

孙富 著

金融定量分析基础



中国金融出版社

货币银行学

主编 曾康霖 殷孟波

4

西南财经大学出版社

责任编辑:储爱武
责任校对:潘 洁
责任印制:郝云山

图书在版编目(CIP)数据

金融定量分析基础/孙富著. —北京:中国金融出版社, 1999. 4

ISBN 7-5049-1965-9

I. 金…

II. 孙…

III. 经济数学-方法-应用-金融-经济活动分析

IV. F 83

中国版本图书馆 CIP 数据核字(97)第 09537 号

出版: **中国金融出版社**

发行:

社址: 北京广安门外小红庙南里 3 号

邮码: 100055

经销: 新华书店

印刷: 北京市长阳印刷厂

开本: 850 毫米×1168 毫米 1/32

印张: 5.5

字数: 143 千

版次: 1997 年 12 月第 1 版

印次: 1999 年 4 月第 2 次印刷

印数: 3001—5000

定价: 11.50 元

前 言

随着科学技术的高度发展和金融改革的深入,定性与定量相结合的分析方法、定量分析方法,在金融业中的运用越来越广泛,越来越重要了。要搞好金融定量分析,至少要掌握好两方面的知识:一是金融方面的理论和业务知识;二是定量分析的基本知识、基本理论和基本方法。本书侧重于第二方面知识的讲解和探讨,主要目的是让读者掌握金融定量分析的基本方法,结合自己的业务实际和工作需要进行必要的定量分析。

本书从定量分析基础知识和必须掌握的一些数学方法的介绍开始,到金融现象的量化,金融数学模型的建立,各种情况的分析举例,最后对金融的一些方面进行定量分析,如储蓄方面的定量分析和优化处理,债券组合的风险变化规律的定量分析和优化处理,商业银行经营决策优化等。希望能对有志于搞好金融定量分析的同志有所帮助。

本书是为金融业务工作者和理论研究人员以及金融大中专师生等编写的,可作为金融大中专院校的选修课教材、专题课教材和师生教学参考书。

由于作者水平有限,加之时间仓促,很可能存在一些不足和错误,敬请读者批评指正。

作 者

一九九七年七月三十日

目 录

第一章 数学科学与金融定量分析·····	(1)
§ 1.1 数学方法 ·····	(1)
§ 1.2 对数学科学的新认识 ·····	(4)
§ 1.3 金融工作中的定量分析 ·····	(11)
§ 1.4 金融数学简介 ·····	(23)
第二章 金融定量分析基础·····	(28)
§ 2.1 金融现象量化 ·····	(28)
§ 2.2 建立金融数学模型 ·····	(34)
§ 2.3 定量分析举例 ·····	(56)
第三章 金融定量分析·····	(82)
§ 3.1 储蓄定量分析与优化处理 ·····	(82)
§ 3.2 债券定量分析 ·····	(104)
§ 3.3 债券组合风险分析与组合优化 ·····	(125)
§ 3.4 我国国有商业银行经营管理优化模型探讨 ···	(160)

第一章 数学科学与金融定量分析

现代社会已经是一个靠知识驱动的智能系统,因此,数学科学对于现代社会的发展,再也没有比今天更具有直接和明显的作用了,它已经成为发展社会生产力直接和明显的动力之一。数学在各行各业有着广泛的运用。经济研究和经济工作者离不开数学。数学科学为定量分析提供方法和工具,金融定量分析更离不开数学。要想搞好金融定量分析,就必须具有一定的数学修养,掌握必要的数学知识和数学方法。还要对数学在金融理论研究、金融计算、风险分析、优化处理、证券投资分析、金融业务定量分析等方面的运用等有一个充分的认识和给与足够的重视。并能很好地掌握和运用这些方法为金融事业服务,促进金融事业的发展。下面分几个方面详细说明。

§ 1.1 数学方法

数学是研究客观世界中的数量关系和空间形式的科学。它的特点是:高度的精确性,高度的抽象性和运用的广泛性。

数学方法是科学方法的一种。它是把客观事物的形态、关系及其过程用数学语言表示出来,进行推断、演算和分析,以形成对问题的解释、判断和预言的一种方法。它具有横向移植的特征,在整个科学领域中有着广泛的运用。数学方法是一种定量分析方法。

