

萧亮壮 陈子玉 李恒沛 编

# 管理数学基础

宇航出版社

# 管 理 数 学 基 础

萧亮壮 陈子玉 李恒沛 编

宇航出版社

## 内 容 简 介

本书内容包括微积分基础知识、线性代数、概率统计、线性规划等四部分共十八章。主要介绍基本知识和方法。书中除有大量例题外，每一章还有适量的习题，书末附有答案和解答。

本书可作为大学经济管理工程类专业及其它有关专业的教材或教学参考书，也可供广大工矿企业、经济管理部門的工程技术人员和干部学习参考。

## 管 理 数 学 基 础

萧亮壮 陈子玉 李恒沛 编

责任编辑：张 芝

宇航出版社出版

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经销

北京农业工程大学印刷所印刷

开本：850×1168 1/32 印张：15.75 字数：400千字

1988年2月第1版第1次印刷

印数：1—3500册

ISBN 7-80034-048-1/G·009

定价：4.00元

# 前 言

随着我国教育事业的迅速发展，近年来，我国高等教育层次增多，各类大学相继开办，学习人数日益增加，特别是管理工程类专业发展很快。目前急需这方面的教材或教学参考书，为了适应多方面的教学需要，我们编写了本书。

本书分四大部分。第一部分是微积分（第一章至第九章），主要介绍微积分的基本知识；第二部分是线性代数（第十章），主要介绍常用的矩阵方法；第三部分是概率统计（第十一章至第十七章），主要介绍概率论的基本知识和常用的数理统计方法；第四部分是线性规划（第十八章），主要介绍几个基本解法。书中的内容大都是我们进行科学管理中必要的数学知识和基本数学方法，简明易学。

本书可作为大学经济管理工程类各专业的教材或教学参考书，也可供高等院校其它有关专业作为教材或教学参考书。

由于编者水平所限，书中一定存在着许多不妥之处，希望读者批评指正。

编 者

1985年12月

# 目 录

---

## 第一章 函 数

|                    |       |
|--------------------|-------|
| § 1 函数概念 .....     | ( 1 ) |
| § 2 函数的表示法 .....   | ( 2 ) |
| § 3 函数的简单性质 .....  | ( 4 ) |
| § 4 反函数及复合函数 ..... | ( 8 ) |
| § 5 初等函数 .....     | (10)  |
| 习题一 .....          | (13)  |

## 第二章 极 限

|                              |      |
|------------------------------|------|
| § 1 数列的极限 .....              | (15) |
| § 2 函数的极限 .....              | (18) |
| § 3 极限的运算法则 .....            | (25) |
| § 4 极限存在的两个准则, 两个重要的极限 ..... | (28) |
| § 5 无穷小量与无穷大量 .....          | (32) |
| 习题二 .....                    | (34) |

## 第三章 连续函数

|                   |      |
|-------------------|------|
| § 1 函数的连续性 .....  | (37) |
| § 2 连续函数的性质 ..... | (40) |
| 习题三 .....         | (42) |

## 第四章 导数与微分

|     |                    |      |
|-----|--------------------|------|
| § 1 | 导数的概念 .....        | (44) |
| § 2 | 导数的基本公式与运算法则 ..... | (48) |
| § 3 | 高阶导数 .....         | (58) |
| § 4 | 函数的微分 .....        | (60) |
| 习题四 | .....              | (64) |

## 第五章 中值定理与导数的应用

|     |                  |      |
|-----|------------------|------|
| § 1 | 中值定理 .....       | (68) |
| § 2 | 函数的增减性 .....     | (71) |
| § 3 | 函数的极值 .....      | (73) |
| § 4 | 函数的最大值和最小值 ..... | (76) |
| § 5 | 洛必达法则 .....      | (77) |
| 习题五 | .....            | (82) |

## 第六章 不定积分

|     |                 |      |
|-----|-----------------|------|
| § 1 | 不定积分的概念 .....   | (84) |
| § 2 | 基本积分公式 .....    | (87) |
| § 3 | 不定积分的简单性质 ..... | (88) |
| § 4 | 换元积分法 .....     | (90) |
| § 5 | 分部积分法 .....     | (94) |
| § 6 | 有理函数的积分 .....   | (96) |
| 习题六 | .....           | (99) |

