萧亮壮　陈子玉　李恒沛　编

管理数学基础

宇航出版社

管理数学基础

萧亮壮　陈子玉　李恒沛　编

宇航出版社

内容简介

本书内容包括微积分基础知识、线性代数、概率统计、线性规划等四部分共十八章。主要介绍基本知识和方法。书中除有大量例题外，每一章还有适量的习题，书末附有答案和解答。

本书可作为大学经济管理工程类专业及其它有关专业的教材或教学参考书，也可供广大工矿企业、经济管理部门的工程技术人员和干部学习参考。

管理数学基础

萧亮壮　陈子玉　李恒沛　编

责任编辑：张　芝

●

宇航出版社出版

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经销

北京农业工程大学印刷所印刷

●

开本：850×1168 1/32　印张：15.75　字数：400千字

1988年2月第1版第1次印刷　印数：1—3500册

ISBN 7-80034-048-1/G·009　定价：4.00元

前　言

随着我国教育事业的迅速发展，近年来，我国高等教育层次增多，各类大学相继开办，学习人数日益增加，特别是管理工程类专业发展很快。目前急需这方面的教材或教学参考书，为了适应多方面的教学需要，我们编写了本书。

本书分四大部分。第一部分是微积分（第一章至第九章），主要介绍微积分的基本知识；第二部分是线性代数（第十章），主要介绍常用的矩阵方法；第三部分是概率统计（第十一章至第十七章），主要介绍概率论的基本知识和常用的数理统计方法；第四部分是线性规划（第十八章），主要介绍几个基本解法。书中的内容大都是我们进行科学管理中必要的数学知识和基本数学方法，简明易学。

本书可作为大学经济管理工程类各专业的教材或教学参考书，也可供高等院校其它有关专业作为教材或教学参考书。

由于编者水平所限，书中一定存在着许多不妥之处，希望读者批评指正。

编　者

1985年12月

目　　录

第一章　函　数

第二章　极　限

第三章　连续函数

第四章　导数与微分

第五章 中值定理与导数的应用

第六章 不定积分

第七章 定积分

第十一章　排列与组合

第十二章　事件和概率

第十三章　条件概率与事件的独立性

第十四章　随机变量与分布函数

第十五章　二维随机变量及其分布

第十六章　随机变量的数字特征

第十七章　数理统计

第十八章　线性规划初步

第一章 函　　数

§1　函 数 概 念

在中学代数中，我们学过常量和变量，并讨论了变量之间对应关系的函数。例如，火车以60km/h的速度行驶，它通过的路程S(km)与时间t(h)之间的关系是

$$S = 60t$$

在火车的行驶过程中，速度始终保持不变，这样的量，我们把它叫做**常量**（或常数）。而在这一过程中，t和S是可以取不同数值的量，这样的量，我们把它叫做**变量**。在这一过程中，变量t的值可以在$t \geqslant 0$的范围内任意选取，对于t的每一个值，变量S总有唯一确定的值和它对应，我们就说S是t的函数。

定义1.1　设在某变化过程中有两个变量x和y，如果对于变量x在其变化范围内的每一个值，变量y总有确定的值和它对应，就称y是x的**函数**。称x为**自变量**，y为**因变量**。记作

$$y = f(x)$$

式中的f为函数符号，表示x与y的对应法则，如$y = f(x) = 2x + 1$的对应法则是"乘2加1"。

如果对于自变量的一个确定的值，例如$x = x_0$，函数有唯一确定的对应值$y_0 = f(x_0)$，则称函数$y = f(x)$在$x = x_0$处有定义，并称这个对应值$y_0 = f(x_0)$为在$x = x_0$时的函数值，简称函数值。

自变量x的变化范围，称为函数的**定义域**。相应地y的变化范围，称为函数的**值域**。

例1 $y=f(x)=x^2$的定义域是$(-\infty, +\infty)$，值域是$[0, +\infty)$。

例2 $y=f(x)=\frac{1}{x-1}$，当$x=1$时，$\frac{1}{x-1}$没有意义。因此，x的取值范围是不等于1的所有实数，即定义域是$(-\infty, 1)$，$(1, +\infty)$。值域是$(-\infty, 0)$，$(0, +\infty)$。

