

量子力学图解

〔德〕 S. 伯朗特 H. 塔曼 著

陆浩聪 苏清茂 译

宇航出版社

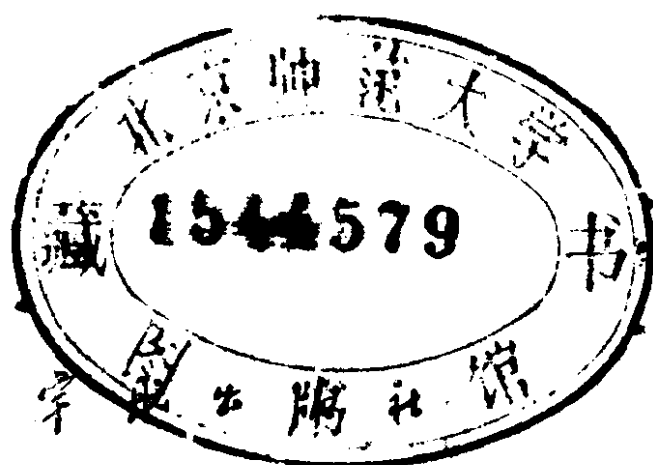
量子力学图解

〔德〕S. 伯朗特 H. 塔曼 著

陆浩聪 苏清茂 译

赵 密 曹子祥 校

501/221/03



内 容 简 介

《量子力学图解》是一本从教学实际出发,运用图解法来讲解量子力学的新型教材。全书共分14章:第一章导论,介绍量子力学的实验基础,第二章阐述何以能将光子看作量子波包,第三章介绍量子力学的几个基本概念,第四章至第八章讨论一维量子力学,第九章至第十三章研究三维量子力学,第十四章介绍量子力学在物理学各个方面的应用和新的实验结果,另外在每章之后,都附有适量习题,以供练习。

本书的特色是将量子力学的论述与波动光学类比,使抽象的概念形像化、直观化,为解决量子力学教学中的难点,开辟了新的途径。

本书可作为理工科大学的教材或参考书,也是教师及有关科技人员的必备参考书。

The Picture Book of Quantum Mechanics

S. Brandt H.D. Dahmen

John Wiley & Sons, 1985

量 子 力 学 图 解

〔德〕S.伯朗特 H.塔曼 著

陆浩聪 苏清茂 译

赵 密 曹子祥 校

责任编辑:崔素言

宇航出版社出版

北京和平里滨河路1号 邮政编码100013

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经销

七〇七所印刷厂印刷

开本: 850×1168 1/32 印张: 7.75 字数: 208 千字

1990年5月第1版第1次印刷 印数: 1—2500 册

ISBN 7-80034-270-0/O·006 定价: 4.80 元

701/22/93

译 者 的 话

《量子力学图解》是一本运用图像法讲解量子力学的教科书，也是国外新近出版的第一本这样的书籍。

在量子力学教学中，由于该学科中概念之新颖、实验之精巧、方法之特殊，长期以来使学生们感到抽象难懂。这是一些真正心理上的困难，它一方面来自我们对经典物理观点的偏爱而形成的心理定势，另一方面则是由于所需要的数学工具较为复杂，从而使学生感到深奥难解、神秘莫测。所以，我们译出此书的目的在于为广大的量子力学读者解除疑难，为了提高量子力学教学效果而介绍新的途径尽绵薄之力。

本书的特色是将量子力学的论述与波动光学进行类比，利用其中 136 幅精美的插图进行直观演示，使抽象的概念得以形象化、直观化，从而为帮助学习量子力学的基本概念、解决教学中存在的难点提供借鉴。

本书原文由西北工业大学曹麟祥副教授提供，他于 1987 年春留美归国带回此书，并特地将书中 136 幅插图重新复制。得到此书后，我便立即着手进行翻译，于当年 10 月竣稿。曹麟祥副教授、西北大学物理系曹子祥副教授、陕西师范大学赵密教授和邹宜贤副教授都对译稿提出了许多宝贵意见，谨在此表示诚挚的谢意。

由于本书涉及的物理知识领域较广，译者水平有限，译文中疏漏难免，不妥之处尚请读者指正。

1988 年 12 月

目 录

译者的话

第一章 导 论 (1)

习 题

第二章 光波、光子 (9)

§2.1 谐平面波、相速度 (9)