## 第七章 定积分

|     |                |       |
|-----|----------------|-------|
| § 1 | 定积分的概念 .....   | (101) |
| § 2 | 定积分的基本性质 ..... | (104) |
| § 3 | 定积分的计算 .....   | (106) |
| § 4 | 定积分的应用 .....   | (111) |

|          |       |
|----------|-------|
| 习题七..... | (115) |
|----------|-------|

## 第八章 多元函数

|                      |       |
|----------------------|-------|
| § 1 二元函数的概念 .....    | (117) |
| § 2 二元函数的极限与连续 ..... | (119) |
| § 3 二元函数的偏导数 .....   | (120) |
| § 4 全微分 .....        | (123) |
| § 5 复合函数的偏导数 .....   | (124) |
| § 6 二元函数的极值 .....    | (127) |
| § 7 二重积分 .....       | (132) |
| 习题八.....             | (137) |

## 第九章 简单的微分方程

|                     |       |
|---------------------|-------|
| § 1 微分方程的一般概念 ..... | (139) |
| § 2 一阶微分方程 .....    | (140) |
| § 3 一阶线性微分方程 .....  | (144) |
| 习题九.....            | (147) |

## 第十章 矩阵方法

|                       |       |
|-----------------------|-------|
| § 1 矩阵的由来 .....       | (149) |
| § 2 矩阵的基本运算 .....     | (154) |
| § 3 零矩阵和单位矩阵 .....    | (164) |
| § 4 逆矩阵 .....         | (166) |
| § 5 行列式 .....         | (169) |
| § 6 逆矩阵计算方法 .....     | (178) |
| § 7 矩阵的分块 .....       | (190) |
| § 8 线性方程组 .....       | (195) |
| § 9 矩阵的特征值和特征向量 ..... | (208) |

|               |       |
|---------------|-------|
| § 10 二次型..... | (214) |
| 习题十.....      | (225) |

## 第十一章 排列与组合

|              |       |
|--------------|-------|
| § 1 排列 ..... | (237) |
| § 2 组合 ..... | (240) |
| 习题十一.....    | (242) |

## 第十二章 事件和概率

|                       |       |
|-----------------------|-------|
| § 1 基本概念 .....        | (243) |
| § 2 古典概率 .....        | (248) |
| § 3 频率与统计概率 .....     | (253) |
| § 4 概率的公理化定义及性质 ..... | (255) |
| 习题十二.....             | (259) |

## 第十三章 条件概率与事件的独立性

|                  |       |
|------------------|-------|
| § 1 条件概率 .....   | (261) |
| § 2 事件的独立性 ..... | (267) |
| § 3 重复独立试验 ..... | (272) |
| 习题十三.....        | (275) |

## 第十四章 随机变量与分布函数

|                         |       |
|-------------------------|-------|
| § 1 随机变量及其分布函数 .....    | (277) |
| § 2 离散型随机变量及其分布律 .....  | (279) |
| § 3 连续型随机变量及其分布密度 ..... | (283) |
| 习题十四.....               | (290) |

## 第十五章 二维随机变量及其分布

|                  |       |
|------------------|-------|
| § 1 二维随机变量 ..... | (291) |
|------------------|-------|

|            |                  |       |
|------------|------------------|-------|
| § 2        | 二维离散型随机变量 .....  | (292) |
| § 3        | 二维连续型随机变量 .....  | (294) |
| § 4        | 边缘分布 .....       | (296) |
| § 5        | 随机变量的独立性 .....   | (301) |
| § 6        | 随机变量的函数的分布 ..... | (306) |
| 习题十五 ..... |                  | (316) |

## 第十六章 随机变量的数字特征

|            |                   |       |
|------------|-------------------|-------|
| § 1        | 数学期望 .....        | (320) |
| § 2        | 方差 .....          | (330) |
| § 3        | 大数定理和中心极限定理 ..... | (333) |
| 习题十六 ..... |                   | (338) |

