

高等学校教学用书

# 理论力学

冯麟保 常寒婴 杨朝潢 编

北京师范大学出版社

031/62

高等学校教学用书

# 理论力学

冯麟保 常寒婴 杨朝演 编

北京师范大学出版社

责任编辑 戴俊杰

高等学校教学用书

**理 论 力 学**

冯麟保 常寒婴 杨朝潢 编

\*

北京师范大学出版社出版

新华书店总店科技发行所发行

天津宝坻黎明印刷厂印刷

---

开本: 850×1168 1/32 印张: 15.25 字数: 372千

1988年5月第1版 1988年5月第1次印刷

印数: 1-3 500

---

ISBN 7 303-00110 7/O·33

定 价: 2.75 元

## 内 容 简 介

本书是根据原教育部师范司颁布的《中学教师进修高等师范院校物理专业教学大纲》编写的。在写法上，充分注意到由普通物理力学向理论力学的过渡，既保持较高水平，又适当地选用最简捷手法处理问题，对不同的教学内容采取了不同的处理方法，力求易而不低，高而不难。同时，也注意了数学工具与物理内容的衔接与配合，突出物理图象，使学生能更好地理解物理实质。本书内容分：质点力学，质点系力学，刚体力学，非惯性系质点力学和分析力学。每章附有适当的习题。可作为师范学院、教育学院、函授学院及师专的教材。

## 前 言

本书是根据原教育部师范教育司颁布试用的《中学教师进修高等师范院校物理专业教学大纲》编写的理论力学教材，本着“教材用书也应是主要参考书”这一精神，在保证完成上述教学大纲所规定的基本要求的前提下，写入了较为丰富的内容。本书除可用为进修师范本科或专科的成人高校教材之外，也可供一般师范院校物理系教学使用。

考虑到本门课程是普通物理力学的延续课，对于普通物理中已阐述得足够透彻的概念和定律等内容，一般不再作过多重复，在有必要的时候，就很自然地径行引用，并不考虑其出现的先后次序。我们把主要精力放在理解如何能够更好地由普通物理进到理论力学。从质点力学开始，循序渐进，力求做到清爽易懂，但又应当是“易而不低”，仍要保持较高水平，裁剪适度，俾可逐步深化；适当地选用最简捷手法，尽量作到“高而不难”，以免由于畏难情绪，影响学习的积极性。正是本着这样的指导思想，对于不同的教学内容，我们采取了不同的处理手法。例如，对于读者多次接触过的牛顿运动定律，不是只作简单重复，以免成为不受欢迎的赘疣，而是采用逻辑性较强且易于接受的方式，作了较细致的处理以求取得更深理解，为提高物理思维能力打下较好基础。与此同时，也注意到数学工具与物理内容的衔接与配合。至于较为生疏的刚体力学等内容，则尽可能多结合实际，在严密的运算基础上利用图象和例释进行比一般教材更详尽的讲解与说明，力图做到能够突出问题的物理实质而不使读者只是看到抽象的数学结果。

随着逐步向深处发展，在以后的章节中我们提出更严格的要

求，充分注意到理论的严谨，尤其在结合数学处理方面更是如此，务使学者能够准确地运用高等数学这一工具。书中在每一重要阶段，几乎是每一单元之后，都提供了相当数量的例题，其目的主要在于尽量多地联系实际，特别是物理学范围内的实际。在例题中也有少部分并非为了演算示范之用，而是为了对教材增进理解而引入的。每章之后也准备了充足的练习题。通过习题，可以加深对教材的理解，也培养了分析问题、解决问题的能力。

本书在最后一章讲授分析力学，这些内容都是学员以前不曾接触过的。因此在开始时对分析力学的成长和发展作了较详细的介绍。这样可以有助于适应并理解分析力学的思维方法。随后，时刻注意到分析力学的特点，在教材处理时力求能够很圆满地从牛顿力学研究问题的方法过渡到分析力学这一更普遍的方法。不但注意到在数学方面严谨，更着重于突出物理思想实际，使读者体会到这一普遍方法的意义不仅在于力学上某些个别的应用，而是广泛地被物理学几乎全部其他领域所采用，并取得积极成果，在微观物理学中尤为显著。人们能够通过它来更好地认清大自然的活动方式。

