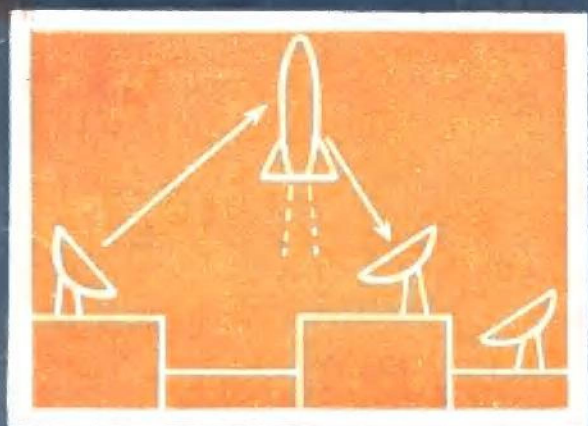


随机最优线性估计与控制

【美】J.S. 麦迪成 著

赵希人 译 雷渊超 校



黑龙江人民出版社

随机最优线性估计与控制

〔美〕 J.S 麦迪成 著

赵希人 译 雷洲超 校

黑龙江人民出版社

1984年·哈尔滨

内 容 简 介

这是一部介绍现代估计和控制理论的比较优秀的著作。

全书共分十章，前四章比较系统地介绍了有关数学预备知识(线性代数、线性系统以及随机过程的有关内容)；后六章详细地分析了离散和连续线性系统的最优预测、滤波(卡尔曼滤波器)和平滑，进一步依据贝尔曼动态规划原理对随机线性最优控制系统进行了详细的分析。

本书适于从事自动控制、惯性导航、无线电通讯、计算数学、系统工程等专业的科技人员参考，亦可作为高等院校有关专业和研究生的教学用书。

责任编辑：孙怀川

封面设计：王祖珍

插 图：王可芹

随机最优线性估计与控制

〔美〕J. S. 麦迪成 著

赵希人 译 雷渊超 校

龙 江 人 民 出 版 社 出 版

(哈尔滨市道里森林街42号)

黑龙江新华印刷厂印刷 黑龙江省新华书店发行

开本 787×1092 毫米 1/32 · 印张 162/16 · 字数 300,000

1984年7月第1版

1984年7月第1次印刷

印数 1— 4,600

统一书号：15093·69

定价：2.60 元

序 言

在科学和技术领域中，有两个经常遇到的问题，这就是如何对受到随机干扰和随机测量误差作用的物理过程按着某种性能指标为最优的原则进行估计和控制。所谓估计，就是从具有随机误差的测量数据中尽可能精确地得到过程的真实信息，这种精确程度从某种性能准则的意义上来讲是最优的；所谓控制，就是系统在受到随机干扰的情况下，按某种性能指标(例如使系统具有最大的产量和极小的燃料消耗量)为最优的准则来确定系统的控制信号。显然，这两个问题是属于随机最优估计和控制理论的内容，而且它们还有着密切的联系。这不仅是因为处理这两个问题所使用的数学方法很相近，而且还因为最优估计是实现最优控制所必不可少的一步，也就是说，只有对系统的状态进行最优估计才能确定出系统的最优控制信号。

这本书是专门研究随机最优估计和控制的线性理论，主要是对离散时间和连续时间线性系统的估计和控制进行了深入的分析，其中，把干扰和测量误差模型取为高斯随机过程，而把初始状态取为具有高斯分布的随机向量。这本书的出发点是依据条件期望，按最小均方误差估计以及按预期的运行条件在最小均方误差意义下的控制。

本书所推导的线性理论正广泛地用来解决工程中的最优化问题。这些问题有导航、制导、姿态控制、飞机和宇宙飞

船飞行后的数据处理，以及大规模的生产过程和化工过程的控制。另外，还可以用于地震学和生物学。除了上述的用途以外，本书的线性理论为进一步分析非线性过程的随机最优估计和控制打下了坚实的基础。

这本书是为了满足应用技术和科学研究的需要而写出来的，它所面向的读者是企图专门研究这一理论的低年级研究生以及对本学科来说虽不是专家，但却十分感兴趣的工程师和科学家。对前者来说，它可以作为学习随机最优估计和控制理论的引论，而对后一部分读者来说，这本书提供了最基本的应用方法。另一方面，对于本学科的专家来说，也可以作为参考。