## 第十七章 数理统计

|            |                 |       |
|------------|-----------------|-------|
| § 1        | 总体和样本 .....     | (340) |
| § 2        | 均值与方差的点估计 ..... | (342) |
| § 3        | 极大似然估计 .....    | (345) |
| § 4        | 均值的区间估计 .....   | (349) |
| § 5        | 方差的区间估计 .....   | (353) |
| § 6        | 假设检验 .....      | (356) |
| 习题十七 ..... |                 | (362) |

## 第十八章 线性规划初步

|     |                      |       |
|-----|----------------------|-------|
| § 1 | 引言 .....             | (364) |
| § 2 | 图解法 .....            | (370) |
| § 3 | 标准形式 .....           | (374) |
| § 4 | 线性规划问题的解及其基本性质 ..... | (378) |
| § 5 | 单纯形法 .....           | (382) |

|                        |       |
|------------------------|-------|
| § 6 对偶线性规划问题 .....     | (399) |
| 习题十八 .....             | (404) |
| 习题答案和解答 .....          | (409) |
| 附表1 正态分布表 .....        | (490) |
| 附表2 t 分布表 .....        | (491) |
| 附表3 $\chi^2$ 分布表 ..... | (492) |

# 第一章 函 数

## § 1 函 数 概 念

在中学代数中，我们学过常量和变量，并讨论了变量之间对应关系的函数。例如，火车以60km/h的速度行驶，它通过的路程 $S$  (km)与时间 $t$  (h)之间的关系是

$$S = 60t$$

在火车的行驶过程中，速度始终保持不变，这样的量，我们把它叫做**常量**（或常数）。而在这一过程中， $t$  和  $S$  是可以取不同数值的量，这样的量，我们把它叫做**变量**。在这一过程中，变量  $t$  的值可以在  $t \geq 0$  的范围内任意选取，对于  $t$  的每一个值，变量  $S$  总有唯一确定的值和它对应，我们就说  $S$  是  $t$  的函数。

**定义1.1** 设在某变化过程中有两个变量  $x$  和  $y$ ，如果对于变量  $x$  在其变化范围内的每一个值，变量  $y$  总有确定的值和它对应，就称  $y$  是  $x$  的**函数**。称  $x$  为**自变量**， $y$  为**因变量**。记作

$$y = f(x)$$

式中的  $f$  为函数符号，表示  $x$  与  $y$  的对应法则，如  $y = f(x) = 2x + 1$  的对应法则是“乘2加1”。

如果对于自变量的一个确定的值，例如  $x = x_0$ ，函数有唯一确定的对应值  $y_0 = f(x_0)$ ，则称函数  $y = f(x)$  在  $x = x_0$  处有定义，并称这个对应值  $y_0 = f(x_0)$  为在  $x = x_0$  时的函数值，简称函数值。

自变量  $x$  的变化范围，称为函数的**定义域**。相应地  $y$  的变化范围，称为函数的**值域**。

例1  $y = f(x) = x^2$  的定义域是  $(-\infty, +\infty)$ ，值域是  $[0, +\infty)$ 。

例2  $y = f(x) = \frac{1}{x-1}$ ，当  $x = 1$  时， $\frac{1}{x-1}$  没有意义。因此， $x$  的取值范围是不等于 1 的所有实数，即定义域是  $(-\infty, 1)$ ， $(1, +\infty)$ 。值域是  $(-\infty, 0)$ ， $(0, +\infty)$ 。

例3  $y = \sqrt{x-2}$  的定义域是  $[2, +\infty)$ ，值域是  $[0, +\infty)$ 。

## §2 函数的表示法

### 一、列表法

就是把一串自变量值及其对应的函数值列成表格。

在工农业生产和科学实验中，常常用这种方法来表示函数关系。

例1 某单位在一年里各月份的用水量（单位：kt）如表1.1所示。

表 1.1

| 月份 $x$  | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 |
|---------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 用水量 $T$ | 10 | 11 | 10 | 12 | 12 | 14 | 15 | 15 | 14 | 12 | 12 | 11 |