数学方法很多,下面仅给出一部分常见和常用的数学方法:

比较法,确定对象间的共同点和差异点的方法。有比较才能鉴别,比较法在认识上具有重要作用。一方面,通过比较,人们掌握了不同事物的共同点,这有利于引导人们去探索事物的共同本质和规律性;另一方面,通过不同点的比较,人们可以去探索事物的特殊本质和特殊规律。比较有纵向比较和横向比较,同类比较和异类比较,直接比较和间接比较,数学模型与客观事物的比较,正反比较,等等。比较法在经济、金融中有广泛的运用。

几何直观法,借助于几何图形启迪思维、发现规律的一种方法。图解法、图象法属于几何直观的方法。运用图解法的关键在于根据具体问题有关数量关系给以恰当的几何解释,构造出所需的几何图形,通过对几何图形的特征分析,以达到解决问题的目的。

平衡分析法,一种概率统计方法,是借助于平衡表研究国民经济中收入和支出、资源和需要等平衡关系的方法。

列表法,将数学、图形或数学式子有秩序地排成横行或纵行,以此进行数学计算或发现规律的一种方法。

运筹学方法,把所要研究的问题作出综合性的统筹安排和对策,以便最经济地使用人力、物力和财力,使总体效益达到最佳的一种科学方法。运筹学大体包括:线性规划、非线性规划、整数规划、动态规划、排队论、搜索论、统筹法、决策论、对策论、存贮论、图论、价值论等内容。各部分内容都有一些处理问题的方法。如线性规划有图解法、单纯形方法、对偶单纯形法、匈牙利方法等;非线性规划有0.618法、二次插值法、牛顿法、梯度法、变尺度法、方向加速法、坐标轮换法等。

均值法,亦称平均值代换法。其含义是:从问题中一些量的平均值出发,分析处理已知和未知之间的关系,从而达到解决问题目的的一种方法。

极限法,是利用极限概念处理问题的一种方法。它渗透于全

部无穷小分析理论中,数学中许多重要理论是运用这一方法建立起来的。

统计方法,是有关收集和取得数据资料,并对其进行整理、分析,以对所研究的问题作出判断和预测的方法。统计方法有如下特点:它是从事物的外在数量表现考察事物的规律性;具有由部分推断整体的性质;由统计方法得出的结论可能有误差或错误。

概率论方法,是从量的方面研究对象的偶然性与必然性关系的一种方法。

数理统计方法,应用概率论的结果,通过样本来了解和判断总体的统计特性的数学方法。它包括总体参数的估计、统计检验、方差分析、回归分析、正交试验设计、抽样检验、质量评估等。

数学模型方法,是把所考察的问题建立相应的数学模型,通过数学模型的研究,使问题得以解决的方法。

模糊数学方法,处理具有模糊现象的客观对象的一类问题的数学方法。

还有几何平均法、几何图形法、分段讨论法、分析综合法、双轨迹模型、平移法、归纳推理、出入相补原理、四舍五入法、生成函数法、矢量法、代入验证法、外推算法、矛盾转化法、有序化方法、有限差分法、存在性抽象、轨迹交点法、同一法、同真假联合法、仿射变换法、似真推理、向量法、行列式法、交集法、关系推理、孙子定理、形式化方法、形式逻辑方法、均方根平均、极端化方法、克莱姆法则、求差比较法、体积法、位似作图法、坐标法、完全归纳法、穷举法、枚举归纳法、构造法、构造图形法、取样方法、直接推演法、抽样方法、抽屉原则、抽象分析法、拉格朗日插值方法、非逻辑方法、图示法、图象法、图解法、物理模拟法、放缩法、试探法、降次法、降价法、降维法、参数法、线性插值法、组合法、经验归纳法、相关分析法、面积法、拼补法、尝试法、科学计数法、科学抽象法、矩阵的初等变换、顺推法、待定法、待定系数法、恒等变换法、差分法、类比法、

