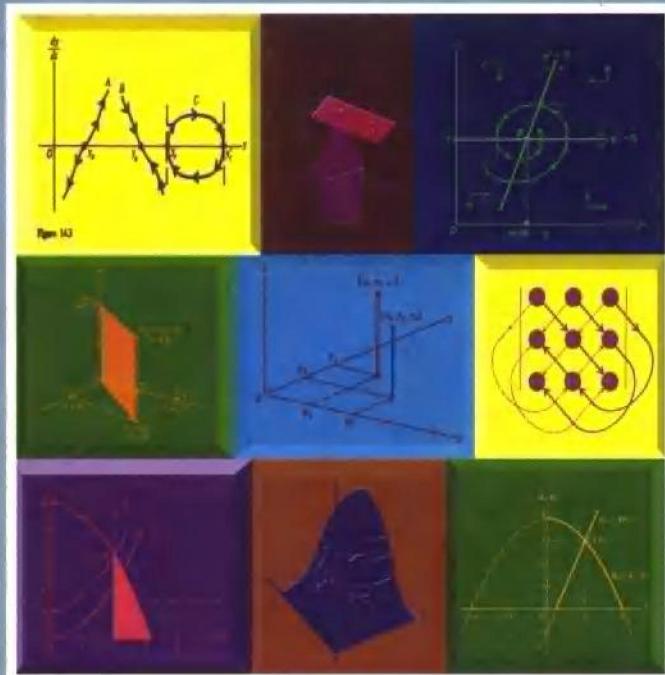




[美] 蒋中一 / 著

# 数理经济学的基本方法



商务印书馆



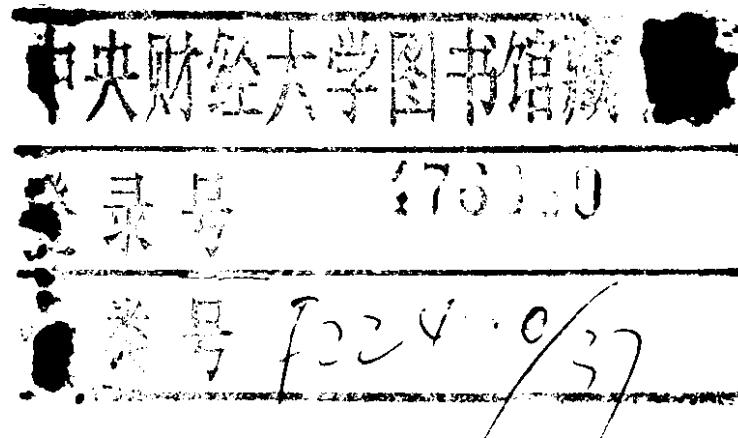
# 数理经济学的基本方法

[美] 蒋中一 著

刘 学 译

秦宛顺 审校

(D306.71)



商 务 印 书 馆

1999 年·北京

## 图书在版编目(CIP)数据

数理经济学的基本方法 / (美) 蒋中一著; 刘学译.  
— 北京 : 商务印书馆, 1999

ISBN 7-100-02782-9

I. 数… II. ①蒋… ②刘… III. 数理经济学 IV. F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(98)第 34928 号

SHULI JINGJIXUE DE JIBEN FANGFA

## 数理经济学的基本方法

[美] 蒋中一著

刘 学 译

秦宛顺 审校

---

商 务 印 书 馆 出 版

(北京王府井大街36号 邮政编码100710)

新华书店总店北京发行所发行

北京新华印刷厂印刷

ISBN 7-100-02782-9/F·354

---

1999年8月第1版 开本 850×1168 1/32

1999年8月北京第1次印刷 字数 621千

印数 3 000 册 印张 33

定 价：50.00 元

*Alpha C. Chiang*

**FUNDAMENTAL METHODS OF  
MATHEMATICAL ECONOMICS**

Third Edition

McGraw Hill, Inc. 1984

本书根据麦克劳—希尔出版公司 1984 年版译出

# 目 录

序 言 .....	1
-----------	---

## 第一篇 导论

第 1 章 数理经济学的实质 .....	6
1.1 数理经济学与非数理经济学.....	6
1.2 数理经济学与经济计量学.....	9

第 2 章 经济模型 .....	11
------------------	----

2.1 数学模型的构成.....	11
2.2 实数系 .....	14
2.3 集合的概念.....	16
2.4 关系与函数.....	25
2.5 函数的类型.....	32
2.6 两个或两个以上自变量的函数.....	40
2.7 一般性水平.....	42