书中有些较繁难的章节均标有\*号，或用小号字排印，教师可以灵活掌握，根据具体情况删减。

本书的三名编者相互审校了初稿，并经杨朝演对全稿进行通读加工，最后由冯麟保统一定稿。书中插图由唐婉同志描绘，编者谨致谢意。由于我们水平不高，经验不足，谬误欠妥之处当不在少，诚恳地希望读者赐于批评指正。

编者

1987年5月，于北京

# 目 录

|                             |         |
|-----------------------------|---------|
| 绪论 .....                    | ( 1 )   |
| 一 质点力学 .....                | ( 6 )   |
| 1.1 质点运动学 .....             | ( 6 )   |
| 1.1.1 基本概念 .....            | ( 6 )   |
| 1.1.2 速度和加速度 .....          | ( 10 )  |
| 1.1.3 速度和加速度的分量表示式 .....    | ( 15 )  |
| 1.2 质点动力学 .....             | ( 25 )  |
| 1.2.1 牛顿运动定律 .....          | ( 25 )  |
| 1.2.2 伽里略相对性原理 .....        | ( 32 )  |
| 1.2.3 质点运动微分方程 .....        | ( 35 )  |
| 1.3 自由质点的运动 .....           | ( 37 )  |
| 1.3.1 一维运动 .....            | ( 38 )  |
| 1.3.2 二维运动 .....            | ( 46 )  |
| 1.3.3 一维振动 .....            | ( 52 )  |
| 1.4 非自由质点的运动 .....          | ( 70 )  |
| 1.4.1 非自由质点的运动微分方程 .....    | ( 70 )  |
| 1.4.2 约束运动举例 .....          | ( 72 )  |
| 1.5 基本定理及守恒定律 .....         | ( 80 )  |
| 1.5.1 动量定理 .....            | ( 80 )  |
| 1.5.2 动量矩定理 (角动量定理) .....   | ( 82 )  |
| 1.5.3 功、保守力场 .....          | ( 90 )  |
| 1.5.4 功能定理、势能、机械能守恒定律 ..... | ( 97 )  |
| 1.6 质点在有心力场中的运动 .....       | ( 104 ) |
| 1.6.1 有心力运动的特征 .....        | ( 104 ) |
| 1.6.2 轨道微分方程 —— 比耐公式 .....  | ( 108 ) |
| 1.6.3 质点在平方反比的引力场中的运动 ..... | ( 112 ) |



|          |               |         |
|----------|---------------|---------|
| 1·6·4    | 行星的运动、开普勒定律   | ( 118 ) |
| 1·6·5    | 人造天体运动        | ( 124 ) |
| 习题       |               | ( 129 ) |
| <b>二</b> | <b>质点系力学</b>  | ( 138 ) |
| 2·1      | 质点系、内力和外力     | ( 138 ) |
| 2·2      | 质点系的动量        | ( 140 ) |
| 2·2·1    | 质点系的动量定理      | ( 140 ) |
| 2·2·2    | 质量中心及其运动定理    | ( 143 ) |
| 2·3      | 质点系的动量矩       | ( 147 ) |
| 2·3·1    | 质点系的动量矩定理     | ( 147 ) |
| 2·3·2    | 对质心的动量矩定理     | ( 150 ) |
| 2·4      | 质点系的能量        | ( 156 ) |
| 2·4·1    | 质点系的动能、柯尼希定理  | ( 156 ) |
| 2·4·2    | 质点系的动能定理      | ( 157 ) |
| 2·4·3    | 机械能守恒定律       | ( 158 ) |
| 2·5      | 二体问题          | ( 163 ) |
| 2·5·1    | 二体的相对运动、折合质量  | ( 163 ) |
| *2·5·2   | 行星运动          | ( 166 ) |
| *2·5·3   | $\alpha$ 粒子散射 | ( 168 ) |
| 2·6      | 变质量物体的运动      | ( 171 ) |
| 2·6·1    | 变质量物体的运动方程    | ( 171 ) |
| *2·6·2   | 火箭的运动         | ( 175 ) |
| 习题       |               | ( 182 ) |
| <b>三</b> | <b>刚体力学</b>   | ( 137 ) |
| 3·1      | 刚体运动学         | ( 187 ) |
| 3·1·1    | 刚体的自由度        | ( 187 ) |
| *3·1·2   | 欧勒角           | ( 139 ) |
| 3·1·3    | 刚体的平动和转动      | ( 191 ) |
| 3·1·4    | 无限小转动与角速度矢量   | ( 194 ) |
| 3·1·5    | 欧勒运动学方程       | ( 196 ) |



