经济数学基础 习题集

JINGJI SHUXUE JICHU XITI JI

姚孟臣 赵坚 顾静相 周永胜 编

中央廣播電視大學出版社

经济数学基础习题集

姚孟臣　赵　坚　顾静相　周永胜　编

中央广播电视大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

经济数学基础习题集/姚孟臣等编. - 北京:中央广播电视大学出版社,1999.8

ISBN 7 - 304 - 01780 - 5

Ⅰ.经… Ⅱ.姚… Ⅲ.经济数学 - 习题 Ⅳ.F224.0 - 44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 44872 号

经济数学基础习题集

姚孟臣 赵 坚 顾静相 周永胜 编

出版·发行/中央广播电视大学出版社

经销/新华书店北京发行所

印刷/北京密云胶印厂

开本 850×1168 1/32 印张/21.125 字[illegible]/544 千字

版本/1999 年 4 月第 1 版 1999 年 [illegible]印刷

印数/0001 - 10000

社址/北京市复兴门内大街 160 号 邮编/100031

电话/66[illegible]19791 6851[illegible]502 (本书如有缺页或倒装,本社负责退换)

书号:ISBN 7 - 304 - 01780 - 5/O·95

定价:27.50 元

前　言

经济数学基础是高等院校经济、管理类各专业的重要基础课。为了适应中央广播电视大学、高等教育自学考试及学历文凭考试《经济数学基础》课程的教学需要，根据有关的《教学大纲》和《考试大纲》的要求，我们编写了《经济数学基础习题集》及《经济数学基础习题解答》（共四册）。

《经济数学基础习题集》分为4部分。第1部分：一元微分学；第2部分：一元积分学、多元微积分、级数、微分方程；第3部分：线性代数、概率统计初步；第4部分：练习题答案。全书分为十六章，分别给出了有关的简要内容及大量练习题，书的最后附有参考答案。

《经济数学基础习题解答》共三册，分别给出三部分的习题的详细解答。

本册为《经济数学基础习题集》。

为了使得学生通过一定数量题目的练习，更好地理解和掌握有关的基本概念和基本解题的方法，培养逻辑推理能力及运用所学知识分析、解决实际问题的能力，并使得他们在这个过程中不断地增加对考试的适应能力和通过考试的自信心。本书所选的题目打破过去习题集的单一类型，分别为填空题、单项选择题、解答题（其中包括计算题、应用题、证明题）等。

本丛书适合参加自学考试、学历文凭考试及电大注

目　录

第1部分　一元微分学

第2部分　积分、级数、多元函数及微分方程

第3部分 线性代数和概率统计

第 1 部分

一元微分学

第1章 函 数

1.1 函数概念

设 X 是一个给定的数集，f 是一个确定的对应关系，如果对于 X 中的每一个元素 x，通过 f 都有 $\boldsymbol{R}$ 内的唯一确定的一个元素 y 与之对应，那么这个关系 f 就叫做从 X 到 $\boldsymbol{R}$ 的**函数关系**，简称**函数**，记为

$$f: X \to \boldsymbol{R} \text{ 或 } f(x)=y.$$

我们把按照函数 f 与 $x \in X$ 所对应的 $y \in \boldsymbol{R}$ 叫做 f 在 x 处的**函数值**，记作 $y=f(x)$. 并把 X 叫做函数 f 的**定义域**，而 f 的全体函数值的集合

$$\{f(x) \mid x \in X\}$$

叫做函数 f 的**值域**，通常用 Y 来表示，即

$$Y=\{f(x) \mid x \in X\}.$$

今后我们把函数用

$$y=f(x), x \in X$$

来表示. 并说 y 是 x 的函数，其中 x 叫做**自变量**，y 叫做**因变量**. 由于在我们讨论的范围内，函数 f 和函数值 $f(x)$（即 y）没有区分的必要，因此通常把 y 叫做 x 的函数.

一般地，当 $f(x)$ 是用 x 的表达式给出时，如果不特别声明，那么函数的定义域就是使 $f(x)$ 有意义的全体 x 的集全，通常称它为**自然定义域**.