## 第二篇 静态(或均衡)分析

第 3 章 经济学中的均衡分析 .....	46
3.1 均衡的含义.....	46
3.2 局部市场均衡——线性模型.....	47

3.3 局部市场均衡——非线性模型	52
3.4 一般市场均衡	60
3.5 国民收入分析中的均衡	68
<b>第 4 章 线性模型与矩阵代数</b>	<b>72</b>
4.1 矩阵与向量	74
4.2 矩阵运算	77
4.3 对向量运算的注释	89
4.4 交换律、结合律、分配律	101
4.5 单位矩阵与零矩阵	105
4.6 矩阵的转置与逆	109
<b>第 5 章 线性模型与矩阵代数(续)</b>	<b>117</b>
5.1 矩阵非奇异性的条件	117
5.2 用行列式检验非奇异性	123
5.3 行列式的基本性质	131
5.4 求逆矩阵	137
5.5 克莱姆法则	144
5.6 克莱姆法则在市场模型和国民收入模型中的应用	151
5.7 里昂惕夫投入—产出模型	155
5.8 静态分析的局限性	166
<b>第三篇 比较静态分析</b>	
<b>第 6 章 比较静态学与导数的概念</b>	<b>170</b>
6.1 比较静态学的性质	170

6.2 变化率与导数 .....	171
6.3 导数与曲线的斜率 .....	175
6.4 极限的概念 .....	177
6.5 关于不等式和绝对值的题外讨论 .....	188
6.6 极限定理 .....	193
6.7 函数的连续性与可微性 .....	197
<b>第 7 章 微分法则及其在比较静态学中的应用</b> .....	<b>206</b>
7.1 一元函数的微分法则 .....	206
7.2 相同变量的两个或两个以上函数的微分法则 .....	212
7.3 包含不同自变量的函数的微分法则 .....	224
7.4 偏微分 .....	230
7.5 微分在比较静态分析中应用 .....	235
7.6 雅可比行列式的注释 .....	243
<b>第 8 章 一般函数模型的比较静态分析</b> .....	<b>247</b>
8.1 微分 .....	248
8.2 全微分 .....	255
8.3 微分法则 .....	258
8.4 全导数 .....	261
8.5 隐函数的导数 .....	268
8.6 一般函数模型的比较静态学 .....	283
8.7 比较静态学的局限性 .....	298

## 第四篇 最优化问题

第 9 章 最优化:一类特殊的均衡分析 .....	300
9.1 最优值与极值 .....	301
9.2 相对极大值和极小值:一阶导数检验 .....	302
9.3 二阶及高阶导数 .....	310
9.4 二阶导数检验 .....	318
9.5 关于麦克劳林级数与泰勒级数的题外讨论 .....	330
9.6 一元函数相对极值的 $n$ 阶导数检验 .....	342
第 10 章 指数函数与对数函数 .....	349
10.1 指数函数的性质 .....	350
10.2 自然指数函数与增长问题 .....	356
10.3 对数 .....	366
10.4 对数函数 .....	373
10.5 指数函数与对数函数的导数 .....	379
10.6 最优时间安排 .....	387
10.7 指数函数与对数函数导数的进一步应用 .....	392
第 11 章 多于一个选择变量的情况 .....	399
11.1 最优化条件的微分形式 .....	400
11.2 两个变量函数的极值 .....	403
11.3 二次型——偏离主题的讨论 .....	415
11.4 具有多于两个变量的目标函数 .....	432
11.5 与函数凹性和凸性相关的二阶条件 .....	440

11.6	经济应用	460
11.7	最优化的比较静态方面	475

第 12 章	具有约束方程的最优化	482
12.1	约束的影响	483
12.2	求稳定值	485
12.3	二阶条件	495
12.4	拟凹性与拟凸性	506
12.5	效用最大化与消费者需求	523
12.6	齐次函数	537
12.7	投入的最小成本组合	547
12.8	结束语	564

## 第五篇 动态分析

第 13 章	动态经济学与积分学	568
13.1	动态学与积分	569
13.2	不定积分	571
13.3	定积分	583
13.4	广义积分	593
13.5	积分的经济应用	598
13.6	多马增长模型	607