|         |                  |         |
|---------|------------------|---------|
| 3·1·6   | 刚体内任一点的运动        | ( 197 ) |
| 3·2     | 力系的简化与刚体的平衡      | ( 200 ) |
| 3·2·1   | 力系的简化与平衡         | ( 200 ) |
| 3·2·2   | 刚体平衡方程           | ( 213 ) |
| 3·3     | 刚体动力学            | ( 219 ) |
| 3·3·1   | 刚体的运动方程          | ( 219 ) |
| 3·3·2   | 刚体的能量方程          | ( 226 ) |
| 3·3·3   | 转动惯量与惯量椭球        | ( 229 ) |
| 3·4     | 刚体的定轴转动          | ( 249 ) |
| 3·4·1   | 定轴转动的运动方程        | ( 249 ) |
| 3·4·2   | 轴上的约束反作用、自由轴     | ( 253 ) |
| * 3·4·3 | 转动刚体的动平衡         | ( 259 ) |
| 3·4·4   | 物理摆、撞击中心         | ( 265 ) |
| * 3·5   | 刚体的平面运动          | ( 268 ) |
| 3·5·1   | 平面运动的运动学         | ( 268 ) |
| 3·5·2   | 平面运动的动力学         | ( 276 ) |
| 3·5·3   | 刚体的滚动与滑动         | ( 280 ) |
| * 3·6   | 刚体的定点转动          | ( 287 ) |
| 3·6·1   | 定点转动的运动学         | ( 287 ) |
| 3·6·2   | 定点转动的动力学         | ( 292 ) |
| * 3·7   | 欧勒-班索情况：陀螺的惯性转动  | ( 295 ) |
| 3·7·1   | 惯性转动的动力学方程及其积分   | ( 295 ) |
| 3·7·2   | 对称陀螺惯性转动的解析解     | ( 297 ) |
| 3·7·3   | 班索运动表示法          | ( 300 ) |
| * 3·8   | 拉格朗日-泊松情况：重陀螺的运动 | ( 307 ) |
| 3·8·1   | 重陀螺的动力学方程及其积分    | ( 307 ) |
| 3·8·2   | 重陀螺的章动           | ( 309 ) |
| 3·8·3   | 重陀螺的规则进动         | ( 312 ) |
| * 3·9   | 回转器近似理论          | ( 314 ) |
| 3·9·1   | 回转器的定轴性          | ( 314 ) |