例3 $y=\sqrt{x-2}$的定义域是$[2, +\infty)$，值域是$[0, +\infty)$。

§2 函数的表示法

一、列表法

就是把一串自变量值及其对应的函数值列成表格。

在工农业生产和科学实验中，常常用这种方法来表示函数关系。

例1 某单位在一年里各月份的用水量（单位：kt）如表1.1所示。

表 1.1

月份 x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
用水量T	10	11	10	12	12	14	15	15	14	12	12	11

表1.1表示了某单位用水量T随月份x而变化的函数关系。

定义域：$\{1, 2, 3, 4, \cdots, 12\}$

值域：$\{10, 11, 12, 14, 15\}$

二、图形法

就是用坐标平面上的曲线来表示函数。

例2 图1.1是某气象站用自动温度记录仪描下的表示某一天气温变化情况的曲线。

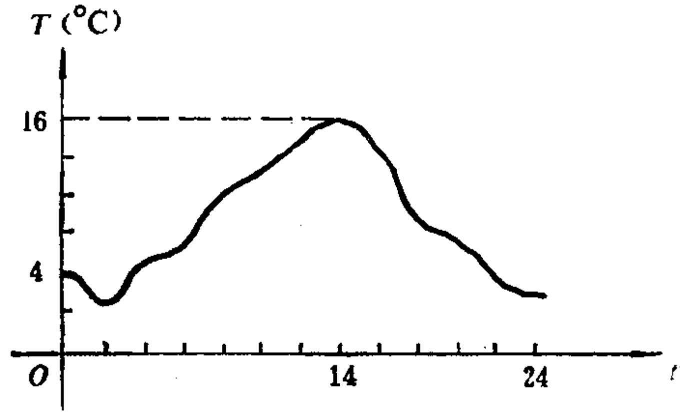

图 1.1

图1.1 形象地表示了温度T随时间t而变化的函数关系。

定义域：〔0，24〕

值域：〔2，16〕

三、解析法

在函数的表示法中，用得最多的是解析法，它是用数学表达式来表示自变量与因变量之间的对应关系。如$y=x^2$，$y=\frac{1}{x}$等等。用数学表达式表示函数关系的同时，也可用图形表示出来。

除了上面最常见的三种表示法以外，在实际中，我们常常会遇到另一类函数，它们在其定义域内，不能用一个统一的数学表达式来表示，而需要用两个或两个以上的表达式来表示，这类函数我们称为**分段函数**。例如

$$y=\begin{cases}-x, & x\leqslant 0\\ x, & x>0\end{cases}$$

$$y=\begin{cases}0, & x<0\\ x^2, & 0\leqslant x<2\\ 1, & x\geqslant 2\end{cases}$$

都是分段函数。分段函数是用几个式子合起来表示一个函数，而不是表示几个函数。

有些函数关系，如$y=x^2$，其中因变量y是由x直接表示出来的。用这种形式表示的函数，称为**显函数**，记作$y=f(x)$。而另外一些函数关系是用一个方程的形式表示出来，如$x^2+2xy+y^2=0$，用这种形式表示的函数，称为**隐函数**，记作$F(x,y)=0$。

§3 函数的简单性质

一、函数的奇偶性

定义1.2 已知函数$y=f(x)$，如果对于定义域中的任何x，都有

$$f(-x)=f(x)$$

则称$f(x)$为**偶函数**。

例1 判别$y=f(x)=x^2$和$y=x^2+x$是不是偶函数。

解 对于$y=x^2$，由于

$$f(-x)=(-x)^2=x^2=f(x)$$

所以，$y=x^2$是偶函数。

对于$y=x^2+x$，由于

$$f(-x)=(-x)^2+(-x)=x^2-x\neq f(x)$$

所以，$y=x^2+x$不是偶函数。

对于偶函数，由于$f(-x)=f(x)$,所以图形上的点$P(x,f(x))$相对于y轴的对称点$P'(-x,f(x))$也在图形上。因此，**偶函数的图形对于y轴是对称的**，如图1.2。