类比推理、逆推法、统计分组法、逐次逼近法、逐步淘汰原理、换元法、积分法、积分求导法、消去法、容斥原理、递推法、递归方法、调合平均、展开法、理想化抽象、黄金分割法、描点法、排他法、辅助函数法、常量与变量转化法、逻辑方法、逻辑分类方法、移植法、假定推理、假设调整法、凑微分法、淘汰法、综合法、联言推理、插入法、插值法、最小二乘法、等值变形法、等式与不等式转化法、筛选法、概括方法、微分法、解析法、数学观察、数学猜想、数形结合法、数形转换法、数学实验法、数值代换法、数学抽象法、数理逻辑方法、数学机械化方法、数学符号化方法、算术平均、增量法、瞎子抓爬山法、整体分解法、辩证逻辑方法等等,就不一一解释了。

数学科学大体上可分为基础数学、应用数学和计算数学。数学分析、代数、几何、概率论、数理逻辑等属于基础数学;数理统计、运筹学、控制论、经济数学等属于应用数学;计算数学由于电子计算机的出现,近40年有极其迅速的发展,人们已经把计算作为与理论、实验鼎足而立的第三种科学方法而引入科学界。

以上是对数学科学的知识性、常识性的认识。下面谈几点对数学科学的新认识。

§ 1.2 对数学科学的新认识

一、高技术本质上是一种数学技术

国家的繁荣富强,关键在于高新的科学技术和高效率的经济管理。这是当代有识之士的一个共同见解,也已为各发达国家的历史所证实。高新技术的基础是应用科学,而应用科学的基础是数学。高技术本质上是一种数学技术已为越来越多的人所接受。这种观点把数学对高新技术的作用,从而对国富民强的作用,清楚地表达出来了。80年代美国的一些科学家指出:在现今这个技术

发达的社会里,扫除“数学盲”的任务已经替代了昔日扫除“文盲”的任务而成为当今教育的重要目标。人们可以把数学对我们社会的贡献比喻为空气和食物对生命的作用。事实上可以说我们大家都生活在数学的时代——我们的文化已经“数学化”。美国一些数学家认为:高科技的出现,把我们的社会推进到数学工程技术的新时代。

高科技是保持国家竞争力的关键,这从海湾战争可以明显地看出来。1990年伊拉克点燃了科威特的数百口油井,浓烟遮天蔽日。美国及其盟军在“沙漠风暴”以前,曾严肃地考虑点燃所有的油井的后果。据美国《超级计算评估》杂志披露,五角大楼要求太平洋—赛拉研究公司研究此问题。该公司利用 Arier-stokes 方程和有热损失能量方程作为计算模型,在进行一系列模拟计算后得出结论:大火的烟雾可能招致一场重大的污染事件,它将波及到波斯湾、伊朗南部、巴基斯坦和印度北部,但不会失去控制,不会造成全球的气候变化,不会对地球的生态和经济系统造成不可挽回的损失,这也减轻了美国下决心采取行动的顾虑。

二、数学科学对经济发展和竞争十分重要

《数学科学技术与经济竞争力》一书的作者 Glimm 教授认为:数学就是国力,就是经济竞争力。好的经济工作者决不只是定性思维者,他不能只满足于粗线条的大致估计,而必须同时是一位定量思维者。所谓定量思维是指人们从实际中提炼数学问题,抽象化为数学模型,用数学计算求出此模型的解或近似解,然后回到现实中进行检验,必要时修改模型,使之更切合实际,最后编制解题的软件包,以便得到更广泛的运用。数学科学不仅帮助人们在经营中获利,而且给予人们以能力,包括直观思维、逻辑推理、精确计算的能力以及结论的明确无误。这些都是精明的经济工作者和科技人员所应具备的工作素质。大而言之,也是每个公民应该具备

的科学文化素质,所以数学对提高民族的科学文化素质起着非常重要的作用。

环顾世界,所有的经济大国和科技大国,也必然是数学强国。从近代资本主义国家的历史看,数学发达中心与经济发达中心在地理位置上总是相吻合的。文艺复兴的意大利,是当时当之无愧的数学中心,这种地位 17 世纪转移到英国,后来法国取代英国,19 世纪 70 年代德国数学起而夺魁,第二次世界大战后美国又成为最重要的数学大国了。

三、数学与 Nobel 经济学奖

数学在诺贝尔经济学奖获得者成功的路上,起到非常重要的作用,下面分两方面说明。

(一)较高的数学修养是获奖者的基本素质之一

诺贝尔经济学奖获得者,都曾经发现过新经济规律,或者提出新的方法,在经济理论研究和实际经济工作方面有过突出贡献。他们是著名的经济学家,有非常高的经济学修养,这是不言而喻的。同时,他们也都有相当高的数学修养,并且数学修养对大多数获奖者起到过非常重要的作用。

