

# 材料力學問題詳解

上冊

F · P · 比爾 E · R · 約翰斯頓 原著

曉園出版社  
世界图书出版公司

## 内 容 简 介

本书分上下两册，收录材料力学各个方面的习题及其详解1420余例，其中上册622例，下册799例，是材料力学专业本科师生的一部较好的参考书。

上册习题内容包括：总论——应力；应力与应变——轴向负载；扭转；单纯弯曲；横向载荷。

## 材料力学问题详解 上 册

F.P.比尔 E.R.约翰斯顿 原著  
敖仲宁 李宇欣 译著

晓园出版社 出版  
世界图书出版公司北京分公司重印  
(北京朝阳门内大街137号)

北京中西印刷厂印刷  
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

1992年5月 重印 开本 850×1168 1/32  
1992年5月第一次印刷 印张 20

印数：0,001—1,800

ISBN: 7-5062-1182-3/TH·12

定价：18.40 元

世界图书出版公司通过中华版权代理公司  
购得重印权 限国内发行

## 内 容 简 介

本书分上下两册，收录材料力学各个方面的习题及其详解1420余例，其中上册622例，下册799例，是材料力学专业本科师生的一部较好的参考书。

上册习题内容包括：总论——应力；应力与应变——轴向负载；扭转；单纯弯曲；横向载荷。

## 材料力学问题详解 上 册

F.P. 比尔 E.R. 约翰斯顿 原著  
敖仲宁 李宇欣 译著

晓园出版社 出版  
世界图书出版公司北京分公司重印  
(北京朝阳门内大街137号)

北京中西印刷厂印刷  
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

1992年5月 重印 开本 850×1168 1/32  
1992年5月第一次印刷 印张 20

印数：0,001—1,800

ISBN: 7-5062-1182-3/TH·12

定价：18.40 元

世界图书出版公司通过中华版权代理公司  
购得重印权 限国内发行

## 内 容 简 介

下册习题内容包括：应力与应变的转换；梁与轴的强度设计；用积分法求梁的挠度；用力矩面积法求梁的挠度；能量法；柱。

## 材料力学问题详解 下 册

F.P.比尔 E.R.约翰斯顿 原著  
敖仲宁 李宇欣 译著

晓园出版社 出版  
世界图书出版公司北京分公司重印  
(北京朝阳门内大街137号) 137

北京中西印刷厂 印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

1992年5月 重印 开本 850×1168 1/32  
1992年5月第一次印刷 印张 21.625

印数：0,001—1,800

ISBN: 7-5062-1183-1/TH.13

定价: 19.80 元

世界图书出版公司通过中华版权代理公司

购得重印权 限国内发行

chromium  
IB301-44  
7-2

SYC 2

## 前 言

研習理工的同學，都有一種認識，那就是：一本書的習題往往是該書的精華所在，藉着習題的印證，才能對書中的原理原則澈底的吸收與瞭解。

有鑑於此，晚國出版社特地聘請了許多在本科上具有相當研究與成就的人士，精心出版了一系列的題解叢書，為各該科目的研習，作一番介紹與鋪路的工作。

一個問題的解答方法，常因思惟的角度而異。晚國題解叢書，毫無疑問的都是經過一番精微的思考與分析而得。其目的在提供對各該科目研讀時的參考與比較；而對於一般的自修者，則有啓發與提示的作用。希望讀者能藉着這一系列題解叢書的幫助，而在本身的學問進程上有更上層樓的成就。



Beer  
Johnston 材料力學問題詳解

( 上冊 目錄 )

第一章 概述——應力的觀念..... 1

第二章 應力與應變——軸向負荷..... 41

第三章 扭轉..... 127

第四章 單純彎曲..... 235

第五章 橫向載重..... 421

Beer  
Johnston 材料力學問題詳解

( 下冊目錄 )

第六章 應力與應變的轉換.....	635
第七章 梁與軸之強度設計.....	781
第八章 用積分法求梁之撓度.....	909
第九章 以力矩面積法求梁之撓度.....	1017
第十章 能量法.....	1107
第十一章 柱.....	1235