表1.1 表示了某单位用水量  $T$  随月份  $x$  而变化的函数关系。

定义域： $\{1, 2, 3, 4, \dots, 12\}$

值域： $\{10, 11, 12, 14, 15\}$

### 二、图形法

就是用坐标平面上的曲线来表示函数。

例2 图1.1是某气象站用自动温度记录仪描下的表示某一天气温变化情况的曲线。

图1.1 形象地表示了温度  $T$  随时间  $t$  而变化的函数关系。

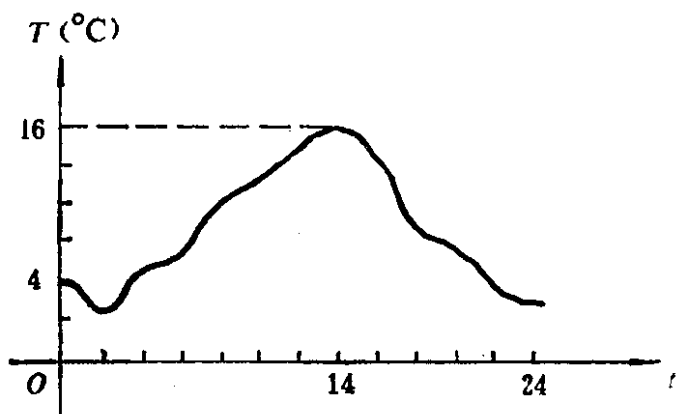


图 1.1

定义域:  $[0, 24]$

值域:  $[2, 16]$

### 三、解析法

在函数的表示法中,用得最多的是解析法,它是用数学表达式来表示自变量与因变量之间的对应关系。如  $y = x^2$ ,  $y = \frac{1}{x}$  等等。用数学表达式表示函数关系的同时,也可用图形表示出来。

除了上面最常见的三种表示法以外,在实际中,我们常常会遇到另一类函数,它们在其定义域内,不能用一个统一的数学表达式来表示,而需要用两个或两个以上的表达式来表示,这类函数我们称为**分段函数**。例如

$$y = \begin{cases} -x, & x \leq 0 \\ x, & x > 0 \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x^2, & 0 \leq x < 2 \\ 1, & x \geq 2 \end{cases}$$

都是分段函数。分段函数是用几个式子合起来表示一个函数,而不是表示几个函数。

有些函数关系，如  $y = x^2$ ，其中因变量  $y$  是由  $x$  直接表示出来的。用这种形式表示的函数，称为**显函数**，记作  $y = f(x)$ 。而另外一些函数关系是用一个方程的形式表示出来，如  $x^2 + 2xy + y^2 = 0$ ，用这种形式表示的函数，称为**隐函数**，记作  $F(x, y) = 0$ 。

### §3 函数的简单性质

#### 一、函数的奇偶性

**定义1.2** 已知函数  $y = f(x)$ ，如果对于定义域中的任何  $x$ ，都有

$$f(-x) = f(x)$$

则称  $f(x)$  为**偶函数**。

**例1** 判别  $y = f(x) = x^2$  和  $y = x^2 + x$  是不是偶函数。

**解** 对于  $y = x^2$ ，由于

$$f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$$

所以， $y = x^2$  是偶函数。

对于  $y = x^2 + x$ ，由于

$$f(-x) = (-x)^2 + (-x) = x^2 - x \neq f(x)$$

所以， $y = x^2 + x$  不是偶函数。

对于偶函数，由于  $f(-x) = f(x)$ ，所以图形上的点  $P(x, f(x))$  相对于  $y$  轴的对称点  $P'(-x, f(x))$  也在图形上。因此，**偶函数的图形对于  $y$  轴是对称的**，如图1.2。