§2.2 入射到玻璃面上的光波 (12)

§2.3 通过玻璃板的光波 (14)

§2.4 自由波包 (16)

§2.5 玻璃面上的入射波包 (21)

§2.6 通过玻璃板的波包 (22)

§2.7 光 子 (23)

习 题

第三章 物质几率波 (27)

§3.1 德布罗意波 (27)

§3.2 波包、波包的弥散 (27)

§3.3 几率解释、测不准原理 (32)

§3.4 薛定谔方程 (41)

习 题

第四章 一维薛定谔方程解 (45)

§4.1 时空坐标的分离, 定态解 (45)

§4.2 散射的定态解、连续能谱 (47)

§4.3 稳定束缚态 (55)

习 题

第五章 一维量子力学: 势场的散射 (60)

§5.1 粒子的突然加速和减速 (60)

§5.2 隧道效应 (63)

§5.3	亚稳态的激发和衰变·····	(64)
§5.4	锐动量定态·····	(68)
习 题		
第六章	一维量子力学: 粒子在势场中的运动、稳定束缚态 ·····	(75)
§6.1	深方阱能谱·····	(75)
§6.2	深方阱中的粒子运动·····	(76)
§6.3	谐振子势能谱·····	(78)
§6.4	粒子的谐运动·····	(81)
§6.5	有限深方阱能谱·····	(85)
§6.6	周期势能、带光谱·····	(87)
习 题		
第七章	耦合谐振子: 可分辨粒子 ·····	(92)
§7.1	双粒子波函数·····	(92)
§7.2	耦合谐振子·····	(96)
§7.3	定 态·····	(101)
习 题		
第八章	耦合谐振子: 不可分辨粒子 ·····	(105)
§8.1	两个不可分辨粒子的波函数·····	(105)
§8.2	定态·····	(108)
§8.3	波包的运动·····	(109)
§8.4	从经典观点来看不可分辨粒子·····	(112)
习 题		
第九章	三维波包 ·····	(119)
§9.1	动 量·····	(119)
§9.2	角动量、球谐函数·····	(122)
§9.3	薛定谔方程·····	(130)
§9.4	自由运动粒子的薛定谔方程解·····	(132)
§9.5	球面贝塞尔函数·····	(133)
§9.6	用角动量表示的谐平面波·····	(135)
§9.7	经典粒子的自由波包和角动量·····	(140)
习 题		

第十章	薛定谔方程的三维解	(146)
§10.1	散射定态解	(147)
§10.2	稳定束缚态	(149)
习 题		
第十一章	三维量子力学: 势场的散射	(153)
§11.1	谐平面波的衍射、分波	(153)
§11.2	散射波和散射截面	(156)
§11.3	散射位相和散射幅、么正关系和 Argand 图	(164)
习 题		
第十二章	三维量子力学: 束缚态	(171)
§12.1	球方阱中的束缚态	(171)
§12.2	球对称谐振子束缚态	(176)
§12.3	粒子的三维谐运动	(186)
§12.4	氢原子	(187)
习 题		
第十三章	三维量子力学: 共振散射	(200)
§13.1	引力势的散射	(200)
§13.2	共振散射	(200)
§13.3	相移分析	(201)
§13.4	束缚态和共振	(206)
§13.5	排斥壳的共振散射	(208)
习 题		
第十四章	原子物理、分子物理、固体物理、原子核物理和粒子物理中的一些例子	(220)
§14.1	原子、电子、中子和 π 介子在不同靶粒子上的散射	(221)
§14.2	原子、原子核和晶体的束缚态光谱	(224)
§14.3	原子和原子核的壳层模型	(226)
§14.4	分子、原子、原子核和基本粒子的共振散射	(234)
§14.5	核物理和粒子物理中的相移分析	(239)
§14.6	雷其轨道的共振类别	(241)
§14.7	亚稳态放射性原子核	(242)

第一章 导 论

经典物理学的基本领域，一方面是力学和热学，另一方面则是电磁学和光学。在力学和热学现象中，粒子的运动规律由牛顿方程决定。电磁学和光学是研究场和波动现象的，它们由马克斯威尔方程描述。在经典物理中粒子的位置在任何时刻都是完全确定的。反之，表征波动现象的干涉图样却可以扩展到空间的一定范围。在原子和亚原子范围内，粒子和波动之间的严格区别已经失去意义。

