

自动控制系统中的 数字模拟

A.A.伏龙诺夫等著

科学出版社

自动控制系统中的数字模拟

A. A. 伏龙諾夫 A. P. 加尔布佐夫
Б. Л. 叶尔弥洛夫 М. Б. 依格那捷夫
Г. Г. 郭尔妮坚科 Г. Н. 沙科罗夫
楊世仁 合著

林滋治 李 丽 譯

楊 世 仁 校

科 学 出 版 社

1963

А. А. ВОРОНОВ

ЦИФРОВЫЕ АНАЛОГИ ДЛЯ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Изд. АН СССР, 1960

內 容 簡 介

本书介绍了自动控制中的数字模拟装置的一般工作原理、典型环节线路,提出了若干专用计算装置的基本算法、逻辑结构及方案设计,阐述了数字模拟装置在金属切削机床的程序控制中、天体随动系统中及某些初等函数计算中的运用。本书对所提出的各种基本算法的误差、进行了较为详细的分析。

本书可供从事自动控制、计算技术及金属切削机床程序控制方面的科学工作者、工程技术人员之用,也可供高等工业学校有关专业的师生参考。

自动控制系统中的数字模拟

А. А. 伏龙诺夫 等著

林滋治 李 丽 译

楊 世 仁 校

*

科学出版社出版 (北京朝阳门大街 117 号)

北京市书刊出版业营业许可出字第 061 号

中国科学院印刷厂印刷 新华书店总经销

*

1963 年 8 月第一版

1963 年 8 月第一次印刷

(京) 6001—4,400

书号: 2772 字数: 154,000

开本: 850 × 1168 1/32

印张: 5 15/16 插页: 1

定价: 1.00 元

中譯本序言

在很多生产过程中，自动控制系統的专用数字計算机是在数字微分分析器的基础上制成的。

当数字微分分析器用来产生預先給定的時間函数时，在消除掉用多次求和代替积分而产生的誤差以后，有可能提高数字微分分析器的工作准确度。为了要达到此目的，應該将数字微分分析器看作有限增量的有限次加法器，而不是积分器。

在本书中研究了这一类专用計算裝置的綜合方法。为了強調它和数字微分分析器的不同，本书作者将这一类专用計算裝置称为数字差分分析器或数字模拟裝置。这些机器主要用在金属切削机床的自动控制中。在研究数字模拟裝置时，作者們曾力图最大限度地减少輸入訊息容量及簡化綫路的結構。此书所研究制造的計算裝置适用于这些情况：在加工形状比較簡單的剖面时，可用作編制程序和控制机床等全部过程的計算机；在加工形状更为复杂的工件剖面时，可以和通用数字計算机一起而用作非綫性插入器。

本书中所闡述的某些思想在苏联和其它国家里已經用在一系列的計算机的設計中。例如，在挪威就曾經按照类似于本书第七章所提出来的方案，制成了气割自动机控制系統。对于用来加工曲面的金属切削机床控制系統來說，减少輸入訊息的容量成为特別重要的問題。在本书的附录 I 中初步討論了这一問題。

近年来数字模拟裝置的理論工作在下列方面都有了进一步的发展：能产生处在給定曲面上曲綫的計算裝置、能产生曲面的切面的計算裝置及能产生多元函数的計算裝置的綜合問題，用数字模拟裝置来寻求函数的极值以及研究加工曲面的准确度問題等。

作者們將非常感激中國同志們對本書提出的各種意見并誠懇地接受對本書的批評。

A. A. 伏龍諾夫

補 充 說 明

在譯校過程中，對原書某些排印上的錯誤作了更正，個別地方作了一些補充說明。若和原意有出入，概由譯校者全部負責。

譯校者

目 录

緒論	1
第一章 計数制及算术运算的基本知識	7
1. 各种計数制中数值的表示方法	7
2. 数字模拟中的算术运算	14
第二章 数字模拟装置中的元件和計算部件	25
1. 記憶元件	25
2. 邏輯元件	32
3. 輔助元件	35
4. 电子計数器	39
5. 乘法和除法綫路	49
6. 数字积分器	50
7. 随动积分器	54
第三章 数字模拟装置的綜合問題	58
1. 綜合微分分析器的基本原則	58
2. 求解綫性微分方程式的結構图的綜合	63
3. 寻找能产生給定曲綫的微分方程式的办法	65
4. 产生二次曲綫、三角和双曲綫函数的結構图的綜合	68
5. 多項式的产生	73
6. 凱普勒橢圓的产生	74
7. 产生二次曲面上的曲綫的結構图之綜合	75
8. 产生函数的数字模拟装置的綜合	82
第四章 产生多項式及其反函数的数字模拟装置	90
1. 产生多項式的差分分析器	90
2. 多項式反函数的产生及开整数幂次方	99
第五章 产生圓、双曲綫、三角函数及双曲綫函数的閉周数 字模拟装置	103
1. 按求解微分方程式原理构成的、产生圓的綫路工作准确度的	