第 14 章	连续时间:一阶微分方程	614
14.1	具有常系数和常数项的一阶线性微分方程	614
14.2	市场价格的动态学	621

14.3 可变系数和可变项 .....	627
14.4 恰当微分方程 .....	631
14.5 一阶一次非线性微分方程 .....	639
14.6 定性图解法 .....	644
14.7 索洛增长模型 .....	649
<b>第 15 章 高阶微分方程 .....</b>	<b>656</b>
15.1 具有常系数和常数项的二阶线性微分方程 .....	657
15.2 复数和三角函数 .....	668
15.3 复根情况的分析 .....	684
15.4 具有价格预期的市场模型 .....	692
15.5 通货膨胀与失业的相互作用 .....	699
15.6 具有可变项的微分方程 .....	707
15.7 高阶线性微分方程 .....	711
<b>第 16 章 离散时间:一阶差分方程 .....</b>	<b>717</b>
16.1 离散时间、差分与差分方程 .....	718
16.2 解一阶差分方程 .....	720
16.3 均衡的动态稳定性 .....	728
16.4 蛛网模型 .....	734
16.5 一个具有存货的市场模型 .....	740
16.6 非线性差分方程——定性图解法 .....	744
<b>第 17 章 高阶差分方程 .....</b>	<b>753</b>
17.1 具有常系数和常数项的二阶线性差分方程 .....	754

17.2	萨缪尔森乘数——加速相互作用模型	764
17.3	离散时间条件下的通货膨胀与失业	773
17.4	推广到可变项和高阶方程	780

<b>第 18 章</b>	<b>联立微分方程与差分方程</b>	<b>791</b>
18.1	动态方程组的起源	791
18.2	解联立动态方程	795
18.3	动态投入产出模型	807
18.4	对通货膨胀—失业模型的进一步讨论	816
18.5	双变量相位图	824
18.6	非线性微分方程组的线性化	837
18.7	动态分析的局限性	847

## 第六篇 数学规划

<b>第 19 章</b>	<b>线性规划</b>	<b>852</b>
19.1	线性规划的简单示例	852
19.2	线性规划的一般表示	865
19.3	凸集与线性规划	871
19.4	单纯形法:求极点	880
19.5	单纯形法:求最优极点	887
19.6	单纯形法的进一步说明	896

<b>第 20 章</b>	<b>线性规划(续)</b>	<b>904</b>
20.1	对偶性	904
20.2	对偶的经济解释	914

20.3 活动分析:微观水平 .....	920
20.4 活动分析:宏观水平 .....	932
第 21 章 非线性规划 .....	941
21.1 非线性规划的性质 .....	941
21.2 库恩—塔克条件 .....	949
21.3 约束规范 .....	961
21.4 库恩—塔克充分性定理:凹规划 .....	971
21.5 阿罗—恩索文充分性定理:拟凹规划 .....	979
21.6 经济应用 .....	982
21.7 数学规划的局限性 .....	992
附录 I 希腊字母 .....	994
附录 II 数字符号 .....	995
附录 III 主要参考文献 .....	998
附录 IV 部分习题答案 .....	1001
附录 V 索引 .....	1022

## 序　　言

本书是为那些致力于学习基本数学方法的经济学专业的学生而写的。这些数学方法已成为正确理解当前经济文献的必不可少的工具。不幸的是,对于多数学生而言,学习数学恰如服食苦口良药:必要而且难以回避,却又非常艰涩。这种被称之为“数学焦虑症”的态度的根源,我相信很大程度上在于数学不当的陈述方式。在“简洁即美”的信念的驱使下,数学解释有时只是为了清晰而过于简洁,使学生感到困惑,产生一种认为自身知识不足的错误意识。过分正式的表述,如果不伴以直观的解释,或者“贴切”的证明,就会挫伤学生学习的动力;内容水平的参差不齐也会使某些数学问题表现得比它们实际的难度要大。最后,练习题的过分复杂,往往会击垮学生的信心,而不是激发他们思考。

基于以上认识,我作了极大努力以缩小导致数学焦虑症的问题。在可能的范围内,我对有关内容进行了耐心而又明晰的解释,并审慎地采用了一种非正式的“用户至上”(这是从计算机行业借来的术语)的方式。在顺序的安排上,我力图预测并且回答那些学生在阅读时,心中有可能提出的问题。为强调数学对经济学的价值,我让经济学家的分析需要驱动对相关数学方法的学习,然后立即以适当的经济模型图示说明这种数学方法。而且,一系列数学工具的介绍也是认真地建立在循序渐进的基础之上的。我首先介绍基本的数学工具以作为后面要讨论的更复杂的工具的阶梯。在

合适的场合,还采用图形解释以对代数的结果予以直观的支持。此外,我们设计了一些练习题(更多的是作为小练习)。这些练习题更能帮助巩固掌握的知识,并激发自信心,而不是施加那种有可能不小心地挫伤并吓跑初学者的挑战。