# 第一章 概述——應力的觀念

1-1 兩實心圓桿在B點焊接如圖示，求在各桿中心點之正應力

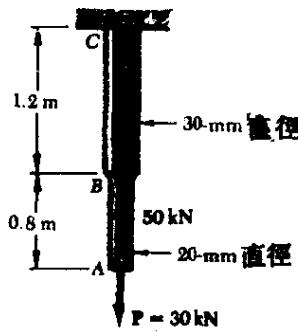
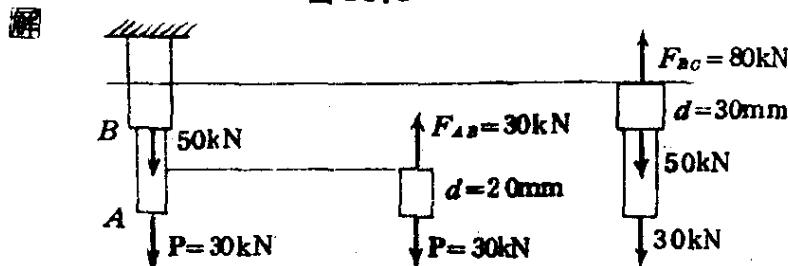


圖 P1.1



$$\text{桿件 } AB \quad \sigma_{AB} = \frac{F_{AB}}{A_{AB}} = \frac{30 \times 10^3 N}{\pi (0.010)^2 m^2} = +95.5 MPa$$

$$\text{桿件 } BC \quad \sigma_{BC} = \frac{F_{BC}}{A_{BC}} = \frac{80 \times 10^3 N}{\pi (0.015)^2 m^2} = +113.2 MPa$$

1-2 兩實心圓桿在B點焊接如圖示，求在各桿中心點之正應力

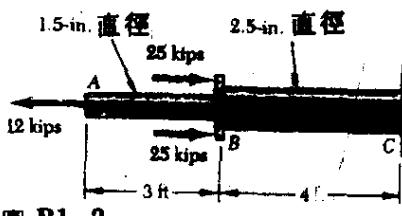
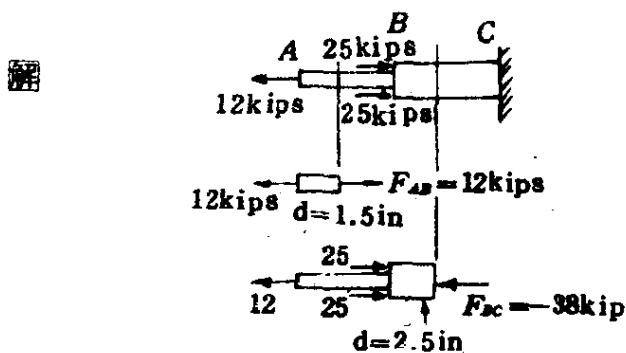


圖 P1.2



桿件 AB

$$\sigma_{AB} = \frac{F_{AB}}{A_{AB}} = \frac{12 \text{ kips}}{\pi (0.75)^2 \text{ in}^2}$$

$$\sigma_{AB} = +6.79 \text{ ksi}$$

$$F_{BC} = -38 \text{ kip} (\text{壓力})$$

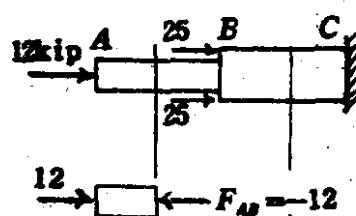
桿件 BC

$$\sigma_{BC} = \frac{F_{BC}}{A_{BC}} = \frac{-38}{\pi (1.25)^2} = -7.74 \text{ ksi}$$

1-3 在 1-2 題中，假設作用在 A 點的力是 12 kip 向右試求各桿中心點之正應力

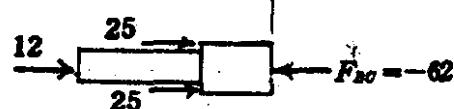
■ 桿件 AB

$$\sigma_{AB} = \frac{F_{AB}}{A_{AB}} = \frac{-12 \text{ kip}}{\pi (0.75)^2 \text{ in}^2} = -6.79 \text{ ksi}$$