为了使从事实际工作的读者也能了解随机最优线性估计和控制理论，所以，本书的内容是从具有一定数学水平开始写的，就读者来说，应当对矩阵分析，常微分方程以及概率论有一定程度的了解。第二、三、四章分别给出了有关线性系统理论，概率论以及随机过程理论的一些必要的基本概念。尽管如此，仍然省略了许多问题，这显然不是因为它们不重要或者没有意义，而是由于受到篇幅的限制以及它们在本书中并不起直接的作用而已。

上述三章是为以后五至十章讨论估计和控制问题所用到的系统模型进行了数学描述。如果读者对线性系统理论，概率论以及随机过程理论已经有了一定程度的了解，那么可以直接从 4·3 节开始阅读。

这本书的内容分三大部分：第一部分是第一章至第四章。其中第二章至第四章的内容前面已经说过。第一章的内

容是对估计和控制进行了定性的说明并讨论了一些实际应用，从而更详细地介绍了本书的概貌。第二部分是从第五章至第八章，这部分介绍了最优估计理论。第三部分是第九章和第十章，这部分介绍了最优控制理论。

第五章至第十章的主要内容是推导出最优估计和最优控制的算法。本书所缺少的主要内容主要是有关算法稳定性方面的成果，这似乎是个欠缺，但这样做也不是没有理由的，因为这个问题不是一个简单的问题，即使为少数具有相当水平的读者来讨论这一问题也要花费很大的篇幅。

本书的主要结论均以定理和推论的形式给出，这不仅是强调重点的一种有效形式，而且查询起来也极为方便。

在这本书里只举出一些简单的例子，这既可说明基本概念又不会造成计算上的繁琐。尽管如此，对于那些在实际中有可能遇到的较为复杂的计算问题，也做了定性的说明。

除了第一章以外，每章的末尾均给出了习题，它们是按着从易到难的顺序排列的。对于容易的习题，只要直接利用本书的结论就可以解决，有些较难的习题超出了本书的范围，但是，在这些习题的叙述过程中常常做了提示或者给出了结果。

每章所用到的参考文献均附在本章的后面，在给出参考文献时，力求对文献的作者保持客观和公正的态度。

这本书的写作是从 1964 年秋季开始的，当时作者正为加利福尼亚州洛杉矶宇宙航空公司研究一项课题，进一步的工作是在伊里诺州西北大学进行的，本书的绝大部分材料就是在校电机工程系为 1965 至 1966 以及 1966 至 1967 学年的研究生讲授的内容。作者对于宇宙航空公司以及西北大学的

支持表示感谢。

作者特别感谢西雅图-华盛顿波音科学研究实验室在手稿最后完成期间所给予的支持。对波音科学研究实验室的凯林·哈里斯女士在为手稿的打印所做的艰苦细致的工作表示诚挚的谢意。

最后，作者还感谢一起工作过的同事和学生，因为他们的合理建议和批评对于这本书的写作同样具有不可估量的帮助。

J. S. Meditch

目 录

序言	1
第一章 引言	1
1.1 前言	1
1.2 估计和控制	2
1.3 应用领域	5
1.4 本书的概貌	8
参考文献	10
第二章 线性系统理论基础	12
2.1 引言	12
2.2 符号说明及数学准备	13
2.3 连续线性系统	29
2.4 离散线性系统	48
2.5 能观性与能控性	55
2.6 连续和离散线性系统的能观性	57
2.7 连续和离散线性系统的能控性	65
2.8 非线性系统	73
问题	80
参考文献	87
第三章 概率论基础	90
3.1 引言	90
3.2 概率及随机变数的定义	90
3.3 概率函数	94

3.4	期望与特征函数	105
3.5	独立与相关	115
3.6	高斯分布	120
	问题	133
	参考文献	136
第四章 随机过程理论基础及系统模型的建立		137
4.1	引言	137
4.2	随机过程理论基础	138
4.3	高斯-马尔可夫序列模型	162
4.4	高斯-马尔可夫过程模型	180
	问题	196
	参考文献	201
第五章 离散线性系统的最优预测和滤波		203
5.1	引言	203
5.2	离散系统的最优估计	203
5.3	离散线性系统的最优预测	217
5.4	离散线性系统的最优滤波	227
5.5	具有相关干扰和测量误差时的最优滤波	253
	问题	263
	参考文献	267
第六章 离散线性系统的最优平滑		269
6.1	引言	269
6.2	平滑估计的分类	270
6.3	一步和二步最优平滑	275
6.4	最优固定区间平滑	284
6.5	最优固定点平滑	298
6.6	最优固定滞后平滑	309