例如函数 $y=\frac{1}{2}gx^2$ 的自然定义域为 $(-\infty, +\infty)$.

除了用字母“f”表示函数以外，当然也可以用其它的字母，例如，用“F”，“φ”等等来表示函数，甚至可以用 $y=y(x)$ 来表示一个函数．但在同一个问题中不同的函数一定要用不同的符号来表示．

在定义中，我们用“唯一确定”来表明所讨论的函数都是单值的．所谓**单值函数**就是对于 X 中的每一个值 x，都有一个而且只有一个 y 的值与之对应的函数：对于 X 中的某个 x 值有多于一个 y 的值与之对应的函数，叫做**多值函数**．

(一)填空题

1.1.1 函数 $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x-2}$ 的定义域是________．

1.1.2 函数 $y=\dfrac{1}{|1-x|}$ 的定义域是________．

1.1.3 设 $f(x+1)-f(x)=8x+3$，则 $f(x)=ax^2+bx+5$ 中的 $a=$________，$b=$________．

(二)单项选择题

1.1.4 $y=\dfrac{1}{\lg(x-1)}$ 的定义域是

A. $(1,+\infty)$　　B. $(0,1)\cup(1,+\infty)$

C. $(0,2)\cup(2,+\infty)$　　D. $(1,2)\cup(2,+\infty)$

1.1.5 函数 $y=\dfrac{\sqrt{2x+1}}{2x^2-x-1}$ 的定义域是

A. $\left(-\infty,-\dfrac{1}{2}\right)\cup\left(-\dfrac{1}{2},+\infty\right)$

B. $\left(-\dfrac{1}{2},+\infty\right)$

C. $\left(-\infty,-\dfrac{1}{2}\right)\cup\left(-\dfrac{1}{2},1\right)\cup(1,+\infty)$

D. $\left(-\dfrac{1}{2},1\right)\cup(1,+\infty)$

1.1.6 函数 $y=\frac{\ln(x+1)}{\sqrt{x-1}}$的定义域是

A. $\{x \mid x>-1\}$　　B. $\{x \mid x>1\}$

C. $\{x \mid x\geqslant -1\}$　　D. $\{x \mid x\geqslant 1\}$

1.1.7 函数 $y=\frac{x-1}{\ln x}+\sqrt{16-x^2}$的定义域为

A. $(0,1)$　　B. $(0,1)\cup(1,4)$

C. $(0,4)$　　D. $(0,1)\cup(1,4]$

1.1.8 函数$\sqrt{\frac{x^2-4}{x-2}}$的定义域是

A. $[-2,+\infty)$

B. $[-2,2)\cup(2,+\infty)$

C. $(-\infty,-2)\cup(-2,+\infty)$

D. $(-\infty,2)\cup(2,+\infty)$

1.1.9 函数 $y=\ln|\sin\pi x|$的值域为

A. $[-1,1]$　　B. $[0,1]$

C. $(-\infty,0)$　　D. $(-\infty,0]$

1.1.10 $\arcsin x+\arccos x=$

A. 0　　B. $\frac{\pi}{2}$

C. π　　D. 2π

1.1.11 函数 $y=\sqrt{x-x^2}$的值域是

A. $y\geqslant 0$　　B. $y\leqslant 1$

C. $0\leqslant y\leqslant \frac{1}{2}$　　D. $0\leqslant y\leqslant \frac{1}{4}$

1.1.12 若函数 $f(x)=|1+x|+\frac{9(x-1)}{|2x-5|}$，则 $f(-2)=$

A. 4　　B. 8

C. -2　　D. -4

1.1.13 下列关系中，(　)不是函数关系．

A. $y=\sqrt{-x}$　　B. $y=\ln(-x^2)$

C. $x^2=y+1$　　　　　　　　D. $y^2=x+1$

1.1.14　下列(　)中,两函数是相同的函数.