量子物理学的发展可以追溯到1900年普朗克关于“频率为 ν ”的谐振子能量的量子化，即谐振子发射或吸收的能量只能取一定量的整数值 $0, h\nu, 2h\nu$ ，也即仅为“普朗克量子能”

$$E = h\nu$$

的整数倍。“普朗克常数”

$$h = 6.262 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$

是自然界的一个基本常数，也是量子物理学中的一个主要常数。我们常常喜欢用谐振子的“角频率” $\omega = 2\pi\nu$ 来代替频率 ν ，因而普朗克量子能量就变成

$$E = \hbar\omega$$

此处

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

普朗克常数是一个很小的量，所以在宏观系统中量子化现象是非常不明显的。但是在原子和亚原子物理领域普朗克常数却具有基本的意义。为了使我们的叙述更加精确起见，先来研究几个实验，这就是下列几个基本的物理现象：

1. 光电效应,
2. 康普顿效应,
3. 电子衍射。

光电效应是赫兹在 1887 年发现的。进一步的研究是哈尔瓦克斯(Wilhelm Hallwachs) 在 1888 年和伦纳德(Philipp Lenard) 在 1902 年完成的。我们在这里讨论的几个定量化的实验是 1916 年由密里根 (R·A·Millikan) 完成的。所使用的仪器如图 1.1(a) 所示。不同频率的单色光, 射到真空管的光(电)阳极上, 在光阳极的对面有一个阴极 (假定阳极和阴极由同一种金属构成), 阴极相对阳极的电势为 $-U$ 。这样电场就对离开阳极的电子电荷 $-e$ 施加一个排斥作用力。 $e = 1.609 \times 10^{-19} \text{C}$ 是一个基本电荷。若电子到达阴极, 它就会通过外电路流回阳极, 并产生一个可测量的电流 I 。这样, 电子的动能就可以利用改变阴极与阳极之间的电压予以确定。实验得到下列一些结果:

1. 电流的出现与电压无关, 而仅与光的频率有关, 它只在某一频率 ν_0 (对于不同的阳极材料, ν_0 的值各不相同) 下出现。即仅当 $\nu > \nu_0$ 时才会有电流出现。

2. 电流停止时的电压与光频率成线性关系 (图 1.1(b))。因此电子离开阳极的动能 $E_{\text{动}}$ 等于阴极与阳极之间电场的势能 eU ,

$$E_{\text{动}} = eU_s$$

若 h/e 表示光频率与电压直线关系的斜率, 则频率为 ν 的光子将动能 eU 传给电子, 电子便从阳极上突然跳出。当光频率小于 ν_0 时, 则没有任何电子离开阳极。如果认为

$$h\nu_0 = eU_k$$

就是物质释放电子所必须的电离能, 则必然会得出结论, 频率为 ν 的光具有能量

$$E = h\nu = \hbar\omega$$

$$\omega = 2\pi\nu, \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

3. 释放电子的数目与入射到阳极的光强度成正比。

1905年, 爱因斯坦假定光是由单独进行作用的能量子 $h\nu$ 组成, 从而解释了光电效应。“光量子”也称“光子”或“ γ -量子”。光量子的数目与光的强度成正比。

如果光量子 $E = h\nu = \hbar\omega$ 是粒子, 则应有动量。静质量为 m 的粒子, 其能量 E 和动量 p 之间的相对论关系是

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{E^2 - m^2 c^4}$$

其中 c 是真空中光速。以光速运动的量子其静质量必定等于零, 因此对于光子, 我们有

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{\hbar^2 \omega^2} = \hbar \frac{\omega}{c} = \hbar k$$

其中 $k = \omega/c$ 是光的波数。若光的传播方向沿 $\mathbf{k}/k$, 我们就得到光的矢量关系 $\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k}$ 。为了检验这一关系的正确性, 需要做一个实验, 即光被自由电子散射的实验。根据散射过程粒子的能量和动量必须守恒, 所以应有下列关系

$$E_\gamma + E_e = E'_\gamma + E'_e$$

$$\mathbf{p}_\gamma + \mathbf{p}_e = \mathbf{p}'_\gamma + \mathbf{p}'_e$$

其中 E_γ , $\mathbf{p}_\gamma$ 和 E'_γ , $\mathbf{p}'_\gamma$ 分别为入射光子和散射光子的能量和动量。 E_e , $\mathbf{p}_e$, E'_e 和 $\mathbf{p}'_e$ 是电子在散射前后的能量和动量。电子能量 E_e 和动量 $\mathbf{p}_e$ 之间的关系是