问题	321
参考文献	324
第七章 连续线性系统的最优估计 I	326
7.1 引言	326
7.2 问题的描述	327
7.3 等效离散时间问题	328
7.4 最优滤波和预测	330
7.5 最优固定区间平滑	344
7.6 最优固定点平滑	357
7.7 最优固定滞后平滑	366
问题	375
参考文献	378
第八章 连续线性系统的最优估计 II	380
8.1 引言	380
8.2 维纳-霍夫积分方程	380
8.3 最优滤波	390
8.4 最优固定点平滑	407
问题	422
参考文献	427
第九章 离散线性系统的随机最优控制	428
9.1 引言	428
9.2 问题的描述	429
9.3 确定性问题	436
9.4 随机问题	455
问题	477
参考文献	480
第十章 连续线性系统的随机最优控制	481

10.1	引言	481
10.2	问题的描述	481
10.3	等效离散时间表示	484
10.4	最优控制	488
10.5	性能指标	492
10.6	总结和例子	495
	问题	501
	参考文献	504

第一章 引言

1.1 前言

在本章的 1.2 节，首先对估计和控制以及与此有关的某些问题做一个定性的说明。

在 1.3 节，通过讨论在技术领域以及在把估计和控制视为很重要的其他领域里的一些问题，引出本书所要做的工作，不过这里的提法仍然是定性的。

以上述内容为出发点，我们在 1.4 节给出本书的基本轮

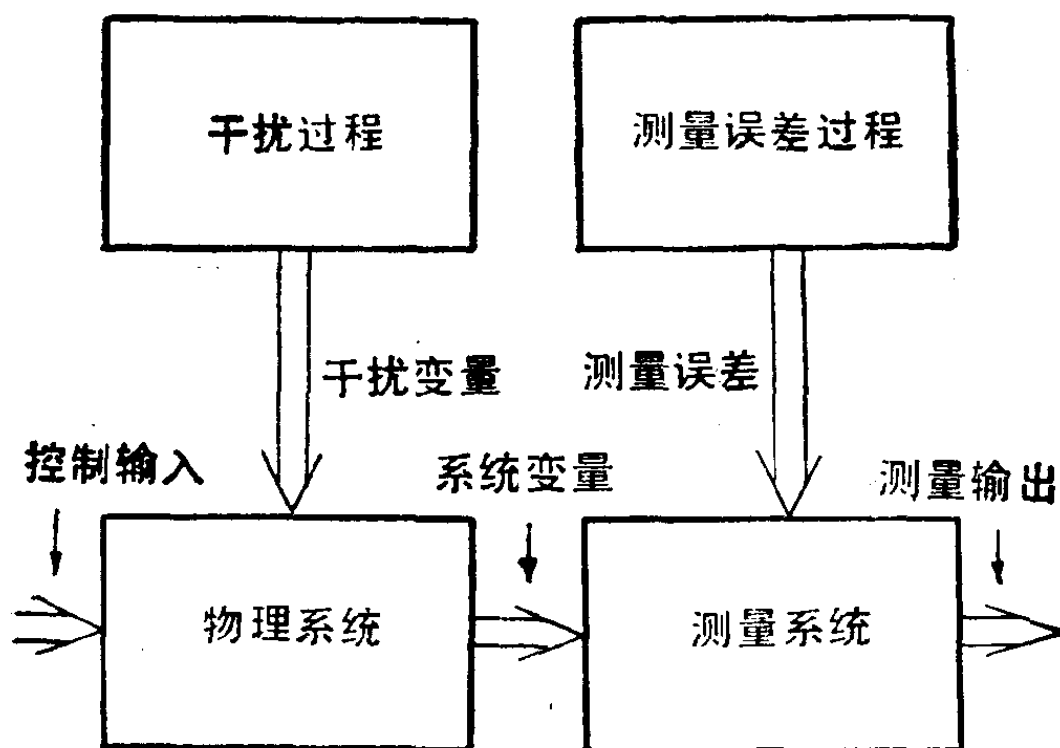


图 1.1 描述估计和控制问题的一般性方块图

廓，进一步指出本书的思路。

本章以定性的方式所介绍的许多术语将在以后各章进行严密地论述。目前，我们的目的是对估计和控制问题建立一般的和直观性的了解。

1.2 估计和控制

本书所涉及的内容是和动力学系统有关的估计和控制问题，用图 1.1 所示的方块图就能较容易地描述这类问题。

由图可见，一个物理系统受到两个输入变量集的作用*。一个是控制输入，通常它可以有预期的方式，另一个是干扰输入，它反映出系统内部和（或）外部存在着一些不能控制的现象，也就是说，在系统的内部和（或）外部存在一些固有的干扰现象。例如，电子线路中的噪声，由天电辐射所引起的信号干涉，飞机飞行过程中由随机风力所引起的颠簸等。