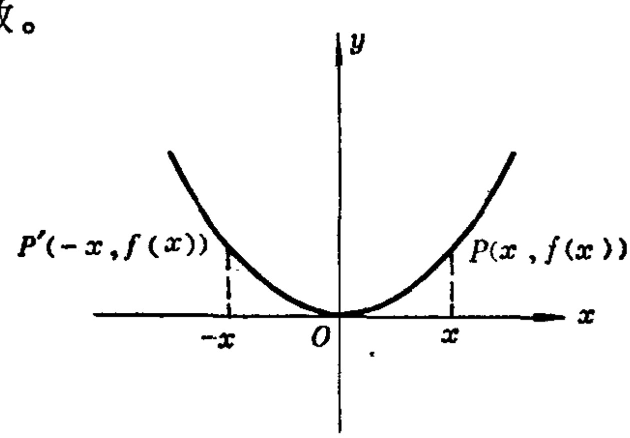

图 1.2

反之，如果一个函数的图形对于y轴是对称的，那么，这个函数是偶函数。

定义1.3 已知函数$y=f(x)$，如果对于定义域中的任何x，都有

$$f(-x)=-f(x)$$

则称$f(x)$为**奇函数。**

例2 判断$y=f(x)=x^3$和$y=x^3+1$是不是奇函数。

解 对于$y=x^3$，由于

$$f(-x)=(-x)^3=-x^3=-f(x)$$

所以，$y=x^3$是奇函数。

对于$y=x^3+1$，由于

$$f(-x)=(-x)^3+1=-x^3+1\neq-f(x)$$

所以，$y=x^3+1$不是奇函数。

对于奇函数，由于$f(-x)=-f(x)$，所以，图形上的点$Q(x,f(x))$相对于原点的对称点$Q'(-x,-f(x))$也在图形上、因此，**奇函数的图形是对于原点对称的**，如图1.3。