A. $y=\dfrac{x\ln(1-x)}{x^2}$ 与 $y=\dfrac{\ln(1-x)}{x}$

B. $y=\ln x^2$ 与 $y=2\ln|x|$

C. $y=\sqrt{1-\sin^2 x}$ 与 $y=\cos x$

D. $y=\sqrt{x(x-1)}$ 与 $y=\sqrt{x}\sqrt{x-1}$

1.1.15　以下各组函数中表示同一函数的一组是

A. $f(x)=\log_a x^2$ 与 $g(x)=2\log_a x$

B. $f(x)=x-1$ 与 $g(x)=\dfrac{(x-1)^2}{x-1}$

C. $f(x)=x$ 与 $g(x)=\sqrt{x^2}$

D. $f(x)=1$ 与 $g(x)=\sin^2 x+\cos^2 x$

1.1.16　下列各对函数中为同一函数的是

A. $\ln x^2$ 与 $2\ln x$　　　　　　　　B. $e^{-\frac{1}{2}\ln x}$ 与 $\dfrac{1}{\sqrt{x}}$

C. $(\sqrt{x})^2$ 与 $\sqrt{x^2}$　　　　　　　　D. x 与 $\sin(\arcsin x)$

1.1.17　函数 $f(x)=\sqrt{x+1}\sqrt{x-1}$ 与 $g(x)=\sqrt{x^2-1}$ 表示同一函数,则它们的定义域为

A. $(-\infty,1]$　　　　　　　　B. $[1,+\infty)$

C. $(-\infty,1)$　　　　　　　　D. $(1,+\infty)$

1.1.18　下列各对函数表示相同关系的是

A. $y=f(x),y=f(t)$　　　　　　　　B. $y=f(x),y=g(x)$

C. $y=f(x),y=\varphi(x)$　　　　　　　　D. $y=f(x),y=\psi(x)$

(三)解答题

1.1.19　求函数 $f(x)=\lg\dfrac{x}{x-2}+\arcsin\dfrac{x}{3}$ 的定义域.

1.1.20　求函数 $f(x)=\sqrt{x-1}+\dfrac{1}{x-2}+\lg(4-x)$ 的定义域.

1.1.21 求函数$f(x)=\sqrt{x^2-x-6}+\arcsin\frac{2x-1}{7}$的定义域.

1.1.22 已知$f(x)=x^3+x^2+x+1$,证明$x^3f(\frac{1}{x})=f(x)$.

1.2 函数的简单性质

1. 奇偶性

设函数$y=f(x)$的定义域X为一个对称数集,即$x\in X$时,有$-x\in X$.若函数满足

$$f(-x)=-f(x),\ \forall x\in X,$$

则称$f(x)$为**奇函数**;若函数满足

$$f(-x)=f(x),\ \forall x\in X,$$

则称$f(x)$为**偶函数**.

例如,函数$y=x^3$,$y=\sin x$和$y=\mathrm{sgn}x$都是奇函数;$y=x^2$,$y=|x|$和$y=\cos x$都是偶函数,而$y=x^3+x^2$是一个非奇非偶函数.不难看出,奇函数的图形关于原点是对称的,偶函数的图形关于y轴是对称的.

2. 单调性

设函数$y=f(x)$,$x\in X$,$\forall x_1,x_2\in(a,b)$且$(a,b)\subset X$.若$x_1<x_2$时,有

$$f(x_1)<f(x_2)\quad(f(x_1)>f(x_2)),$$

则称$f(x)$在(a,b)内是**递增(递减)**的;又若$x_1<x_2$时,有

$$f(x_1)\leqslant f(x_2)\quad(f(x_1)\geqslant f(x_2)),$$

则称$f(x)$在(a,b)内是**不减(不增)**的.

递增函数或递减函数统称为**单调函数**.同样我们可以定义在无限区间上的单调函数.

例如,函数$y=x^2$在$(-\infty,0)$内是递减的,而在$(0,+\infty)$内是递增的;函数$y=\mathrm{sgn}x$在其定义域内都是不减的.常数函数y

$=C(-\infty<x<+\infty)$既是一个不增函数又是一个不减函数.