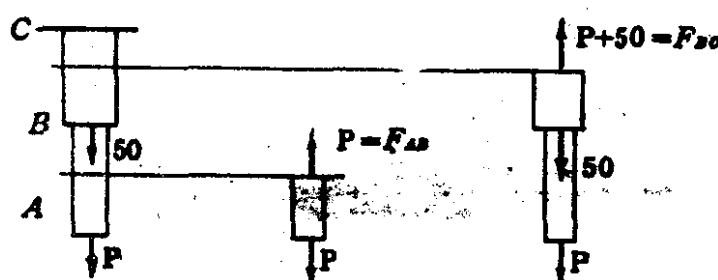
桿件 BC

$$\sigma_{BC} = \frac{F_{BC}}{A_{BC}} = \frac{-62 \text{ kips}}{\pi (1.25)^2 \text{ in}^2} = -12.63 \text{ ksi}$$



1-4 在 1-1 題中，試求當  $P = ?$  各桿件中心點之應力相同

■



$$\text{桿件 } AB \quad \sigma_{AB} = \frac{F_{AB}}{A_{AB}} = \frac{P}{\pi (0.010)^2}$$

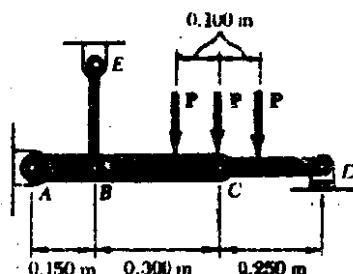
$$\text{桿件 } BC \quad \sigma_{BC} = \frac{F_{BC}}{A_{BC}} = \frac{P+50}{\pi (0.015)^2}$$

$$\because \sigma_{AB} = \sigma_{BC} \quad \therefore \frac{P}{\pi (0.010)^2} = \frac{P+50}{\pi (0.015)^2}$$

$$\Rightarrow P = 40 \times 10^3 \text{ N} = 40 \text{ kN}$$

1-5 已知桿件BE之斷面為 $12 \times 25\text{ mm}$ 之矩形面，試求當 $P = ?$

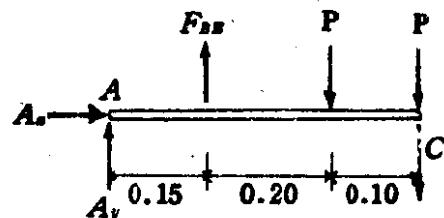
$$\sigma_{BE} = +90 \text{ MPa}$$



■ P1.5 及 P1.6

■  $F_{BE} = A_{BE} \times \sigma_{BE} = (0.012 \text{ m} \times 0.025 \text{ m}) (90 \times 10^6 \text{ Pa})$   
 $= 27 \text{ kN}$

自由體 AC



$$+) \sum M_A = 0$$

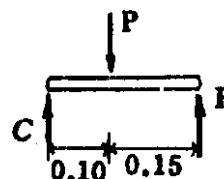
$$0.15 F_{BE} - 0.35 P - 0.45 P$$

$$- 0.45 C = 0 \quad \text{剪切力}$$

$$\Rightarrow 0.15 F_{BE} - 0.8 P - 0.45 C = 0$$

.....(1)

自由體 CD



$$+) \sum M_D = 0$$

$$0.15 P - 0.25 C = 0 \quad \dots \dots \dots (2)$$

From (2)  $C = 0.6P$  代入(1)式

$$0.15 F_{BE} - 0.8 P - 0.45 (0.6P) = 0 \quad \text{又} F_{BE} = 27 \text{ kN}$$

$$P = \frac{0.15 (27 \text{ kN})}{1.07} = 3.79 \text{ kN}$$

1-6 三力 $P=4 \text{ kN}$ 作用在桿件上如圖示，當 $\sigma_{BE}=+100 \text{ MPa}$ 時，求  
BE 均匀桿件之斷面積