本书涵盖如下主要经济分析的内容:静态学(均衡分析)、比较静态学、最优化问题(静态学的一种特例)、动态学和数学规划(最优化的现代发展)。为掌握上述内容,我介绍了如下数学方法:矩阵代数、微积分、微分方程、差分方程和凸集。由于书中介绍了大量宏观、微观经济模型,所以,本书对那些已受过数学训练,但需要一个向导,引导其由数学王国步入经济学殿堂的人来说,也是极有裨益的。基于同样的原因,本书不仅可以作为数学方法的教科书,而且也可以作为学习宏观经济理论、微观经济理论、经济增长与经济发展理论等课程的补充读物。

尽管依然保持了前两版的主要目的、风格、结构,本版还是作了如下几个重要修改:介绍最优化的古典方法的第 11 章和第 12 章已被大量重写。我采用一阶、二阶条件的微分(与导数相对照)形式作为贯穿这两章的统一主题,尽管一阶、二阶条件的导数形式仍作为解题的运算准则。更重要的是,我增加了对与自由极值问题的二阶条件相关的凹凸性问题(11.5 节)、与等式约束的最优化问题(12.4 节)相关的拟凹、拟凸性问题的深入讨论。这种安排不仅便于理解二阶条件,而且也使得更早地介绍绝对极值的内容成为可能,通常,绝对极值的内容是不在古典方法中强调的。这两方面的讨论概括在两个新图——图 11.5 和图 12.6 中。

另一个主要变化体现在对联立微分方程组和联立差分方程组的处理方面。在本版增加了新的一章(第 18 章)中,进一步讨论了

上述课题,这包括增加了对双变量相位图方法(18.5节)、非线性微分方程组的线性化与局部稳定性分析(18.6节)等内容的介绍。

另外,本版还有其它改进:增加了对齐次函数的简短讨论(12.7节);简化了对连续性与可微性的解释(6.7节);对二阶必要条件予以更多的强调(9.4节、11.1节和12.3节);澄清了对将“泰勒展开”(Taylor expansion)作为任意函数的近似的解释(9.5节);至于经济解释方面,我增加了通货膨胀与失业相互作用模型作为微分方程与差分方程应用的例子,这个模型还涉及诸如预期增加的菲利蒲斯关系和适应性预期等概念的运用(15.5节、17.3节、18.4节)。应读者要求,本书后面给出了部分习题的答案;为便于参考,我在书后增加了一个数学符号附录;为尽可能容纳更多的新内容,我极不情愿地删去了博弈论一章。

在写作本书的过程中,我应向许多人表示感谢。特别是应当向那些数学家和经济学家表示感谢。本书借鉴了他们的许多思想,却又未曾提及名字。对于本书的前两版,我得益于以下人士的评论和建议(以英文字母顺序排列):南希·S.巴雷特、托马斯·伯恩伯格、E.J.R.布思、罗伯塔·格罗尔·凯里、埃米莉·蒋、劳埃得·R.科恩、哈拉尔德·迪克森、约翰·C.H.费、罗杰·N.福尔瑟姆、杰克·伊尔茨雷费尔、詹姆斯·肖、荣凯军、马克·纳洛夫、J·弗兰克·夏普、丹尼斯·斯塔利夫以及叶周南等。对于本版,下列人士也提出了许多极有价值的建议,他们是:E.J.R.布思、查尔斯·E.巴特勒、加里·康纳尔、沃伦·L.费希尔、丹尼斯·R.赫夫利、乔治·孔德尔、威廉·F.洛特、保罗·B.曼彻斯特、彼特·摩根、阿伦·G.斯利曼以及最后但不是不重要的亨利·Y.万等。我谨向他们表示诚挚的谢意,但因为我并未接受他们的全部建议,所以,本书的责任依然

由我独立承担。特别是我再一次决定,不把动态最优化的若干章节包括在本书中。这部分内容,我将在另一本书中详尽探讨。最后,我还要向麦克劳出版公司的盖尔·戈韦特表示衷心的感谢,感谢她耐心的合作以及对复杂的原稿的熟练的处理技巧。

### 对如何使用本书的建议

由于本书的内容是按数学工具循序渐进的演化顺序来组织的,所以学习本书的理想方式当然是按本书的具体展开顺序来进行。但有一点重要的例外:先学习第五篇(动态分析)还是第六篇(数学规划)是无关紧要的,不把比较静态学作为主要研究领域的读者,可以跳过一般函数模型的比较静态分析(第8章)这部分内容,从第7章直接过度到第9章。但在这种情况下,这些读者也要省略11.7节和12.5节中的比较静态分析部分。

蒋中一

# 第一篇

## 导 论