3. 有界性

设函数 $y=f(x)$ 在 X 上有定义,若 $\exists M_0>0,\ \forall x\in X \ni |f(x)|\leqslant M_0$,则称 $f(x)$ 在 X 上是**有界的**;否则称 $f(x)$ 在 X 上是**无界**[①] **的**.

例如,$y=\sin x$ 在$(-\infty,+\infty)$内是有界的,因为 $|\sin x|\leqslant 1$;而 $y=1/x$ 在$(0,1]$上是无界的,但在$[1,+\infty)$上是有界的.有界函数的界不是唯一的.例如对于 $y=\sin x$,不仅 1 是它的界,而且任何一个大于 1 的数都是它的界.不难看出,有界函数的图形总是位于平行于 x 轴的直线 $y=-M_0$ 与 $y=M_0$ 之间.

4. 周期性

设函数 $y=f(x),x\in \boldsymbol{R}$.若 $\exists T_0>0,\ \forall x\in R \ni f(x+T_0)=f(x)$,则称 $f(x)$是**周期函数**,T_0 为其**周期**.

由定义可知,$\kappa T_0(\kappa\in N)$都是它的周期,可见一个周期函数有无穷多个周期.若在无穷多个周期中,存在最小的正数 T,则称 T 为 $f(x)$的最小周期,简称周期.

例如,$y=\sin x$, $y=\sin 2x$ 和 $y=\sin \pi x$ 等都是周期函数,它们的周期分别是 2π, π 和 2;而 $y=\sin x^2$ 和 $y=\sin 2x+\sin \pi x$ 就不是周期函数了.对于常数函数 $y=C$ 来说,任何正实数都是它的周期,由于最小的正数是不存在的,所以它没有最小周期.

不在整个实轴上定义的函数,也可以讨论它的周期性.例如 $y=\tan x\,(x\in \boldsymbol{R},x\neq\kappa\pi+\pi/2,\kappa\in \boldsymbol{Z})$,由于

$$\tan(x+\pi)=\tan x,$$

所以它是一个周期为 π 的周期函数.

---

① 函数 $f(x)$在 X 上无界定义应叙述为:$\forall M>0,\ \exists x_0\in X \ni |f(x_0)|>M$.读者不难发现这样一个规律,只要把有界定义中的全称量词 $\forall$ 与存在量词 $\exists$ 对换,并把"$\leqslant$"换成"$>$"就是无界的定义了.

单项选择题

1.2.1 下列函数中不是偶函数的有

A. x^4+x^2+1　　B. $x\sin x$

C. $\sin x$　　D. $\frac{e^x+e^{-x}}{2}$

1.2.2 下列函数中，奇函数是

A. $x\sin x$　　B. $\ln x$

C. $\tan x$　　D. $1+x$

1.2.3 下列函数中为奇函数的是

A. $|x|-x$　　B. $\lg\frac{x+5}{x-5}$

C. e^x+e^{-x}　　D. $x\tan x$

1.2.4 函数 $y=\frac{1}{2}(e^x-e^{-x})$是

A. 偶函数　　B. 奇函数

C. 非奇非偶函数　　D. 既是偶函数又是奇函数

1.2.5 下列函数中，奇函数是

A. $f(x)=-|x|$　　B. $f(x)=\sin x\cos x$

C. $f(x)=x^2-3x$　　D. $f(x)=e^{-x}$

1.2.6 下列函数中，奇函数是

A. $\sin x^2$　　B. $(x-1)^3$

C. $e^{3x}+x$　　D. $x^2\sin x$

1.2.7 函数 $f(x)=x\frac{a^x-1}{a^x+1}(a>0, a\neq1)$

A. 是奇函数　　B. 是偶函数

C. 既是奇函数又是偶函数　　D. 是非奇非偶函数

1.2.8 函数 $f(x)$在$[-2,2]$上为偶函数，已知当 $x\in[-2,0]$时 $f(x)=2x^2+x$，那么当 $x\in[0,2]$时表达式为

A. $2x^2+x$　　B. $2x^2-x$

C. $-2x^2+x$　　D. $-2x^2-x$