$$E_e = c \sqrt{p_e^2 + m_e^2 c^2}$$

其中 m_e 是电子的静质量。若电子起初静止, 则 $p_e = 0$, $E_e = m_e c^2$ 。总之, 利用这些关系我们就得到

$$\begin{aligned} c\hbar k + m_e c^2 &= c\hbar k' + c\sqrt{p_e'^2 + m_e^2 c^2} \\ \hbar k &= \hbar k' + p_e' \end{aligned}$$

这是一个确定光子波长 $\lambda' = 2\pi/k'$ 的方程组，它是入射光子波长 $\lambda = 2\pi/k$ 和散射角 θ 的函数（图1.2(a)）。对两个波长的差 $\lambda' - \lambda$ 求解，我们就得到

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\theta)$$

此式表明，在 $\theta > 0$ 时散射光的角频率 $\omega' = ck' = 2\pi c/\lambda'$ 小于入射光的角频率 $\omega = ck = 2\pi c/\lambda$ 。

康普顿曾经做了一个光对电子的散射实验，他在1923年的论文中曾指出，散射光的频率 ω' 变小（图1.2(b)）。光电效应和康普顿散射实验证明，我们必须把光看作静质量为零，并以光速运动，能量为 $E = \hbar\omega$ ，动量为 $p = \hbar k$ 的粒子。它们的碰撞过程遵守粒子碰撞的相对论定律。光子的传播服从马克斯韦尔方程。给定位置的光强由该点的光子密度决定。

一旦得出这样的结论，我们就会产生一个奇妙的想法：象电子这样的经典粒子，其行为特点是否和光子一样？特别是，我们也可能去作这样的推测：电子的运动是否也应当和波一样？如果对于动能为 $E_{\text{动}} = p^2/2m$ 的非相对论性粒子（小于光速的运动粒子），其能量和角频率之间的关系式 $E = \hbar\omega$ 也成立，其角频率由式

$$\omega = \frac{1}{\hbar} \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar k^2}{2m}$$

决定，则可证明，其波数 k 和波长 λ 与动量 p 的关系

$$k = \frac{p}{\hbar}, \quad \lambda = \frac{h}{p}$$

成立。因此动量等于 p 的粒子可以用“德布罗意波长” $\lambda = h/p$ 和角频率 $\omega = p^2/(2m\hbar)$ 来表征。

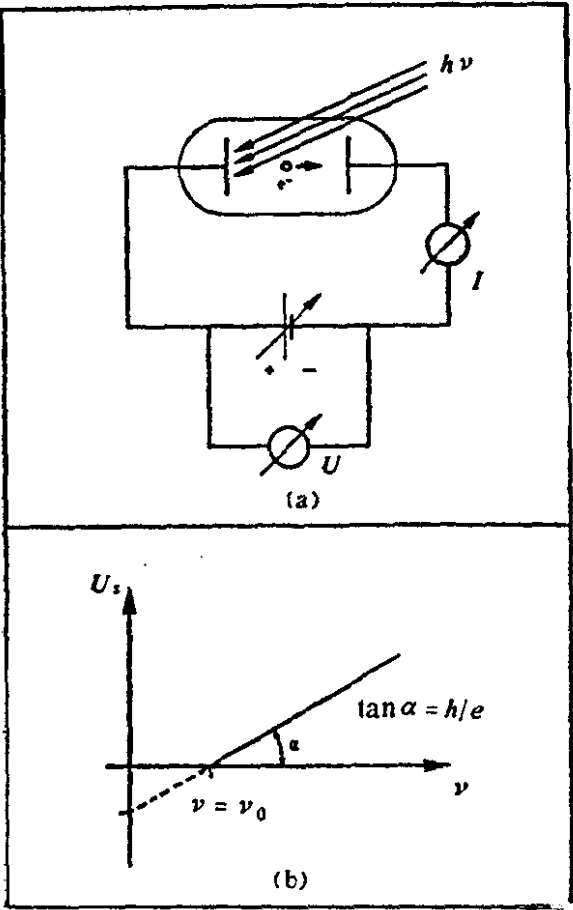


图1.1 光电效应

(a) 测量光电效应的仪器，由含有两片电极的真空管构成。用频率为 ν 的单色光照射到阴极上，就释放出可以到达阳极的电子，于是在外电路中产生电流 I 。外压电 U 则遏止真空管中的电子流。一旦外电压超过 U_s ，电子流立即停止。(b) 光频率 ν 和电压 U_s 之间的线性关系。