系统的“性能”或者“反应”**是通过某些传感器进行观测的，通常把它们称之为测量系统。这些传感器同样受到随机干扰，因此对系统的观测也会存在误差。

例如，某些卫星按装有水平扫描器，其目的是通过由传感器引至水平定义区的边缘线所形成的夹角的二等分线来确定本地垂线的方向。但是，指示仪器会给出有误差的结果，这不仅是由内部的电子噪声而且还由地球大气层的不规则性

* 在图中用双线表示超过一个变量的信号传递。

** 严格地说，应该用“系统状态”这一术语，在第二章将讨论这一概念，暂时用系统“性能”或“反应”这一术语来说明问题。

所引起的，可把这种情况用简单的二维坐标画在图 1.2 上。

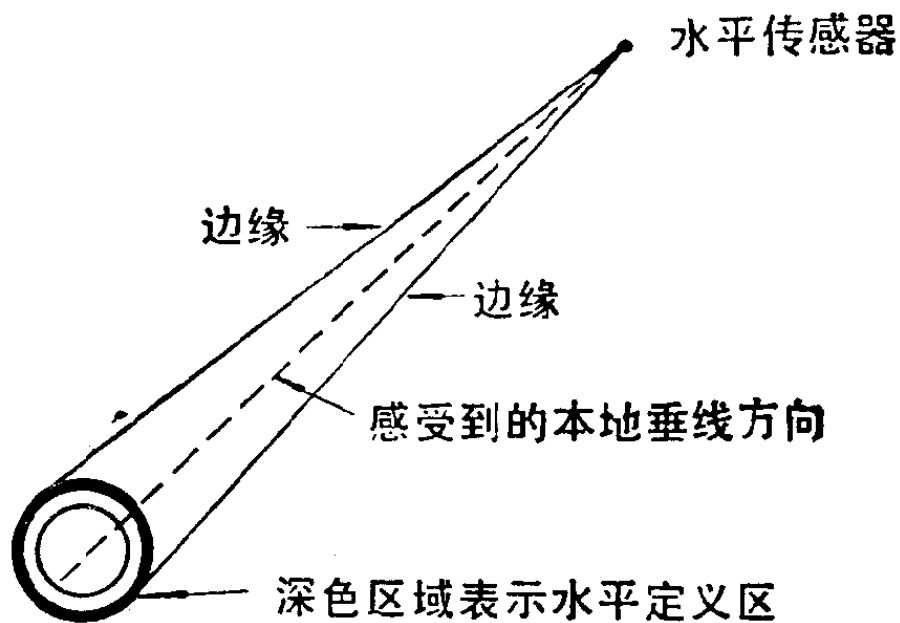


图 1.2 水平扫描器的几何图形

因此，一般地说，测量数据只能给出关于系统性能的比较粗糙的信息，用这样的测量数据来评价系统的性能是不够满意的。

从本质上说，估计问题就是从有误差的测量数据中较精确地确定系统反应变量（系统状态变量）的变化过程。如果引进一个性能指标来评价估计好坏的话，那么通常所选择的估计是使性能指标取最小或最大，这个问题就称之为最优估计问题。这里暗示着为了处理测量数据应当建立一个算法，当然，现在用公式来解决这个问题还为时过早，不过，基本概念还是应当清楚的。

另一方面，控制问题就是确定一种控制规律，使控制输入信号按着这样的控制规律作用于系统，其结果使系统呈现出预期的性能。这个问题和估计问题一样，如果也引进一个

性能指标来评价有控制输入时系统性能的好坏，并且所确定的控制输入使该性能指标取极小或极大值，那么这个问题就是最优控制问题。当然，也和估计问题一样，暗示着具有一个最优的控制算法。

为了解决最优控制问题，通常是分两步进行，首先是对系统反应进行估计，然后利用这些估计确定控制信号。这种分离处理的方法从直观上讲是有道理的，因为系统本身的性能（状态）在控制信号作用这个系统之前就应该确定下来。尽管如此，从数学上讲还没有完全证明这种分离处理方法在所有情况下都是正确的。

在最优估计和最优控制问题中，如果干扰过程和测量误差过程的模型取为随机的话，那么，就可以把问题称之为随机最优估计和控制问题。进一步，如果物理系统以及与此相连系的测量系统的模型是线性的话，那么就可以把问题又称之为随机最优线性估计和控制问题。本书的目的就是要分析这一类问题。