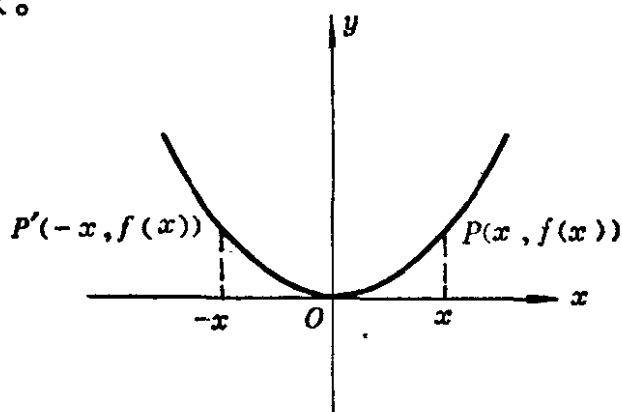


图 1.2

反之，如果一个函数的图形对于  $y$  轴是对称的，那么，这个函数是偶函数。

**定义1.3** 已知函数  $y = f(x)$ ，如果对于定义域中的任何  $x$ ，都有

$$f(-x) = -f(x)$$

则称  $f(x)$  为奇函数。

**例2** 判断  $y = f(x) = x^3$  和  $y = x^3 + 1$  是不是奇函数。

**解** 对于  $y = x^3$ ，由于

$$f(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x)$$

所以， $y = x^3$  是奇函数。

对于  $y = x^3 + 1$ ，由于

$$f(-x) = (-x)^3 + 1 = -x^3 + 1 \neq -f(x)$$

所以， $y = x^3 + 1$  不是奇函数。

对于奇函数，由于  $f(-x) = -f(x)$ ，

所以，图形上的点  $Q(x, f(x))$  相对于原点的对称点  $Q'(-x, -f(x))$  也在图形上、

因此，奇函数的图形是对于原点对称的，如

图1.3。

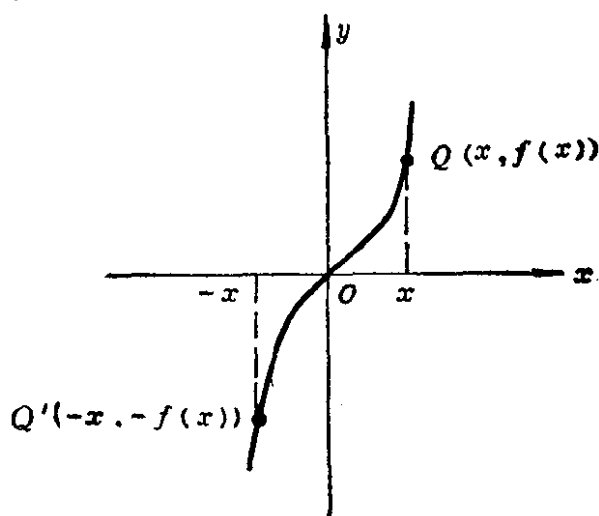


图 1.3

反之，如果一个函数的图形对于原点对称的，那么，这个函数是奇函数。

## 二、函数的单调性

**定义1.4** 已知函数  $f(x)$  定义在区间  $(a, b)$  内，如果对于  $(a, b)$  内的任意两点  $x_1$  和  $x_2$ ，当  $x_1 < x_2$  时，总有

$$f(x_1) < f(x_2)$$

则称 $f(x)$ 在区间 $(a, b)$ 内是**单调增加**的。

若当 $x_1 < x_2$ 时，总有

$$f(x_1) > f(x_2)$$

则称 $f(x)$ 在区间 $(a, b)$ 内是**单调减少**的。区间 $(a, b)$ 称为 $f(x)$ 的**单调区间**。

单调增加函数的图形是沿 $x$ 轴正向逐渐上升的，如图1.4。

单调减少函数的图形是沿 $x$ 轴正向逐渐下降的，如图1.5。

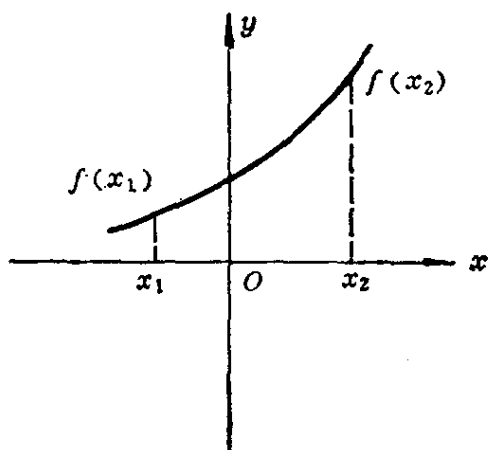


图 1.4

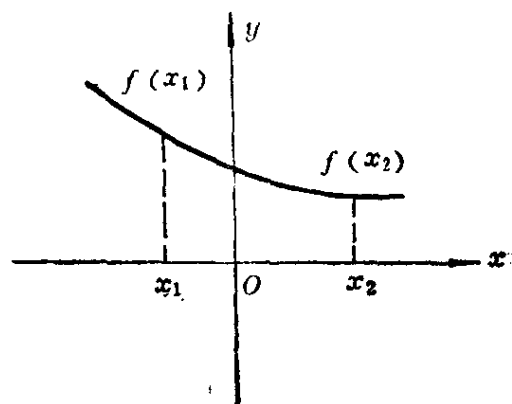


图 1.5

**例3** 判断 $f(x) = 3x + 2$ 的单调性

**解** 对于任意的 $x_1$ 和 $x_2$ ，有

$$f(x_1) - f(x_2) = (3x_1 + 2) - (3x_2 + 2) = 3(x_1 - x_2)$$

如果 $x_1 < x_2$ ，则

$$f(x_1) - f(x_2) < 0$$