■  $P=4 \text{ kN}$  代入 1-5題中之(1), (2)

$$0.15 F_{BE} - 0.8 (4 \text{ kN}) - 0.45 C = 0 \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$0.15 (4 \text{ kN}) - 0.25 C = 0 \quad \dots \dots \dots (2)$$

From (2)  $C = 2.4 \text{ kN}$  代入(1)

$$0.15 F_{BE} - 0.8 (4 \text{ kN}) - 0.45 (2.4 \text{ kN}) = 0$$

$$\Rightarrow F_{BE} = 28.5 \text{ kN}$$

$$\text{又 } \sigma_{BE} = \frac{F_{BE}}{A_{BE}}$$

$$A_{BE} = \frac{F_{BC}}{\sigma_{BE}} = \frac{28.5 \text{ kN}}{100 \text{ MPa}} = 285 \text{ mm}^2 \quad (\sigma_{BE} = 100 \text{ MPa})$$

1-7 試求二力桿件  $B D$  之正應力，已知斷面為  $\frac{1}{16} \times \frac{1}{4} \text{ in}^2$

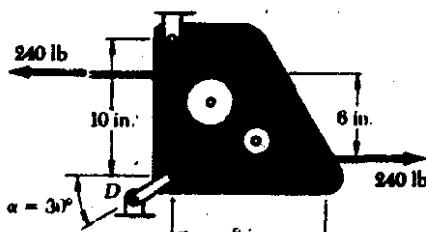


圖 P1.7

$$+ \sum M_A = 0$$

$$(240 \times 6)$$

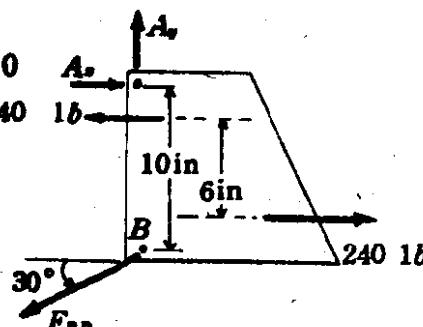
$$-(F_{BD} \cos 30^\circ)(10) = 0$$

$$F_{BD} = +166.31 \text{ lb}$$

$$\sigma_{BD} = \frac{F_{BD}}{A_{BD}} = \frac{+166.31 \text{ lb}}{\left(\frac{1}{16}\right)\left(\frac{1}{4}\right) \text{ in}^2}$$

$$= 10.64 \times 10^3$$

$$\sigma_{BD} = 10.64 \text{ ksi}$$



1-8 1000 lb-ft 之力矩  $M$  作用在引擎曲桿上如圖示，試求(a)  $P = ?$  方能維持平衡(b) 桿件  $B C$  之正應力其斷面積為  $0.72 \text{ in}^2$

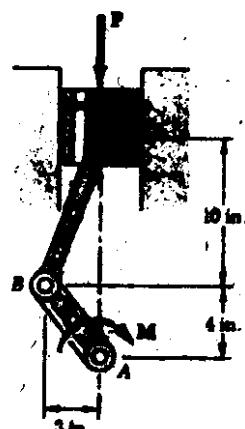
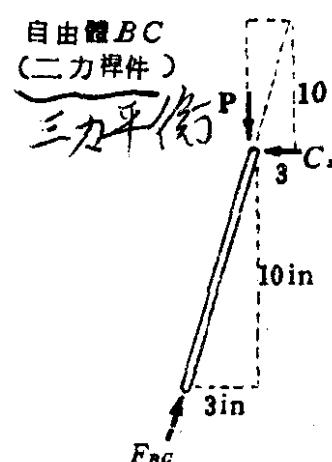
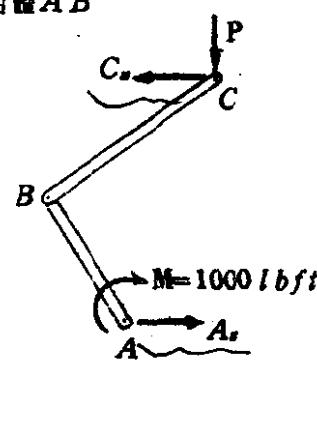