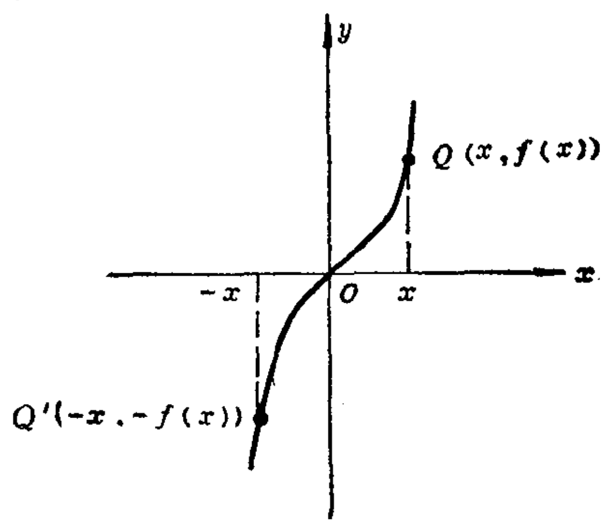

图 1.3

反之，如果一个函数的图形对于原点是对称的，那么，这个函数是奇函数。

二、函数的单调性

定义1.4 已知函数$f(x)$定义在区间(a,b)内，如果对于(a,b)内的任意两点x_1和x_2，当$x_1<x_2$时，总有

$$f(x_1)<f(x_2)$$

则称$f(x)$在区间(a, b)内是**单调增加的**。

若当$x_1 < x_2$时，总有

$$f(x_1) > f(x_2)$$

则称$f(x)$在区间(a, b)内是**单调减少的**。区间(a, b)称为$f(x)$的**单调区间**。

单调增加函数的图形是沿x轴正向逐渐上升的，如图1.4。单调减少函数的图形是沿x轴正向逐渐下降的，如图1.5。

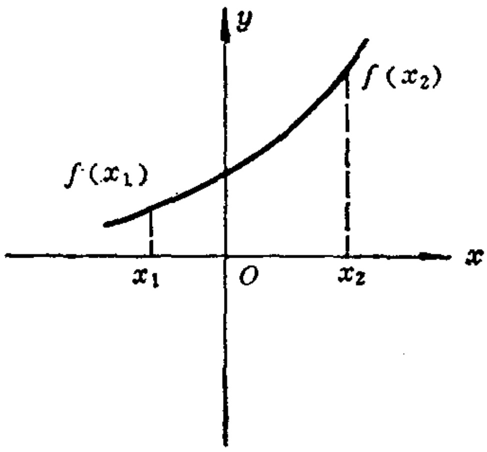

图 1.4

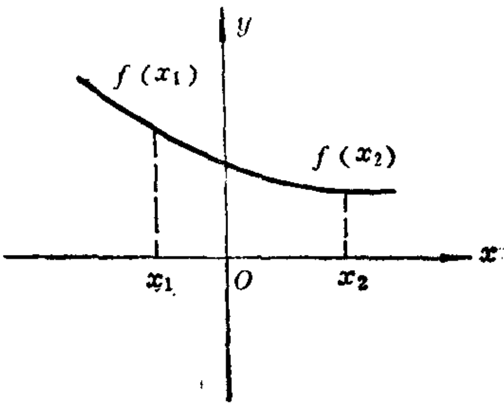

图 1.5

例3 判断$f(x) = 3x + 2$的单调性

解 对于任意的x_1和x_2，有

$$f(x_1) - f(x_2) = (3x_1 + 2) - (3x_2 + 2) = 3(x_1 - x_2)$$

如果$x_1 < x_2$，则

$$f(x_1) - f(x_2) < 0$$

即 $$f(x_1) < f(x_2)$$

所以，$f(x) = 3x + 2$在$(-\infty, +\infty)$内是单调增加的。

例4 判断$f(x) = 2x^2 + 1$的单调性。

解 对于任意的x_1和x_2，有

$$f(x_1) - f(x_2) = (2x_1^2 + 1) - (2x_2^2 + 1) = 2(x_1^2 - x_2^2)$$
$$= 2(x_1 + x_2)(x_1 - x_2)$$

由于在$(-\infty, 0]$内，$x_1+x_2<0$，所以当$x_1<x_2$时，有$x_1-x_2<0$，因此

$$f(x_1)-f(x_2)>0$$

即 $$f(x_1)>f(x_2)$$

因此，$f(x)=2x^2+1$在区间$(-\infty, 0]$内单调减少。

由于在$[0, +\infty)$内，$x_1+x_2>0$，所以当$x_1<x_2$时，$x_1-x_2<0$，因此

$$f(x_1)-f(x_2)<0$$

即 $$f(x_1)<f(x_2)$$

因此，$f(x)=2x^2+1$在$[0, +\infty)$内单调增加。

例5 证明$f(x)=\frac{1}{x}$在$(0, +\infty)$内是单调减少函数。

证 设$x_1>0$，$x_2>0$，且$x_1<x_2$，则

$$f(x_1)-f(x_2)=\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_2}=\frac{x_2-x_1}{x_1x_2}>0$$

即 $$f(x_1)>f(x_2)$$

所以，$f(x)=\frac{1}{x}$在$(0, +\infty)$内是单调减少函数。

三、函数的周期性

定义1.5 对于函数$y=f(x)$，如果存在不为零的常数T，使

$$f(x+T)=f(x)$$

恒成立，则称$f(x)$为**周期函数**。满足这个等式的最小正数T，称为函数的**周期**。

例如，$y=\sin x$是周期函数，周期是2π。$y=\operatorname{tg}x$也是周期函数，周期是π。

四、函数的有界性

定义1.6 设函数$y=f(x)$在(a, b)内有定义，如果存在一