

邮电中专函授试用教材

数 学

下 册

北京邮电函授学院编

人 民 邮 电 出 版 社



JY1/129/06

邮电中专函授试用教材

数 学

下 册

北京邮电函授学院 编



人民邮电出版社

内 容 提 要

本书是在1960年人民教育出版社出版的中等专业学校函授教材《代数》、《几何与三角》和《解析几何与微积分》的基础上进行修订的，并增编了《专业数学基础》部分。现作为邮电中等专业学校函授试用教材，分上、下册出版。

下册内容包括《平面解析几何基础》、《微积分学初步》和《专业数学基础》三部分。为便于自学，书中重点比较突出，对难点内容有较清楚的解释，有启发性的问题，文字叙述比较通俗，每章前面有学习的目的和要求，每章末有小结。

本书也可供其他中等专业学校的学生和具有初中文化程度的职工自学参考。

邮电中专函授试用教材 数 学 下 册 北京邮电函授学院 编

人民邮电出版社出版
北京东长安街27号
河北省邮电印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行
各地新华书店经售

开本：787×1092 1/32 1982年2月第 一 版
印张：15 8/32页数：244 1982年2月河北第一次印刷
字数：348千字 印数：1—24,500册
统一书号：15045·总2545—有5230
定价：1.20元

目 录

第一篇 平面解析几何学基础

第一章 平面上点的坐标的应用..... (1)

§ 1. 前言 (1) § 2. 两点间的距离 (2)

§ 3. 线段的定比分点 (4) § 4. 小结 (8)

习题 (9)

第二章 直线..... (11)

§ 1. 前言 (11) § 2. 直线方程的概念 (12)

§ 3. 确定平面上的直线的位置的条件 (13) § 4.

斜截式的直线方程 (14) § 5. 过两已知点的直线

方程 (17) § 6. 直线方程的一般形式和特殊情况

(20) § 7. 两直线间的夹角 (24) § 8. 两条

直线平行和垂直的条件 (28) § 9. 两直线的交点

(31) § 10. 小结 (33) 习题 (35)

第三章 二次曲线..... (38)

§ 1. 曲线方程的概念 (38) 习题一 (41) § 2.

圆 (42) 习题二 (46) § 3. 椭圆 (47)

§ 4. 椭圆形状的研究 (49) § 5. 椭圆的离心率

(53) 习题三 (54) § 6. 双曲线 (56)

§ 7. 双曲线形状的研究 (58) § 8. 双曲线的渐

近线 (60) § 9. 双曲线的离心率 (62) § 10.

等轴双曲线 (64) § 11. 共轭双曲线 (66) 习

题四 (67) § 12. 抛物线 (68) § 13. 抛物线

形状的研究 (70) § 14. 顶点不在坐标原点, 而轴

平行于 oy 轴的抛物线方程(72) § 15. 二次函数 $y = Ax^2 + Bx + C$ 所代表的曲线是一抛物线(74)习题五
(77) § 16. 小结(80)

第二篇 微积分学初步

第一章 极限的理论..... (82)

§ 1. 绝对值的概念(83) § 2. 变量与常量(85)
§ 3. 函数(86) § 4. 函数的极限(88) § 5.
无穷小量(91) § 6. 无穷小量的基本性质(92)
§ 7. 函数及其极限同无穷小量的关系(95) § 8.
极限的运算定理(95) § 9. 无穷大量(99) § 10.
函数的增量(102) § 11. 函数的连续性(103) § 12.
极限的存在准则(108) § 13. 两个重要的极限(110)
§ 14. 小结(112) 习题(114)

第二章 导数的概念..... (116)

§ 1. 不匀速运动及其速度(116) § 2. 任意函数的
变化率(121) 习题一(122) § 3. 导数及求导
数的一般法则(123) 习题二(126) § 4. 曲线的
斜率、导数的几何意义(127) § 5. 导数的存在与函
数的连续性的关系(130) 习题三(131) § 6. 求
导数的基本公式表(131) § 7. 常量的导数(133)
§ 8. 自变量(即函数 $y = x$)的导数(133) § 9. 两
个函数之积的导数(133) § 10. 指数为正整数时的
幂函数的导数(135) § 11. 函数的代数差的导数(137)
习题四(138) § 12. 两个函数的商的导数(139)
习题五(141) § 13. 复合函数及其导数(142)
习题六(146) § 14. 三角函数的导数(146) 习
题七(149) § 15. 对数函数的导数(150) 习题八
(152) § 16. 指数函数的导数(152) 习题九