圖 P1.8

■ (a) 自由體AB



$$+\curvearrowleft \sum M_A = 0$$

$$C_x (14 \text{ in}) - (1000)(12) = 0$$

$$C_x = 857 \text{ lb}$$

$$\frac{P}{10} = \frac{857}{3}$$

$$P = 2857 \text{ lb}$$

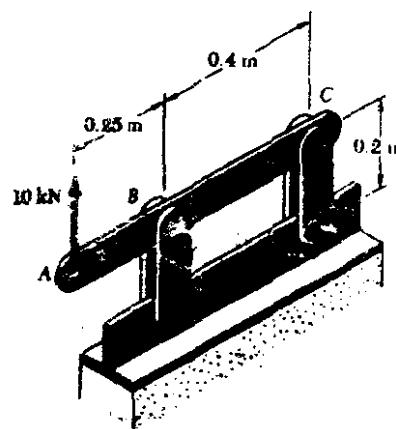
(b) BC 之正應力

$$F_{Bc} = \sqrt{(857)^2 + (2857)^2} = -2983 \text{ lb}$$

$$\sigma_{Bc} = \frac{F_{Bc}}{A_{Bc}} = \frac{-2983 \text{ lb}}{0.72 \text{ in}} = -4140 \text{ psi}$$

1-9 四個互相垂直的均勻二力桿件斷面為  $10 \times 36 \text{ mm}$ ，銷接點直徑為  $9 \text{ mm}$

試求最大的正應力(a) B, D 點 (b) C, E 點



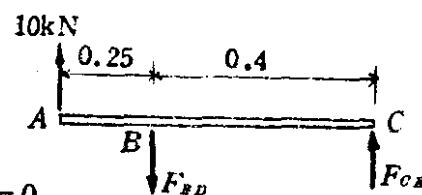
■ P1.9

解 (a) 自由體ABC

$$+\curvearrowleft \sum M_B = 0$$

$$0.4 F_{ce} - 0.25 (10 \text{ kN}) = 0$$

$$F_{ce} = 6.25 \text{ kN} \uparrow$$



$$\sum F_y = 0$$

$$F_{BD} = 10 + 6.25 = 16.25 \text{ kN}$$

(a) 構件斷面  $36 \times 10$

淨面積

$$A_{net} = (36 - 9)(10) = 270 \text{ mm}^2 \quad d = 9 \text{ mm}$$

$$= 270 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$(\sigma_{BD})_{max} = \frac{F_{BD}}{A_{net}} = \frac{16.25 \times 10^3 \text{ N}}{270 \times 10^{-6} \text{ m}^2}$$

$$(\sigma_{BD})_{max} = 60.2 \text{ MPa}$$

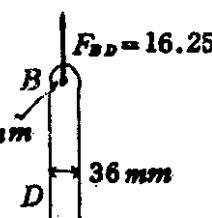
(b)  $A_{cross} = 270 \times 10^{-6} \text{ m}^2$

$$(\sigma_{CE})_1 = \frac{F_{CE}}{A_{cross}} = \frac{-625 \times 10^3 \text{ N}}{270 \times 10^{-6} \text{ m}^2}$$

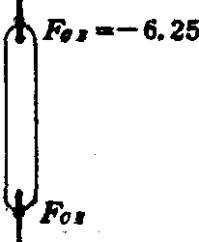
$$(\sigma_{CE})_2 = \frac{F_{CE}}{A_{cross}} = \frac{-6.25 \times 10^3 \text{ N}}{360 \times 10^{-6} \text{ m}^2}$$

$$(\sigma_{CE})_{max} = (\sigma_{CE})_2 = -17.36 \text{ MPa}$$

自由體  $BD$

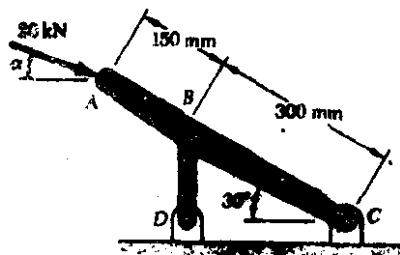


自由體  $CE$



1-10 二力構件  $BD$ ，連接一鋼構件其均勻斷面為  $12 \times 40 \text{ mm}$ ，已知銷接孔直徑  $10 \text{ mm}$  試求平均最大正應力