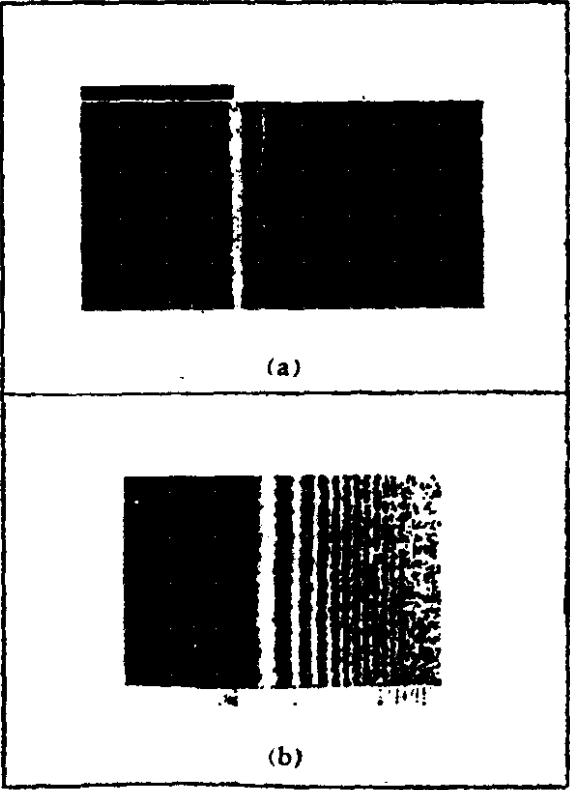


图1.3

(a) 红光在锐边散射所产生的干涉图样。这个锐边是吸收半平面的边缘线，其位置在图的上边标出。
(b) 电子在锐边上散射产生的干涉图样。

物质波的概念就是德布罗意在1923年提出的。

如果粒子的运动确实是以波的形式来表现，那么当电子束发

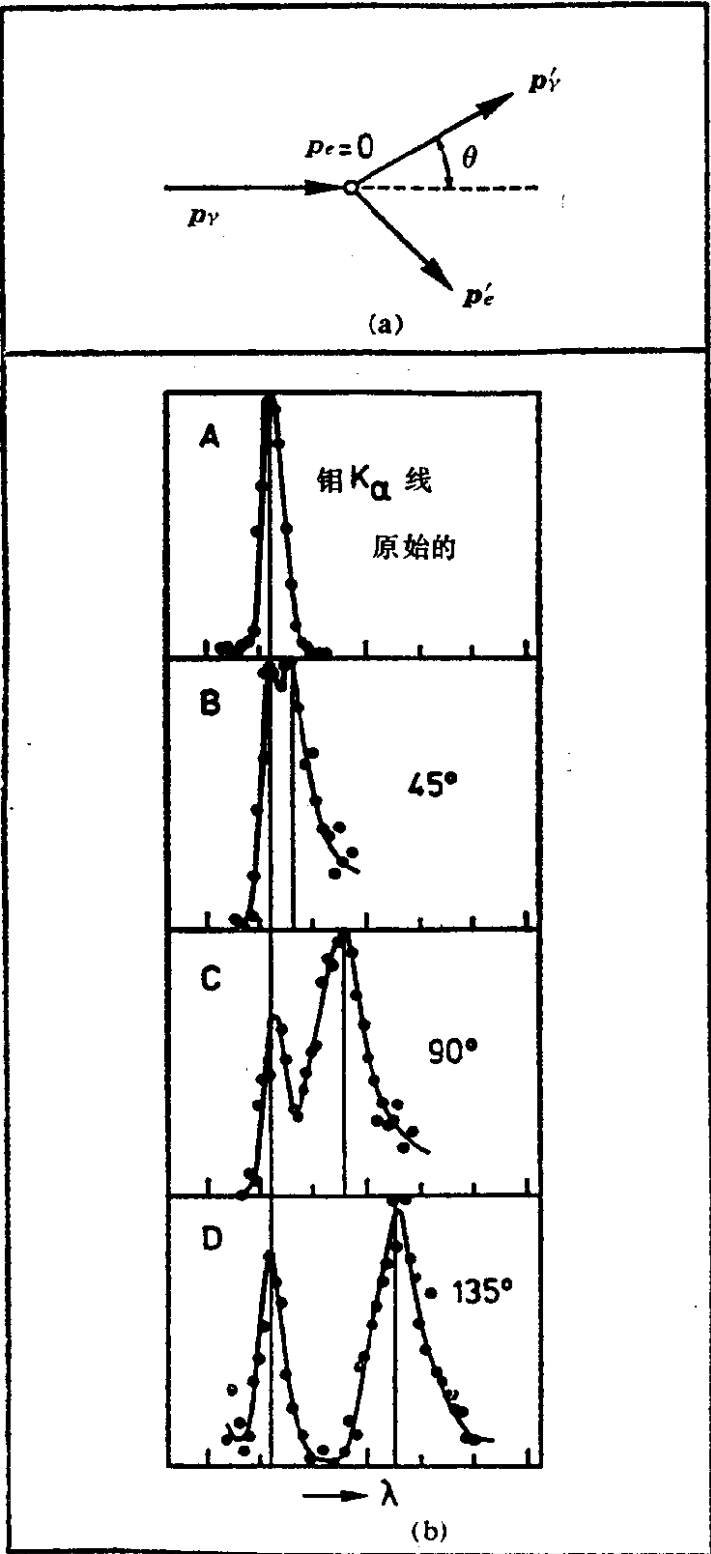


图1.2 康普顿效应

(a) 康普顿效应的运动学过程。动量为 p_γ 的光子被静止的自由电子(动量 $p_e=0$)散射。散射光子的方向与原来的方向成 θ 角。根据能量守恒和动量守恒定律，可以计算出碰撞中散射光子动量的绝对值 $p_{\gamma'}$ 和相应波长 $\lambda'=h/p_{\gamma'}$ 。

(b) 康普顿效应的实验结果。康普顿利用钼 $K\alpha$ 的单色X射线轰击石墨靶。入射光子的光谱显示出顶端比较尖锐的 $K\alpha$ 线。在三个不同角度 $\theta(45^\circ, 90^\circ, 135^\circ)$ 被散射的光子光谱显示出,角度最大的散射谱线向波长较大的 λ' 移动。还有许多没有被石墨中电子散射的光子仍具有原来的波长。

生衍射，电子的传播应当呈现出干涉图样。这一现象首先由戴维森 (C. Davisson) 和杰默 (L. Germer) 在1927年证实。他们将电子束注入到单晶上，从而观察到电子的干涉图样。在这个实验中，晶体原子规则的晶格就像光栅一样。锐边散射片的衍射看起来甚至更加简单。该实验是包埃尔希 (Hans, Boersch) 在1943年完成的。