|          |                       |         |
|----------|-----------------------|---------|
| 3·9·2    | 回转器的进动·····           | ( 315 ) |
| 3·9·3    | 回转罗盘·····             | ( 318 ) |
| 习题       | ·····                 | ( 320 ) |
| <b>四</b> | <b>非惯性系质点力学</b> ····· | ( 328 ) |
| 4·1      | 质点相对运动的运动学 ·····      | ( 328 ) |
| 4·1·1    | 平动参照系·····            | ( 328 ) |
| 4·1·2    | 转动参照系·····            | ( 331 ) |
| 4·1·3    | 科里奥利加速度·····          | ( 335 ) |
| 4·2      | 质点相对运动的动力学 ·····      | ( 338 ) |
| 4·2·1    | 质点相对运动的微分方程·····      | ( 338 ) |
| 4·2·2    | 牵连惯性力·····            | ( 340 ) |
| 4·2·3    | 科里奥利惯性力·····          | ( 346 ) |
| 4·3      | 地球自转所产生的影响 ·····      | ( 350 ) |
| 4·3·1    | 质点相对于地球表面的运动方程·····   | ( 350 ) |
| 4·3·2    | 地球自转对重力的影响·····       | ( 351 ) |
| *4·3·3   | 地球自转对落体运动的影响·····     | ( 353 ) |
| *4·3·4   | 地球自转对抛射体运动的影响·····    | ( 358 ) |
| *4·3·5   | 傅科摆·····              | ( 359 ) |
| 习题       | ·····                 | ( 363 ) |
| <b>五</b> | <b>分析力学</b> ·····     | ( 367 ) |
| 5·1      | 分析力学概述 ·····          | ( 367 ) |
| 5·2      | 约束、广义坐标 ·····         | ( 372 ) |
| 5·3      | 虚位移原理与达朗伯原理 ·····     | ( 379 ) |
| 5·3·1    | 虚位移、虚功、虚功原理·····      | ( 379 ) |
| 5·3·2    | 达朗伯原理·····            | ( 385 ) |
| 5·4      | 拉格朗日方程 ·····          | ( 389 ) |
| 5·4·1    | 广义力·····              | ( 389 ) |
| 5·4·2    | 拉格朗日方程·····           | ( 394 ) |
| 5·4·3    | 运动积分·····             | ( 405 ) |

|       |                               |         |
|-------|-------------------------------|---------|
| 5.4.4 | 拉格朗日方程的应用举例.....              | ( 410 ) |
| 5.5   | 哈密顿正则方程.....                  | ( 419 ) |
| 5.5.1 | 哈密顿正则运动方程.....                | ( 419 ) |
| 5.5.2 | 哈密顿函数的物理意义和正则方程的运<br>动积分..... | ( 422 ) |
| * 5.6 | 变分原理 .....                    | ( 423 ) |
| 5.6.1 | 哈密顿原理.....                    | ( 428 ) |
| 5.6.2 | 最小作用原理.....                   | ( 433 ) |
| * 5.7 | 变换理论 .....                    | ( 440 ) |
| 5.7.1 | 正则变换.....                     | ( 440 ) |
| 5.7.2 | 哈密顿-雅可比方程.....                | ( 451 ) |
| 5.7.3 | 几何光学与波动力学.....                | ( 456 ) |
| 5.7.4 | 泊松括号.....                     | ( 459 ) |
|       | 习题.....                       | ( 468 ) |
|       | 主要参考书目.....                   | ( 474 ) |

# 绪 论

## 一、理论力学的研究对象

理论力学研究的内容是物质运动中的最简单形式——机械运动，也就是物体在空间的相对位置随时间而发生变化的运动。由于静止平衡只是物体机械运动的一种特殊状态，因此可以说理论力学是研究物体机械运动与平衡的科学。它是普通物理力学的延续和提高课程，起着承前启后的作用；也是学习理论物理学的起步。由于在我们的周围随时随地都会遇到这样的最简单的运动，理论力学这门基础性很强的学科对于整个自然科学以及生产建设会起到怎样的巨大作用是不难想见的。在基础理论方面，在各种建筑工程和机械设计以及其它种种工程设计方面，可以说都是以理论力学的规律作为根据的。理论力学不仅是随着许许多多的技术问题需要解决而使其作用日益增大，更重要的是它在整个物理学的发展进步以及更好地认识大自然的活动方式等方面有着十分深远的重要意义。由于分析力学的光辉成就，这一点就表现得更为突出；人们对微观世界的认识，完全可以说成是从这里开始突破的。学习理论力学，一方面是我们从这里开始要学会所谓理论物理学方法及其应用，另一方面也要同时看到理论的先导性，放眼于发现真理，认识世界。

力学的研究在古代已早有一些成就，它可以说是一门古老的学科。14世纪前，我国在力学方面的知识超过西方国家。但在17世纪末叶，英国学者牛顿以其惊人的智慧，集前人之大成，总结出牛顿运动公理，使力学成了一门完善的科学，奠定了今天常称之为牛顿力学的基础。我们这里所研究的主要是牛顿力学，但更