(153)	§ 17. 反三角函数的导数 (153)	习题十
(155)	§ 18. 二阶导数、二阶导数的力学意义 (156)	
	习题十一 (157)	§ 19. 小结 (158) 思考题 (159)
第三章	导数的应用	(160)
§ 1.	函数的增减性 (160)	§ 2. 函数递增与递减的判定法 (162)
	习题一 (163)	§ 3. 函数的极大值和极小值 (163)
	习题二 (172)	§ 4. 小结 (173)
	思考题 (174)	
第四章	微分	(175)
§ 1.	无穷小量的比较 (175)	§ 2. 微分概念 (177)
§ 3.	函数微分的几何意义 (180)	§ 4. 微分的求法 (180)
	习题一 (182)	§ 5. 微分在近似计算上的应用 (182)
	§ 6. 小结 (185)	思考题 (185)
第五章	不定积分	(186)
§ 1.	不定积分 (186)	§ 2. 初始条件确定积分常数 (190)
§ 3.	积分法的基本公式和法则 (193)	
§ 4.	直接积分法 (197)	习题一 (199)
	§ 5. 代换积分法 (200)	习题二 (206)
	§ 6. 小结 (207)	思考题 (208)
第六章	定积分	(209)
§ 1.	定积分作为面积 (209)	§ 2. 用不定积分计算定积分 (215)
§ 3.	定积分最简单的性质 (216)	
	习题一 (217)	§ 4. 定积分作为和的极限 (218)
	习题二 (224)	§ 5. 小结 (224)
第七章	定积分的应用	(226)
§ 1.	计算面积的例 (227)	§ 2. 旋成体的体积 (229)
§ 3.	变力的功 (233)	§ 4. 小结 (235)
	习题 (236)	
第八章	双曲线函数	(238)
§ 1.	双曲线函数的基本概念 (238)	习题一 (246)

§ 2. 重要的恒等式(247) 习题二(257) § 3.
小结(258) § 4. 双曲线函数数值表(259)

第三篇 专业数学基础

第一章 微分方程..... (261)

§ 1. 什么是微分方程(263) § 2. 微分方程的解
(264) 习题一(266) § 3. 可分离变量的一阶微
分方程(267) § 4. 微分方程的解的几何意义(272)
习题二(273) § 5. 一阶常系数线性微分方程(274)
习题三(277) 习题四(284) § 6. 小结(285)

第二章 无穷级数..... (287)

§ 1. 什么叫无穷级数(288) § 2. 级数的收敛与
发散(289) 习题一(295) § 3. 幂级数及其收敛
域(296) § 4. 函数的幂级数展开式(298) 习题二
(307) § 5. 富里哀级数(310) § 6. 任意区间
上的富氏级数(324) 习题三(335) § 7. 奇函数和
偶函数的富氏级数(327) § 8. 小结(335)

第三章 线性代数初步..... (338)

§ 1. 二阶行列式与二元线性方程组(338) 习题一
(343) § 2. 三阶行列式与三元线性方程组(344)
习题二(349) § 3. 行列式的一般展开法(349)
习题三(354) § 4. 行列式的性质(355) 习题四
(359) § 5. n 元线性方程组(359) 习题五(362)
§ 6. 矩阵的概念(362) § 7. 矩阵的运算(364)
习题六(370) § 8. 逆矩阵及其求法(371) 习题七
(381) § 9. 矩阵的秩与线性方程组(382) 习题
八(394) § 10. 小结(394)

第四章 逻辑代数简介..... (397)

§ 1. 二进制(397) 习题一(404) § 2. 逻辑

代数的基本运算规则 (405)	习题二 (411)	§ 3.
逻辑函数 (412)	习题三 (420)	§ 4. 卡诺图 (422)
习题四 (432)	§ 5.	小结 (433)
第五章 概率初步..... (435)		
§ 1. 随机事件 (435)	§ 2. 随机事件的概率 (438)	
习题一 (442)	§ 3. 概率的运算 (443)	习题二 (452)
§ 4. 随机变量及其分布 (453)	§ 5. 随	
机变量的数字特征 (467)	§ 6.	小结 (476)

第一篇 平面解析几何学基础

第一章 平面上点的坐标的应用^①

学习本章的目的与要求

目的 掌握解析几何的两个基本问题为以后学习打基础。

要求 熟记并会运用求两点间的距离的公式和两点连线的分点的求法公式。

§1. 前言

我们在代数里已经学过利用直角坐标系可以把平面上点的位置用一对实数（即坐标）表示出来，并且平面上的每一个点都对应着确定的一对实数，反过来，任何一对实数都对应着平面上的唯一的一点。