从 1969 年到 1986 年这十七年中,共有 24 人获得诺贝尔经济学奖,他们大多具有精深的数学知识。

阿罗 1914 年在哥伦比亚大学获得数学硕士学位,后来成为经济学、统计学和运筹学教授,曾任经济计量学会会长、管理科学学会会长、数理统计学会会员。约翰·希克斯在牛津的贝里尔学院受教育,是靠数学奖学金资助的,他在中学时代和牛津的第一年,已经是一个数学专家了。康托罗维奇毕业于列宁格勒大学数学系,是数学博士和教授。佳林·C·库曾曼斯在乌特里特大学的前三年学习的重点是数学,后来选了一个数理统计学题目,作为博士论文,成为数理统计学博士。密尔顿·弗里德曼大学毕业后专修数学。

伯特尔·奥林由于在学校时数学成绩最好,后来进入伦德大学学习数学、统计学和经济学。赫伯特·A·西蒙在科学理论、应用数学、统计学、运筹学、经济学和企业管理方面有很高的修养,作出了突出的贡献。克莱因早期就醉心于大学水平的高等数学,并在洛杉矶市立学院数学系学习。托宾的博士论文是关于消费函数的理论和统计方面的问题。德布鲁获得学士学位后,一直努力学习数学专业课,争取成为数学助教,他后来成为数学教授及运筹学和经济计量中心的访问教授。莫迪里安尼的老师雅可比·马尔沙克帮助他打下扎实的计量经济学基础和一些数学基础。萨缪尔逊是一名数理统计学家,他的成名之作《经济分析基础》,总结并提高了当时的数理经济学成果。弗里希在获得经济学学位一年后,到国外积极学习经济学和数学,后来根据一个数理统计题目的博士论文获哲学博士学位。丁伯根是中央统计局商业循环研究的统计学家,莱顿大学物理学博士。列昂惕夫是投入产生技术的唯一的和没有挑战的创造人,他是经济计量学会主席、统计学会会员。菲德列·奥格斯特·冯·海叶克曾任伦敦大学统计学教授。根纳·缪达尔是经济计量学会会友。詹姆士·梅德写过《支付平衡》和《贸易和福利》两本书及数学附录。路易斯和舒尔茨在建造模型方面很有建树。乔治·丁·蒂格勒是哥伦比亚大学的统计研究组的成员,1946年发表了一篇关于线性规划的早期著作《生产成本》。斯通使用大方程系统以阐明系统内部的相互依存关系。詹姆斯·麦吉尔·布坎南最出名的作品是《同意的计算》。

从以上的介绍可看到在这 24 人中,有数学家 6 人(包括数理统计学家)、占 25%,数学爱好者 11 人(他们中许多人有非常高的数学修养,完全可以称得上数学家)、统计学家 3 人、计量经济学家 2 人,共 22 人,都具有较高的数学修养,占获奖者的 91.6%。还有两名获奖者,由于资料限制,还不能很好地说明他们的数学水平。但是,西方经济学最显著的特点之一是数学方法的运用。作为西