要把注意力集中在理论物理方法上。这样不但能更好地深入理解力学本身，而且也对进一步研究理论物理打下牢固的基础。我们研究的重点是所谓经典力学或古典力学，讨论那些依据经典力学定律推演出来的结论，特别是理论性的结论，它们都是已经在实验以及其实用中受到无数次检验的。然而，我们在必要的时候也要毫不犹豫地涉及到微观物理，特别是那些对于微观物理的成长起过很重要作用的环节。我们会很自然地把经典力学应用到那些正好是处于可以用经典力学描述的极限情况下的微观现象；这样，不但可以看到经典力学对于微观世界并非一筹莫展，而且也有助于更好地认识微观物理的成长。

## 二、理论力学的研究方法及其特点

每一门科学，按照它在客观现实世界的各种现象中所研究的范围，而各自有其对这些现象的研究方法。正象任何其它自然科学一样，理论力学研究的出发点是观察、实验和实践；它除了是一门很重要的基础理论学科之外，更是指导现代生产技术的科学基础。在开始对某现象进行观察时，并不可能一下子就完全抓住这现象的各个方面，因此必须在所观察的现象中使用抽象化这一方法，提炼出该现象的最重要特征，而撇开其他一些次要的东西。抽象化方法在理论力学中起着非常重要的作用。我们常将力学中所研究对象的某些性质撇开不顾，虽然这些性质与力学有关，但它们对所欲研究的力学现象或所考察的问题不起重大作用。这样一来，我们就可以得到初步近似于真实的情况，而使我们有了某些经过简化了的形象，也就是所谓简化模型。然后，进而利用这些模型来建立对实际物理对象的运动或平衡的较好的近似理论。譬如从实际物体中抛却它本身形状会随力作用而改变的性质（形变）就会得到刚体这样的概念；质点、理想流体等概念也无非是这类简化模型。一些问题在采用简化模型之下就可得到较好的解决，随后也就可以更进一步接近真实情况地来考虑某

些实际物理对象在初步近似中没有估计进去的性质或因素，从而解决更复杂的问题。这样由简单进入复杂的研究过程，在全部力学中一直被广泛地应用着。例如，研究了刚体的平衡规律之后，就可以进而研究变形体的平衡；研究了理想流体的运动规律之后，就进一步来研究粘滞流体。

理论力学是普物力学的后续课程，它们二者有同一目的，都是企图对人类在力学方面的一部分经验给以美满的描述与总结；然而，在对问题的处理方法上以及所使用的“语言”方面却又有许多不同。在理论力学中，不但注重对物理现象的描述和概念的建立，而且要求使用更准确、更有力的数学工具去讨论这些概念或原理，以及它们之间的关系；只有这样才能更深入地理解何以在人们描述大自然时必须考虑这些概念，以便有助于取得更丰富的知识，处理更复杂的问题。理论力学要使用更多的数学语言，这是在科学阐明过程中涌现出的一种语言，人们通过它建立起可以定量地预言实验结果的数学方案。借助于严密的数学推理与计算，根据从抽象化方法建立起来的基本定律或公理，就可以获得所企望的结果。数学演绎法在理论力学中具有广泛的应用，数学分析在理论力学中起着极其重要的作用。我们知道，由操作和观察组成的实验一般都可以用日常语言来描述，或是更好地以并不全同于日常语言的科学语言来描述，后者是指把日常语言推广到科学领域中去使用的那种语言，它是与随着科学知识日益增长而扩大的领域相适应的那些日常语言的自然扩展，其中由于物理学的扩展而自然扩展起来的，就是所谓物理语言；实际上，我们常用的力、熵、电、能量以至于质量和速度等等都属于这一语言的明显例子。我们把数学符号与物理语言联系起来，然后通过严格的定义与公理体系（基本定律）使这些符号彼此关联，于是就可以用由符号组成的方程来表示自然规律。这常常是微分方程。对这方程求解实际是一些应用数学理论的技巧，自然会涉及到上文

所提及的数学分析等等。然而这只是一些数学方法和手段，并不是力学或物理学本身；得到的解式是通过求积分而来的数学式子，是一个数学方案，对应于自然界中可能出现的特殊现象，与测量有密切的关系。它理应是对于实验室中大尺度操作的描述，正象上文说的那样，是可以使用日常语言来表达的陈述。这样，数学语言就将得到物理诠释，从而建立起物理学的理论。作出最好的诠释是物理学中最关键、最重要的工作与选择，这是初学者所必须通晓而不容忽视的。