(a)  $\alpha = 0$  (b)  $\alpha = 90^\circ$



■ P1.10

(a)  $\alpha = 0$

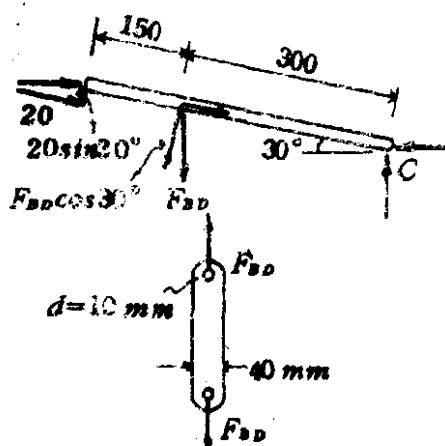
$$+ \sum M_C = 0$$

$$300 \cos 30^\circ F_{BD} - (450 \sin 30^\circ)$$

$$(20 \text{ kN}) = 0$$

$$F_{BD} = 17.32 \text{ kN}$$

$$A_{net} = \frac{(40 - 10)12}{360 \text{ mm}^2}$$



$$\sigma_{BD} = \frac{F_{BD}}{A_{net}} = \frac{17.32 \times 10^3 N}{360 \times 10^{-6} m^2}$$

$$\sigma_{BD} = 48.1 MPa$$

(b)  $\alpha = 90^\circ$

$$+ \sum M_C = 0$$

$$(450 \cos 30^\circ) 20 kN$$

$$-(300 \cos 30^\circ) F_{BD}$$

$$= 0$$

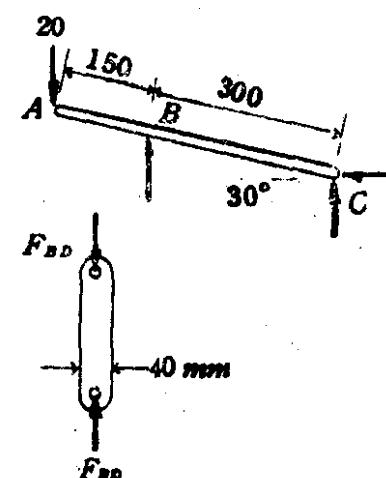
$$F_{BD} = -30 kN \uparrow \text{ (壓力)}$$

$\because F_{BD}$  為壓力

$$\therefore \text{應力面積} / \text{探截面積} = 40 \times 12 = 480 \text{ mm}^2$$

$$= 480 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\sigma_{BD} = \frac{-30 \times 10^3 \text{ N}}{480 \times 10^{-6} \text{ m}^2}$$



$$\sigma_{BD} = -62.5 MPa$$

- 1-11 二大小為 1.5 kip 水平向右作用在銷接點 B，每個銷接孔為 0.6 直徑，試求下列桿件之平均最大正應力(a)二力桿件 AB，(b)二力桿件 BC

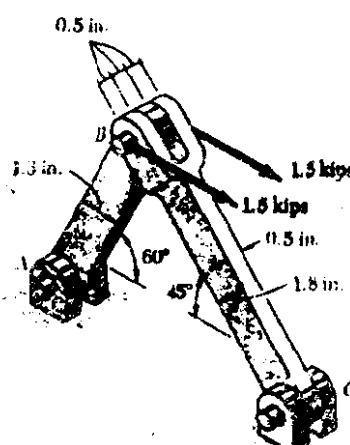
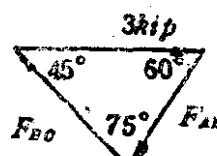
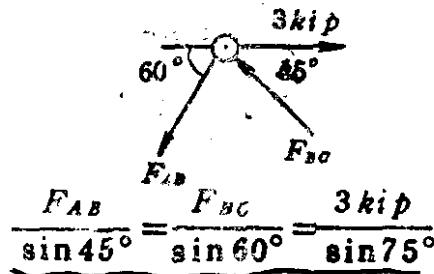