即  $f(x_1) < f(x_2)$

所以， $f(x) = 3x + 2$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内是单调增加的。

**例4** 判断 $f(x) = 2x^2 + 1$ 的单调性。

**解** 对于任意的 $x_1$ 和 $x_2$ ，有

$$\begin{aligned} f(x_1) - f(x_2) &= (2x_1^2 + 1) - (2x_2^2 + 1) = 2(x_1^2 - x_2^2) \\ &= 2(x_1 + x_2)(x_1 - x_2) \end{aligned}$$

由于在  $(-\infty, 0]$  内,  $x_1 + x_2 < 0$ , 所以当  $x_1 < x_2$  时, 有  $x_1 - x_2 < 0$ , 因此

$$f(x_1) - f(x_2) > 0$$

即  $f(x_1) > f(x_2)$

因此,  $f(x) = 2x^2 + 1$  在区间  $(-\infty, 0]$  内单调减少。

由于在  $[0, +\infty)$  内,  $x_1 + x_2 > 0$ , 所以当  $x_1 < x_2$  时,  $x_1 - x_2 < 0$ , 因此

$$f(x_1) - f(x_2) < 0$$

即  $f(x_1) < f(x_2)$

因此,  $f(x) = 2x^2 + 1$  在  $[0, +\infty)$  内单调增加。

**例5** 证明  $f(x) = \frac{1}{x}$  在  $(0, +\infty)$  内是单调减少函数。

**证** 设  $x_1 > 0$ ,  $x_2 > 0$ , 且  $x_1 < x_2$ , 则

$$f(x_1) - f(x_2) = \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} = \frac{x_2 - x_1}{x_1 x_2} > 0$$

即  $f(x_1) > f(x_2)$

所以,  $f(x) = \frac{1}{x}$  在  $(0, +\infty)$  内是单调减少函数。

### 三、函数的周期性

**定义1.5** 对于函数  $y = f(x)$ , 如果存在不为零的常数  $T$ , 使

$$f(x + T) = f(x)$$

恒成立, 则称  $f(x)$  为**周期函数**。满足这个等式的最小正数  $T$ , 称为函数的**周期**。

例如,  $y = \sin x$  是周期函数, 周期是  $2\pi$ 。  $y = \operatorname{tg} x$  也是周期函数, 周期是  $\pi$ 。

### 四、函数的有界性

**定义1.6** 设函数  $y = f(x)$  在  $(a, b)$  内有定义, 如果存在一