然而，根据现实的结论、实验、观察并利用数学符号来建立起一些遵守形式逻辑和数学推理的法则，只不过是力学科学研究中的一个方面。理论力学究竟不是一门应用数学，也不应是主要去考虑数学方法。数学不过是理论物理学的推理工具，我们经常可以说：让数学来帮着想一想；但是，这样“想”出来的结论到底与事实是否相符，则是更重要的问题。因此，力学科学研究的另一个重要的方面，就是必须把从上述的这种数学的抽象方法所得的结论返回到经验、观察以及对实验过程的分析。理论必须为实践所证实。由理论方法得到的结论，特别是作出的预测判断，统统都要受到实践的验证，而且理论还会为实践所丰富；使它得以发展壮大起来。全部理论物理学，最早是理论力学，正是在首先依靠数学推理，通过“再实践、再认识”这样地迅猛发展起来。

就学习理论力学来说，决不仅是要学会一些为了发展和建立理论所使用的数学方法与手段，虽然这也是很必要的；更重要的是应当掌握如何从物理方面过渡转化而形成数学问题，并把数学形式体系与其物理诠释及通过实验操作使之再现这三者融会贯通，认清它们中间的谐调一致。对于物理概念的历史发展、准确定义的形成以及概念与经验和假设之间的关系都应当有深刻的理解。理论力学是学习全部理论物理学的第一步，然而，如果掌握



了全部理论力学（当然要包括流体力学，不过它不在本书的范围内）中处理问题的方法与观点，也就几乎等于是掌握了全部理论物理学所用的手法，因为这些基本上都是从理论力学中推广而来的。我们可以多作一些练习题来帮助深入地理解教材，但是注意我们的最终目的并不是只要求学会解习题，作题只不过是手段，其目的在通透地理解力学本身，加强理论基础。得到了通透的理解，辅之以熟练的技巧，作题便自“游刃有余”，当然二者会是相互促进的，但是最终的目的须是取得领悟而达于通透。为此，我们必须开动脑筋，在思考上多下功夫。只有深思才能有所领悟，不然就只能陷入僵化。对于年龄较大一些的人来说，更适于多思，古人说：“思则老而愈妙”，因此这正是可充分利用的优势。但是决不能是“思而不学”，只有通过耐心的思考，不断地努力钻研学习，多看些合乎胃口的参考书籍，才有可能通透地理解所学的教材内容，从而灵活轻巧地进入理论物理之门。

# 一 质点力学

## 1.1 质点运动学

### 1.1.1 基本概念

#### (1) 物体的抽象模型——质点与刚体.

力学研究的对象是最简单的运动形式即机械运动. 研究的对象一般都是宏观物体, 但一般力学的若干结果对于微观物体的某些特殊情况仍可使用. 一个物体总是有其一定的大小、形状和质量. 因而在研究机械运动时似乎不能不考虑物体的这些最基本的特征. 但是在力学研究中常常遇到许多问题, 其中所研究的物体, 大小、形状, 对于该物体的运动状态影响很小, 以至于无关. 这就使我们有可能采用一种简便的方法, 以最简捷的形式来揭示物体运动的最基本的性质. 为此, 我们把该物体认为是一个只具有质量的几何点, 这样的几何点就叫做质点. 例如, 在研究天体运动时, 虽然星球的体积是很大的, 但比起它们运行所经历的空间则是甚为微小的, 可以说成是微不足道的. 因此, 在研究天体运行轨道时总可以把该天体看作是质点.

又如, 在研究某物体的运动时, 若是物体上各点都具有相同的速度和加速度, 则该物体上任意一点的运动都可以代表整个物体的运动. 这时, 我们研究的运动并不与该物体的大小和形状有关, 因而也可以把它看作是全部质量集中在恰当的几何点的质点.

质点是一个抽象化的模型. 在物理学中, 模型无非是一个抽象化的概念, 不应被理解成只是某种按比例的小模型 (或放大