者将属于全部人文现象中一个非常确定的领域。”

这里索绪尔明确了语言学和符号学之间的关系，并预示了语言学研究会将对普通符号学的发展做出贡献。

人们一般认为，皮尔斯与索绪尔是现代符号学的奠基人。索绪尔着重符号的社会功能，皮尔斯着重符号的逻辑功能。这两方面是密切相关的。

有关符号的一般理论是在本世纪初才出现的。这种理论最初以普通语义学的名称，首先引起了逻辑学家们的兴趣。索绪尔的设想，很晚才得到实施，那是1964年，法国著名符号学家罗兰·巴特写出了《符号学要素》一文。

1969年，国际符号学研究协会成立，这标志着符号学研究进入了一个新阶段。之后，欧、美、前苏联及日本等国均有不少人开始研究符号学；很多学科都采用了符号学的研究方法；符号的分类研究，导致了符号学研究的各个分支，使人们看到符号学在不少领域具有广阔的前景。

目前，数学符号学，还是亟待开垦的“处女地”。