例如图 1-1 中的点 A 因为它的横坐标为 -2 ，纵坐标为 $+3$ ，所以这点对应着一对数 $(-2, 3)$ 。又如点 B 对应着一对数 $(4, 0)$ ，反过来，一对数 $(\sqrt{2}, -3)$ 决定了一点 C 。

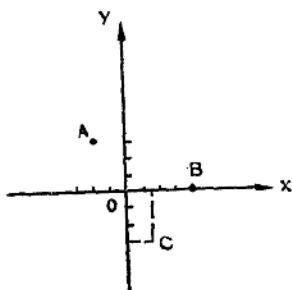


图 1-1

引用这个坐标概念，就将“形”与“数”联系起来了，从

^① 在学习本章之前希望学者复习一下数学上册第一篇代数第五章 §4。

而提供了我们用代数方法来研究几何的新工具。现在我们利用坐标法来解决解析几何中两个最基本的问题——两点间的距离和线段的定比分点。这两个基本问题今后我们常常要应用它们。

注 在解析几何里所谓“已知一点”就是说已知这个点在已知坐标系的坐标。同样，如果说“求一个点”，就是求它的坐标，因为知道点的坐标，点就确定了。

§ 2. 两点间的距离

1. 已知两个点 $A(x_1, y_1)$ 与 $B(x_2, y_2)$ 试计算它们之间的距离。

设 AB 的距离是 d 。由点 A 与点 B 分别作 Ox 轴的垂线 AP 与 BQ ，并经过点 A 引平行于 Ox 轴的直线 AC 交 BQ 于 C 。则得直角三角形 ABC （如图1-2）。

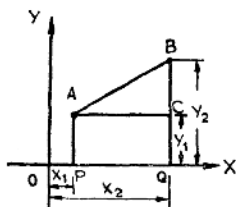


图 1-2

由勾股定理得

$$d^2 = AB^2 = AC^2 + CB^2 \quad (1)$$

但

$$AC = PQ = OQ - OP = x_2 - x_1,$$

$$CB = QB - QC = QB - PA = y_2 - y_1,$$

将 AC 与 CB 这两个值代入等式(1)，得

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

由此，得

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}. \quad (2)$$

在根号前面取正号(+)，因为两点间的距离永远是正的。应当注意：

(1) 因为 $(x_2-x_1)^2$ 与 $(x_1-x_2)^2$ 相等, $(y_2-y_1)^2$ 与 $(y_1-y_2)^2$ 相等所以距离 d 也可写为

$$d = \sqrt{(x_1-x_2)^2 + (y_1-y_2)^2}$$

这就是说, 两点间的距离与两个点的次序无关, 也就是说与谁是第一点谁是第二点无关系。

(2) 在上面推演公式(2)的时候, 我们是假设点 A 与点 B 在第一象限里。如果 A 与 B 两点在任何其他一个象限或者分别在两个象限时, 也可得出同样的公式。

这样上述公式用言语叙述出来, 就是: 两点间的距离等于这两个点的横坐标差的平方及纵坐标差的平方之和的平方根。

2. 如果两点中有一点是坐标原点, 即 $(0, 0)$, 另一点的坐标是 (x, y) , 那末, 这一点到原点的距离公式是

$$d = \sqrt{x^2 + y^2}. \quad (3)$$

例1. 试求 $A(-3, 5)$ 和 $B(1, 2)$ 两点之间的距离。

解 已知 $x_1 = -3, y_1 = 5, x_2 = 1, y_2 = 2$ 。设距离是 d 。那末把这些坐标代入公式(2), 得

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{\{1 - (-3)\}^2 + (2 - 5)^2} \\ &= \sqrt{4^2 + (-3)^2} \\ &= \sqrt{25} = 5. \end{aligned}$$

例2. 求与已知点 $M_1(1, 2)$; $M_2(-1, -2)$; $M_3(2, -5)$ 等距离的一点。

解 我们已经知道求点就是求它的坐标, 所以设 (x, y) 为所求的点的坐标。

由已知条件, 得

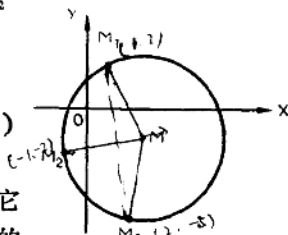


图 1-3

$$M_1M=M_2M, M_2M=M_3M.$$

按公式 (2)