方著名的经济学家,他们一般也有较高的数学修养。

(二)数学方法的运用是获奖者获奖的重要因素之一

在经济理论研究中,数学充当着极为重要的角色。当前参加经济理论的国际性学术讨论会的经济学家,所提交的论文,差不多每一篇都要与数学模型的建立和分析紧密结合。国际上经济理论界出现一种倾向,离开数学模型、定量分析,一篇文章的理论分析便似乎不够精密,因而也就缺乏较高的学术价值。许多诺贝尔经济学奖获得者,都具有较高的数学修养。他们成功地运用数学方法,建立数学模型,对经济问题进行定量分析,是他们获奖的重要原因。例如:费瑞因为首创试图描述资本主义经济周期的数学模型和对经济计量学方法论所作出的重要贡献而获奖;丁伯根将他的数学才能用于经济学,由于对经济计量学的发展所作的贡献和发展运用了动态模型分析经济过程而获奖;萨缪尔逊在经济理论中,运用多种数学工具,采用了既包括静态均衡分析,也包括动态分析过程的分析方法;库兹涅茨利用大量的历史统计资料描述和分析了一百多年来,各国经济增长的特点及变化趋势和相互之间的联系,这是他的主要贡献;阿罗运用新的数学工具研究一般均衡理论,使得该理论更加概括和简明,而受到西方经济界的高度赞誉;缪尔达尔由于在货币理论和经济波动理论方面的首创性研究而获奖,主要著作有《货币均衡论》,他提出把某些经济变量区分为事前的和事后的这两个概念工具;康托罗维奇致力数学和经济最优计划问题,他的重要贡献是1938年首次提出了求解线性规划问题的方法;柯普曼的成就主要表现在对计量经济学的发展及将线性规划运用于经济分析这两方面,线性规划中的活动分析是由他创立和发展起来的;德布勒正式利用数学理论去证实自由经济的原理,使之成为普遍性、简单的经济规律,他把新的分析方法纳入经济理论中,并把一般均衡理论予以严密的组织,证明了均衡创造出来的价格是存在的;斯通因为提出国家核算系统、开创了国家核

算系统的理论基础和实际运用而获奖；西蒙曾从事经济计量学的研究，在决策中运用了运筹学、统计分析和计算机程序等，在科学理论、应用数学、统计学、运筹学、经济学和企业管理方面作出了贡献；托宾在计量经济方法、投资风险理论等方面卓有成效，在经济计量方法和严格数学化的风险理论、家庭和企业行为理论、一般宏观理论和经济政策等方面作出了很大贡献；列昂惕夫发展了投入产出法，并用这种方法解决重要经济问题；弗里德里主要著作有《消费函数的一个理论》；希克斯用传统的工具，给全部均衡理论注入新的生命；克莱因因为建立经济计量模型以及将它们用于分析经济波动和经济政策而获奖；莫迪里安尼由于以生命周期假说出名的家庭储蓄理论的建立和发展，以及他关于资本费用和公司的市场价值决定的莫迪里安尼——半勒定理的形成而获奖，生命周期假说的一个严格的数学形式引申出许多无法从先前理论进行推导的结论。

以上 16 名获奖者占获奖人数的 67%，他们中有的运用多种数学工具分析经济问题，有的使用数学理论去证实经济原理，有的致力于数学与经济学的结合，有的在经济计量学方面作出突出成就，有的创建经济数学模型等。数学方法对他们获奖所起的重要作用，是显而易见的。

这 24 名诺贝尔经济学奖获得者的数学修养、数学方法的运用、数学与经济的结合等几个侧面，向人们展示了他们成功的一个重要因素。这会给经济工作者、数学工作者一些重要启示，展示一条道路，让更多的人在经济研究中获得成功。

四、数学与管理科学

第二次世界大战之后，西方管理理论出现了一批学派，诸如社会系统学派、决策理论学派、系统管理学派、经验学派、权变理论学派、管理科学学派、组织行为学派、社会技术系统学派、经理角色学

派、经营管理学派等 11 种主要学派,它们的理论共同构成了管理科学的大厦。

狭义管理科学概念的代表是管理科学学派,也称数理学派。属于管理科学学派的人数最多,但并没有公认的创始人。这些学者、专家大都身兼数职,具有自然科学家和管理专家的双重头衔。他们把管理科学概括为:依照科学方法制定出用于管理程序的数学模式,并通过现代工具把这些模式运用于实际的管理事务中。管理科学学派继承了泰罗的科学管理、定量分析的传统,运用并发展了一些数学方法、系统分析方法以及应用计算机技术。管理科学学派的出现,是由于第二次世界大战后,数学作为方法论和语言工具,给管理的科学化、系统化以及改进管理决策的可行性带来了巨大的影响,特别是电子计算机的发展为其应用和解决实际问题提供了有利的条件。

超狭义的管理科学概念则把管理科学局限于管理数学、运筹学的研究。诚然,有关的数学方法作为管理科学的一部分内容促进了管理科学的发展,但数学并不是管理科学的全部内容。

人们曾以为管理科学就是指管理科学学派的理论和方法,这是一种误解。广义的管理科学概念,我们引用中国自然科学基金会管理科学组的定义:管理科学是研究人类管理活动的规律及其运用的学科。管理科学用定性与定量相结合的方法,运用各种手段,深入研究复杂的管理问题。