下面概略地叙述本书解决这类问题的基本过程。

1. 建立模型。要详细说明(a)物理系统，(b)测量系统，(c)干扰过程，(d)测量误差过程的模型。正如对其他物理过程建立数学模型一样，我们所建立的上述模型不仅能表现出我们所要考察的物理现象，而且还能比较容易地进行分析和计算。

2. 建立性能指标。这一步可以归结为如何定义我们预期的目标。和上面的问题一样，我们所选定的性能指标，对于所考察的物理系统来说，既要有真实性又要能够比较容易地

进行数学处理。

3. 问题的描述。把上面两部分的内容以及其他一些限制结合在一起定义我们所要研究的问题。

4. 估计算法和控制算法的推导。尽管本书所进行的推导是十分详细的，但我们不应该只停留在这一点上，事实上，重要的任务还是如何把所得到的结论应用到实践中去，在这个过程中所遇到的主要问题就是算法的复杂性问题。

1.3 应用领域

通讯系统 通讯理论的一个重要问题就是如何从接收信号当中提取出信息。图 1.3 表示了一般通讯系统的方框图。

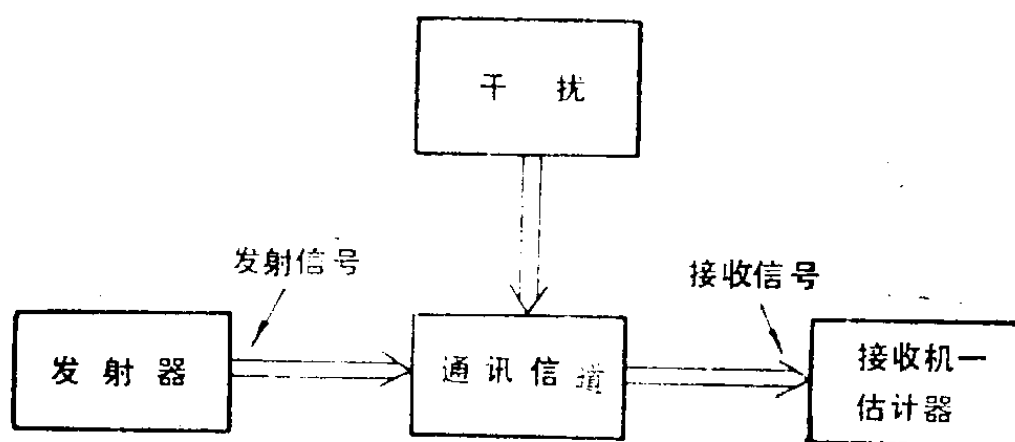


图 1.3 通讯系统方块图

发射信号不仅包含有信息，而且还含有在发射过程中所产生的误差，这个信号在通信信道传输过程中受到如大气噪声等的干扰而将进一步变坏，因此，在接收端的任务就是要估计出所发射的是什么信息。

导航 导航问题就是利用从“导航定位”中所得到的如距

离、距离变化率以及角度等测量数据来确定载体在某坐标系内的位置和速度。在飞机和宇宙飞船的飞行过程中或者在水面船只和潜艇的航行过程中,导航所起的作用是十分重要的。

因为在导航定位过程中存在着测量误差和干扰误差,所以,为了处理这些测量数据以得到有用的信息,也需要有一个适当的估计算法。

进一步说,位置和速度的估计还可用于改变航线以获得空间的轨道变换进而实现载体的空间交会。

验后数据分析 当一个实验完成以后,为了判断实验结果,按着通常的惯例就要对实验过程中所取得的数据进行处理。这个问题就是估计问题,因为测量数据本身含有误差。

例如,一个空间载体在发射、进入轨道以及最后的轨道运行期间所取得的遥测数据,当整个飞行实验完成以后就应当进行处理,这样才能得到真实的飞行路径,制导系统的误差参数以及进入轨道的精度等估计值。这些信息对于飞行效果的计算,系统内部缺点的检查,各种局部系统参数的确定以及提供进一步飞行实验的指导都是十分有用的。在这个例子中,我们可以把估计称之为飞行后的再设计。

完全类似,一个化工过程在整个反应期间所做的测量数据,在实验结束以后也应当进行处理,这样才能较精确地得到如反应速率、反应物质的初始浓度等参数。

过程控制 一个复杂的过程或大规模的系统在其运行过程中,为了提高运行的效率、输出产品的质量或者达到其他的特定目的,常常需要进行控制。通常的作法是,首先对运行过程中的测量数据进行处理以得到“状态”的估计,然后把这