$$M_1M=\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2},$$

$$M_2M=\sqrt{(x+1)^2+(y+2)^2},$$

$$M_3M=\sqrt{(x-2)^2+(y+5)^2}.$$

$$\therefore \sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2}=\sqrt{(x+1)^2+(y+2)^2}$$

$$\sqrt{(x+1)^2+(y+2)^2}=\sqrt{(x-2)^2+(y+5)^2}$$

解之, 得 $x=\frac{8}{3}, y=-\frac{4}{3}.$

$\therefore$ 所求的点是 $M(\frac{8}{3}, -\frac{4}{3}).$

注 因为过此三点的圆的中心与此三点等距离, 又与三点等距离的点只有一点。所以求得的这点就是过此三点 M_1, M_2, M_3 的圆的中心 (见图1-3)。

例3. 求在 Ox 轴上的与点 $A(3, 4)$ 相距为 5 个单位的点的坐标。

解 按题意, 所求的点在 Ox 轴上, 所以这个点的纵标是 0。

设所求点的坐标为 $(x, 0)$, 则由公式(2)有,

$$5=\sqrt{(x-3)^2+(0-4)^2}$$

解之, 得 $x=0$ 或 6 。

因此, 所求的点有两个, 一个是 $(0, 0)$ 即原点, 一个是 $(6, 0)$ 。

§ 3. 线段的定比分点

1. 如果一点将一线段分为两个部分, 并使这两部分的比为一已知数, 那末这一点叫做该线段的定比分点。在图1.4中,

如果定比为 $\frac{a}{b}$ ，那末点 C 便是这样的点。

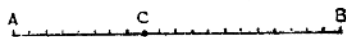


图 1-4

2. 现在我们来研究这样的点的求法：设已知一线段 AB 的两个端点分别为 $A(x_1, y_1)$ 和 $B(x_2, y_2)$ (图1-5)，且已知 AB 内的一点 C ，将 AB 分为两部分的比 $\frac{AC}{CB}$ 等于已知数 λ (字母“ λ ”读做“兰母达”)，求 C 点的坐标。

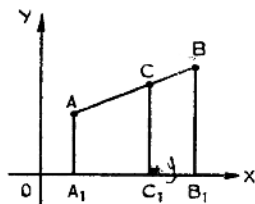


图 1-5

由点 A ， B 与 C 各作 Ox 轴的垂线 AA_1 ， BB_1 与 CC_1 ，从初等几何学中，我们知道线段 AC ， CB ， A_1C_1 和 C_1B_1 成比例，即

$$\frac{A_1C_1}{C_1B_1} = \frac{AC}{CB}$$

根据已知条件，得

$$\frac{A_1C_1}{C_1B_1} = \frac{AC}{CB} = \lambda \quad (4)$$

由图1—5知，

$$A_1C_1 = OC_1 - OA_1 = x - x_1$$

$$C_1B_1 = OB_1 - OC_1 = x_2 - x$$

将这两式代入公式(4)，得

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x} = \lambda \quad (5)$$

$$\therefore x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda};$$

再由点 A , B 与 C 各作 Oy 轴的垂线, 同样可得

$$y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda}.$$

因此, 按定比 λ , 分割线段 AB 的点 $C(x, y)$ 的坐标, 用下列公式来确定

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}, \\ y &= \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

不要忘记, 这里定比 λ 的前项 (或分子) 是从第一点 A 到分点 C 的一部分 AC , 后项 (或分母) 是从分点 C 到第二点 B 的一部分 CB , 即 $\lambda = \frac{AC}{CB}$.

至于第一点和第二点是根据什么来确定的呢? 这个问题的回答是: 在一般的情况下是按照题中写两点的先后次序来确定的。

应当注意, 在推演公式 (6) 的时候, 我们假设点 A 与点 B 是在第一象限的。同样可以证明, 公式 (6) 对于 A 和 B 在坐标平面上任意的位置都是正确的。

例1. 点 C 把 $A(2, 3)$ 及 $B(3, -3)$ 两点的连线分为 $2:5$ 的两段, 求点 $C(x, y)$ 的坐标。

解 因为 A 点写在 B 点之前, 所以我们将 A 点当做第一点, B 点当做第二点, 这样, $x_1=2$, $y_1=3$, $x_2=3$, $y_2=-3$ 又

$$\lambda = \frac{AC}{CB} = \frac{2}{5}.$$

根据公式 (6) 得

$$x = \frac{2 + \frac{2}{5} \times 3}{1 + \frac{2}{5}} = \frac{16}{7},$$

$$y = \frac{3 + \frac{2}{5} \times (-3)}{1 + \frac{2}{5}} = \frac{9}{7}.$$

所以，所求的C点是 $(\frac{16}{7}, \frac{9}{7})$ 。

3. 如果点C平分线段AB，那末 $AC=CB$ ，因此

$$\lambda = \frac{AC}{CB} = 1$$

公式(6)便取得下列形式

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{x_1 + x_2}{2}, \\ y &= \frac{y_1 + y_2}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