他们把一个锐边白金箔片安装在电子显微镜的射束下，并利用电子显微镜的放大率将干涉图样放大。图1.3(b) 表明这一实验结果。将这一实验与图1.3(a) 用可见光在锐边上产生的衍射图样并排放在一起进行比较就可以看出，电子衍射实验中所确定的波长与根据德布罗意波公式所计算的结果完全一致。

习 题

- 1.1 100W功率的钠灯能发射30%波长为 $\lambda = 589\text{nm}$ 的光子，问每秒能发射多少光子？有多少光子能够进入距灯10km的观察者的眼睛？（设观察者眼睛瞳孔直径为5mm）。
- 1.2 为提供自由电子所需要的最小能量 $E_0 = h\nu_0$ 被称为物质的功函数。对于元素铯，该能量等于 $3.2 \times 10^{-19}\text{J}$ 。能产生光电效应的光的最小频率和相应最大波长是多少？具有波长为400nm的光子从铯表面释放的电子动能是多大？
- 1.3 频率为 ν 的光子能量 $E = h\nu$ 也可用爱因斯坦公式 $E = Mc^2$ 说明（ c 是真空中的光速）（或参阅第14章引言部分）蓝色光子（ $\lambda = 400\text{nm}$ ）在地球引力场中向上运动10m所损失的能量是多少？
- 1.4 许多放射性原子核发射高能光子（称为 γ 射线）。试计算具有100倍质子质量，能发射1MeV能量光子的原子核的反冲动量和速度。
- 1.5 试计算，在康普顿散射实验中，与静止电子发生碰撞的光

子其波长的最大改变值。设光子的初始波长为 $\lambda = 2 \cdot 10^{-12} \text{ m}$, 反冲电子的动能是多少?