圖 P1.11

圖 自由體銷 B



$$\frac{F_{AB}}{\sin 45^\circ} = \frac{F_{BC}}{\sin 60^\circ} = \frac{3 \text{ kip}}{\sin 75^\circ}$$

$$F_{AB} = +2.196 \text{ kip} \quad 60^\circ$$

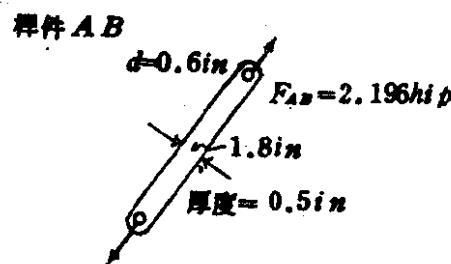
$$F_{BC} = -2.690 \text{ kips} \quad 45^\circ$$

(a) 構件  $AB$

$$A_{net} = (1.8 - 0.6)(0.5) \\ = 0.6 \text{ in}^2$$

$$\sigma_{AB} = \frac{F_{AB}}{A_{net}} = \frac{2.196 \text{ kips}}{0.6 \text{ in}^2}$$

$$\sigma_{AB} = +3.66 \text{ ksi}$$

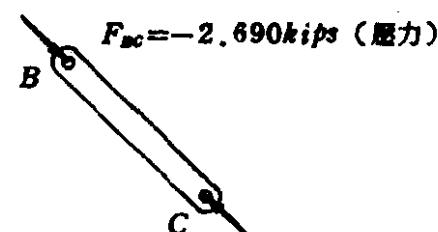


(b) 構件  $BC$

$$A_{cross} = (1.8)(0.5) = 0.9 \text{ in}^2$$

$$\sigma_{BC} = \frac{F_{BC}}{A_{cross}} = \frac{-2.690 \text{ kips}}{0.9 \text{ in}^2}$$

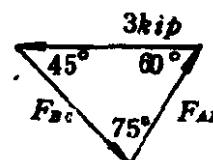
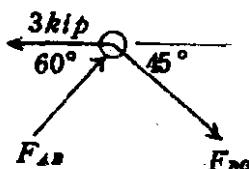
$$= -2.99 \text{ ksi}$$



1-12 1-11 題中若二大小為  $1.5 \text{ kip}$  之力水平向左作用試求  $AB, BC$

構件之平均最大正應力

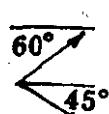
■ 自由體銷接  $B$



$$\frac{F_{AB}}{\sin 45^\circ} = \frac{F_{BC}}{\sin 60^\circ} = \frac{3 \text{ kips}}{\sin 75^\circ}$$

$$F_{AB} = -2.196 \text{ kips}$$

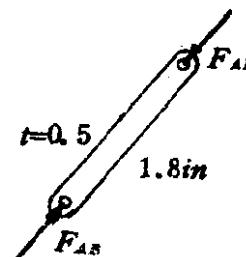
$$F_{BC} = +2.690 \text{ kips}$$



(a) 構件  $AB$

$$F_{AB} = -2.196 \text{ kips} \text{ (壓力)}$$

$$A_{cross} = 0.9 \text{ in}^2$$



$$\sigma_{AB} = \frac{F_{AB}}{A_{cross}} = \frac{-2.196 \text{ kips}}{0.9 \text{ in}^2} = -2.44 \text{ ksi}$$

(b) 構件  $BC$ 

$$F_{BC} = +2,690 \text{ kips}$$

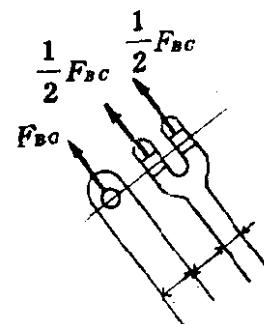
$$\begin{aligned} \text{Net Area} &= 2 [(1.8 - 0.6)(0.5)] \\ &= 1.2 \text{ in}^2 \end{aligned}$$

$$\text{Cross Area} = (1.8)(0.5) = 0.9 \text{ in}^2$$

$$\text{Critical Area} = 0.9 \text{ in}^2$$

$$\sigma_{BC} = \frac{F_{BC}}{A_{cross}} = \frac{2.690}{0.9}$$

$$\sigma_{BC} = 2.99 \text{ ksi}$$



1-13 構件  $C E, DE$  為均勻之矩形斷面  $20 \times 50 \text{ mm}$ ，試求下述構件之正應力(a)構件  $C E$  (b)構件  $D E$