这就是说，线段中点的坐标等于两端点对应坐标之和的一半。

例2. 求点A(3, 2)及点B(-1, -2)连线的中点C的坐标。

解 $x_1=3, y_1=2, x_2=-1, y_2=-2$ 。

依题意，根据公式(7)得

$$x = \frac{3 + (-1)}{2} = 1, \quad y = \frac{2 + (-2)}{2} = 0$$

所求的中点C是(1, 0)。

例3. 某线段，中点是(-1, 2)，一端点是(2, 5)，求另一端点的坐标。

解 现在 $x_1 = 2$, $y_1 = 5$, 及 $x = -1$, $y = 2$ 。

依题意, 根据公式(7)得

$$-1 = \frac{2+x_2}{2}, \quad \therefore x_2 = -4,$$

$$2 = \frac{5+y_2}{2}, \quad \therefore y_2 = -1.$$

所以, 所求第二端点的坐标是 $(-4, -1)$ 。

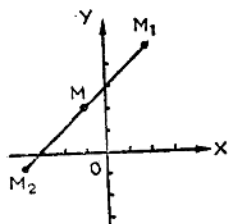


图 1-6

例4. 试证: 三角形两边中点的连线平行于第三边。

证 要用解析法证明这个定理,

就得取坐标轴。由于图形的性质和坐标轴的选择没有关系。因此对于这个问题如果坐标轴选择得适当, 计算便会很简单, 否则就复杂了。所以我们这样来选坐标轴: 使原点和三角形的一顶点重合, 又使 Ox 轴与这顶点的一条邻边重合(图1-7)。这样, 三角形的三个顶点便是 $O(0, 0)$, $A(x_1, 0)$, $B(x_2, y_2)$ 。

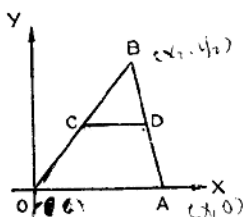


图 1-7

设 CD 线是 OB 及 AB 两边的中点的连线。我们要证明的 CD 与 OA 平行 (即与 Ox 轴平行) 现在只要证明 C 和 D 两点的纵标相等就行了。

按公式(7), C 及 D 两点的纵标 y_c 及 y_d 各是:

$$y_c = \frac{0+y_2}{2} = \frac{y_2}{2}, \quad y_d = \frac{0+y_2}{2} = \frac{y_2}{2}.$$

因此, $y_c = y_d$ 。即 CD 线与 OA 线平行。

§ 4. 小结

1. 两点间的距离等于这两个点的横坐标差的平方及纵坐

标差的平方之和的平方根——公式(2)。

2. 坐标原点与任意点间的距离等于这个点的两个坐标平方和的平方根——公式(3)。

3. 线段 AB 被点 C 分成定比 λ ($\lambda = \frac{AC}{CB}$)时, C 点的坐标为

$$x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}, \quad y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda}.$$

习 题

1. 什么叫做点的坐标?

2. 在平面为坐标轴所分割成的四个象限中, 每一象限里的点的直角坐标的符号怎样?

3. 两点如对称于:(1)横轴,(2)纵轴, 它们的直角坐标间有什么关系?

4. 两点如对称于原点, 它们的直角坐标之间有什么关系?

以上四个问题需要先复习数学上册第一篇代数第五章§4, 然后再答。

5. 已知四边形的顶点为 $(-a, 0)$, $(0, b)$, $(a, 0)$, $(0, -b)$, 求它的周长。

6. 试证顶点为 $(-3, -2)$, $(1, 4)$, $(-5, 0)$ 的三角形是一等腰三角形。

7. 试在纵轴上找一点并与点 $A(10, 8)$ 和点 $B(-6, 4)$ 等距离。

8. 试求经过点 $(0, 0)$, $(4, 2)$, $(6, 4)$ 的圆的中心。

9. 动点从点 $A(3, 2)$ 沿直线方向移动12个单位至 B 点, 其运动方向向右上方与 Ox 轴成 60° 角; 求 B 点的坐标。

10. 已知一线段的中点是 $(-1, 2)$, 而它的一个端点是 $(2, 5)$,