管理科学从行为科学、数学、系统科学以及社会学等方面吸取并发展了一系列的概念和方法。特别是从数学、系统科学中吸取提出了最优化、目标函数、约束、反馈、系统等等概念,而最基本的概念是模型,即对现实世界的抽象。这些概念和方法有效地整理了杂乱的数据和零散的经验。因此,在管理活动中被经常的大量的运用。

§ 1.3 金融工作中的定量分析

金融是经济的一个重要领域,当然也像其他经济领域一样,在理论研究、经营管理和业务工作等方面,数学也起着重要的作用,也是必不可少的工具。数学与金融相结合,在金融理论研究、探讨规律、开拓新方法方面,在金融定量分析、系统分析、优化处理方面,在科学预见、正确决策方面,在计算、评估、风险分析方面都能起到重要作用。下面分两方面来介绍数学在金融工作中的运用:一是按数学体系介绍,一是按金融业务体系介绍。

一、数学在金融中的运用

(一)初等数学

初等数学在金融行业中运用非常普遍。从基层营业所、储蓄所到县、市、地区、省行和总行各级行;从储蓄、信贷、计划、会计到保险、统计、审计各职能部门,都在不同程度地使用初等数学。如用加、减、乘、除四则运算,比、比率、百分数、函数、几何作图、指数、对数、等差数列、方程、方程组、排列组合、乘法公式等进行金融业务的计算和定量分析。

在利息计算方面。可以建立单利、复利基本公式,给出近似计算公式、误差公式,根据公式编制各种利息查算表,研究和建立新的算法和公式,改进原算法和公式。可以进行必要的简算、速算和验算,如用速算查表法、基数查表法、帐面积数累计法等计算活期储蓄利息,用弃九法进行必要的验算。可以用公式法、加减法、积数累计法、平均存期法、定额计息法、查表法等计算零存整取利息。可以作利随本清贷款、定期结息贷款等贷款利息的计算,可以进行贷款利率贴现率的换算,可以计算现值、终值、利率等。可以计算债券利息、利率、收益率、价格。可以用算术平均法、加权平均法、

几何平均法计算股票价格指数。可以计算保险费率、加保减保的保险费、定值不定值比例赔偿等。

在信贷风险管理方面。信贷风险度管理是金融风险管理的重要组成部分。它是指在信贷资金营运过程中,运用数学方法,对贷款对象、贷款方式和贷款形态等方面存在的风险进行量化,并按照量化的指标对贷款进行审定、控制、监测的一种贷款管理办法。计算公式如下:

审查一笔贷款风险度时,

$$\text{贷款风险度} = \frac{\text{贷款方式}}{\text{风险权益}} \times \frac{\text{贷款对象}}{\text{风险权益}}$$

检查一笔贷款风险度时,

$$\text{贷款风险度} = \frac{\text{贷款}}{\text{方式}} \times \frac{\text{贷款对象}}{\text{风险权益}} \times \frac{\text{贷款形态}}{\text{风险权益}}$$

考核一个企业、分(支)行或一个信贷员管辖的贷款风险度时,

$$\text{贷款风险度} = \frac{\sum \text{贷款加权风险权重额}}{\sum \text{贷款余额}}$$

其中,

$$\text{贷款加权风险权重额} = \frac{\text{贷款}}{\text{金额}} \times \frac{\text{贷款方式}}{\text{风险权重}} \times \frac{\text{贷款形态}}{\text{风险权重}}$$

在银行定量预测、决策方面。可以运用相关因素推算法、简单趋势法、平均变动趋势法、简单平均法、几何平均法、移动平均趋势法、指数平滑法等简单预测方法,对储蓄存款余额等方面进行预测。可以用投资回收期法、现值法、净现值法、终值法、内含报酬率法等进行投资计算、分析、决策;可以用盈亏平衡分析法计算银行业务保本点,进行盈利分析、拆借利率分析、浮动利率分析、计算相关因素变动对利润影响,核定贷款额度等。可以运用比较分析法、比率分析法、因素分析法、分组比较分析法、平衡分析法等进行银行经营状况分析比较,如进行存款数量、构成的分析,流动资金贷款利用效益分析等。可以建立爱塞尔函数、希克罗函数等投资函