1.6 试写出碰撞前电子非静止的康普顿散射能量动量守恒方程。

1.7 利用习题1.6的答案试计算红光 ($\lambda = 8 \times 10^{-7} \text{ m}$) 与能量为 $E_e = 20 \text{ GeV}$ 的电子对撞所产生的能量和波长的最大改变值 (从激光器产生的光子与斯坦福直线加速器产生的电子碰撞事实上是为了产生单色高能光子束)。

1.8 选用高精密分辨率的电子显微镜是因为德布罗意波长 $\lambda = h/p$ 比可见光波长短得多。其分辨率大约为 λ 。利用相对论能量关系 $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$ 来确定分辨率大小为 10^{-6} m (病毒), 10^{-8} m (DNA分子), 10^{-15} m (质子) 的物体所需的电子能量。

1.9 动能为 20 keV 的电子其德布罗意波频率和波长为多少 (这种能量就是彩色电视机阴极射线管中典型的电子能量)?

第二章 光波、光子

§2.1 谐平面波、相速度

量子力学中的许多重要问题和现象可以利用“波动力学”这一工具使之具体形象化，而波动力学与波动光学有许多相似之处。波动光学中最简单的一种波就是真空中的简谐平面波，它表示电场 E 和磁场 B 在时空中的一种最简单的位形变化。如果正交坐标系的 x 轴平行于波的传播方向，则总可以选择 y 轴平行于“电场强度”方向，因而 z 轴平行于磁场强度方向，这样选定以后，电磁场的强度就可写为

$$E_y = E_0 \cos(\omega t - kx), \quad B_z = B_0 \cos(\omega t - kx)$$

$$E_x = E_z = 0, \quad B_x = B_y = 0$$

如图2.1和图2.2所示。 E_0 和 B_0 是电场强度和磁场强度的最大值，称为“振幅”。“角频率” ω 与“波数” k 则有一个极简单的关系

$$\omega = c|k|$$

场强达到最大（即等于 E_0 ）时，各点的位置由余弦函数的“位相”

$$\delta = \omega t - kx = 2l\pi$$

决定，此处 l 取整数值： $l=0, 1, 2, \dots$ ，因此该点的运动速度等于

$$c = \frac{x}{t} = \frac{\omega}{k}$$

因为它表示给定点的位相速度，所以 c 称为波的“相速度”。对于真空中的光波来说，相速与波长无关， k 为正时，波传播沿 x 轴的正方向； k 为负时，波传播沿 x 轴的负方向。

在空间某定点，场强 E 和 B 以角频率 ω 随时间作周期变化。变化“周期”等于

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

对于某一确定时间，场强在空间表现为一个周期图样，其“波长”等于

$$\lambda = \frac{2\pi}{|k|}$$

整个图样以速度 c 沿 x 方向运动。图2.3(b)和(d)用一系列曲线表示相邻的、等时间间隔的场强变化。较早的时刻在后，较晚的时刻在前。我们把这样的表示法叫做“时间的演化”。

为此我们只需研究光波的电场

$$E_y = E = E_0 \cos(\omega t - kx - \alpha)$$

位相中的附加常数 α 是为了表示 E 的极大值必须出现在 $x = 0$ ($t = 0$ 时) 处。为简化计算，我们可以利用余弦函数和正弦函数分别作为指数函数的实部和虚部

$$\cos\beta + i\sin\beta = e^{i\beta}$$

$$\cos\beta = \text{Re}e^{i\beta}, \quad \sin\beta = \text{Im}e^{i\beta}$$

因此谐波的表示式可写为

$$E = \text{Re}E_0$$

E_0 是复数场强

$$E_0 = E_0 e^{i(\omega t - kx - \alpha)} = E_0 e^{i\alpha} e^{-i\omega t} e^{ikx}$$

E_0 可分解为一个复因子振幅

$$A = E_0 e^{i\alpha}$$

和两个分别与时间和空间有关的指数因子。前面曾提到，波传播沿 x 的正方向还是负方向，取决于 k 的符号。这两种波具有不同的振幅