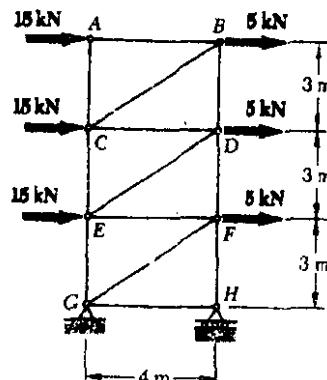


圖 P1.13 及 P1.14

$$+ \sum M_D = 0$$

$$4F_{CE} - 3(15 + 5) = 0$$

$$F_{CE} = 15 \text{ kN} \quad (T: \text{張力})$$

$$\sum F_x = 0$$

$$2(15 + 5) - \frac{4}{5}F_{DE} = 0$$

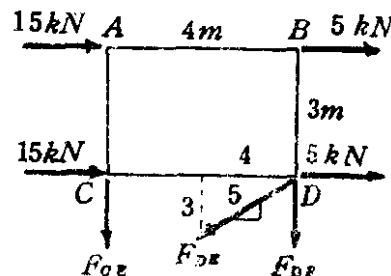
$$F_{DE} = 50 \text{ kN}$$

( $T$ ：張力對構件  $DE$  而言)

*Cross sectional area*

$$A = (20 \text{ mm})(50 \text{ mm}) = 1000 \text{ mm}^2 = 10^{-3} \text{ m}^2$$

(a)  $\sigma_{CE}$



$$\sigma_{CE} = \frac{F_{CE}}{A} = \frac{+1.5 \times 10^3 N}{10^{-3} m^2} = +15 MPa$$

(b)  $\sigma_{DE}$ 

$$\sigma_{DE} = \frac{F_{DE}}{A} = \frac{+50 \times 10^3 N}{10^{-3} m^2} = +50 MPa$$

1-14 已知所有桁架構件均由實心的圓桿件組成試求當直徑多少時，其正應力為  $100 MPa$  (a) 構件  $EG$  (b) 構件  $FG$

解  $+ \sum M_F = 0$ 

$$4 F_{EG} - 6(20) - 3(20) = 0$$

$$F_{EG} = 45 kN$$

張力對構件  $EG$  而言 $\pm \sum F_x = 0$ 

$$3(20 kN) - \frac{4}{5} F_{EG} = 0$$

$$F_{EG} = 75 kN \quad \text{張力對構件 } FG \text{ 而言}$$

(a) 構件  $EG$ 

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad 100 \times 10^6 Pa = \frac{45 \times 10^3 N}{\frac{1}{4} \pi d^2}$$

$$\Rightarrow d = 23.9 \times 10^{-3} m$$

$$d = 23.9 mm$$

(b) 構件  $FG$ 

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad 100 \times 10^6 Pa = \frac{75 \times 10^3 N}{\frac{1}{4} \pi d^2}$$

$$\Rightarrow d = 30.9 \times 10^{-3} m$$

$$d = 30.9 mm$$

1-15 剛性係  $EFG$ ，以一桁架支撐，已知構件  $CG$  是一實心之圓形桿件，其直徑為  $0.75 in$  試求構件  $CG$  的正應力。

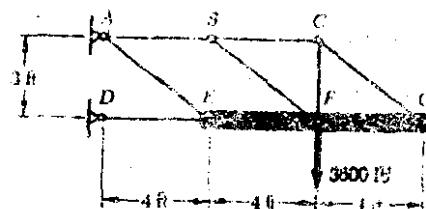


圖 P1.15 及 P1.16