估計	103
2. 产生圓、橢圓及双曲綫的差分方程式	108
3. 产生圓时舍去尾数而引起的誤差的計算	111
4. 三角正余弦和双曲正余弦函数的产生	117
第六章 产生直綫、圓弧及拋物綫段的程序装置	120
1. 程序装置的結構框图	120
2. 运算器	121
3. 位移測量器和頻率調节綫路	126
4. 輸出通道和磁帶记录的檢驗	129
5. 訊号輸入装置	131
6. 程序装置各部件之間的動作次序	133
第七章 用数字模拟計算装置产生某些函数的例子	135
1. 开平方根的計算装置	135
2. 求平方的計算装置	137
3. 求立方的計算装置	139
4. 产生二元函数 $z = Axy + Bx + Cy$ 的計算装置及将二个变量相乘的計算装置	142
5. 函数 $y = \sqrt{R^2 - x^2}$ 的产生	147
第八章 采用串行送数积分器的数字模拟計算装置	152
1. 阶跃函数积分的准确度	152
2. 綫性插入器	164
3. 用二进制乘法器构成的产生圓的綫路	171
4. 两个变量相除的商数及开平方根	172
附录 I 加工曲面的程序的編制	174
附录 II $N = 2^k$ 及 $N = 2^{-k}$ 的数值表	178
参考文献	179

緒 論

近十年来,和通用数字计算机在技术上得到应用的同时,开始使用了称为“数字微分分析器”的专用计算装置。

在数字微分分析器出现以前,連續作用式微分分析器就已经被采用。

苏联科学院院士 A. H. 克雷洛夫(Крылов) 1938 年在苏联研究制造的,以及 V. 布希(Bush) 1931 年在美国研究制造的第一批装置是机械的連續作用式微分分析器。以后出现了机电的和电子的积分器。开始,微分分析器是用来解算微分方程式,以及在物理相似的基础上,用来对动态系统进行数学上的模拟的。因此,产生了“模拟装置”,或“模拟计算机”的称呼。

解算綫性微分方程式的计算装置是由积分器、加法器、以及乘以常数的乘法器等三种基本型式的解算元件所构成的。

为了扩大能够解算题目种类的范围,以及能够模拟用非綫性微分方程式来描繪的过程起见,补充地作出了一些非綫性元件以产生各种形式的解析函数(变量相乘、乘方、开方等),断續函数(死区域形式、干摩擦式以及不灵敏区域式非綫性)及其它部件(定时延迟部件等)。

后来,認識到整类解析函数都可以用积分器、加法器、乘以常数的乘法器等基本元件来产生。例如,等式 $2 \int x dx = x^2 + C$ 表明,很容易用一次积分运算和一次乘以常数 2 的乘法运算,来产生变量的平方。

C. E. 向依(Shannon)在 1941 年論証了可以用有限个积分器和总加器,来准确地产生解析函数及非双曲超越函数的可能性,以及論証了实际上所有的一元或多元連續函数都可以近似地产生到

任何給定的准确度^[71]。但是,由于当时所使用的机械积分器的结构过于复杂和价格过于昂貴,因此,应用积分器和总加器来产生函数的方法并未得到广泛使用。

后来出現的电子积分器也还未能普遍用来产生非綫性函数,其原因为,用解算放大器作成的积分器只能对時間进行积分运算,因此,在电子积分器中,只有可以轉化为時間的量,才能作为自变量,这就是說,自变量只能是单調地、等速地变化的数量。靠电子积分器,只能产生这类变量的非綫性函数。

直到不久以前,計算装置才划分成通用数字計算机及連續作用式模拟計算机两大基本类型。

現代的通用数字計算机进行运算的速度和准确度极高。但是,这种机器是按照把所有的計算化为算术运算的原理进行工作的,因此,它应有发展完善的邏輯結構和存儲装置。这終于使得用通用数字机来控制数目很多的、較为简单的生产过程和对象显得过于复杂、累贅和昂貴。

模拟計算机的結構比較簡單,模拟机上解題程序的編制可以簡化为不很复杂的“編排題目”的过程,即改变綫路間的联系;模拟机价格便宜,容易得到,但是它的解算准确度不高,这是它的严重缺点。

在二十世紀五十年代,出現了新型的計算元件——数字积分器。它的出現为得到新式的、介于通用数字計算机和連續作用式模拟計算机之間的計算装置創造了可能性。这种机器接受了模拟机的框图結構和通用数字計算机的数字作用原理,因而它結合了前者的結構簡單和后者的准确度高的两个优点。这种装置結構紧凑,相对讲来价錢也并不貴。

在文献上,这种类型的計算装置常称作数字微分分析器。我們把它称为数字模拟装置,因为这种装置是按模拟机的原理进行工作的,但是它又采用了数字的計算元件¹⁾。

1) 在其它国家的文献上,“模拟的”一辞含有“連續作用的”意思,而和“数字的”一辞有对立的意义。这一在历史上发展形成的辞汇,不能認為是很恰当的。

数字积分器可以对任何用脉冲个数来表示的自变量进行积分。这使得它可以用来产生很多种非线性函数,而且,用这样的原理作成的产生初等函数的装置,往往比用任何其它原理作出的装置更为简单和准确。

因而,在数字模拟装置中求解的数学问题的基本范围,为解算微分方程式及产生函数上的关系。

这样的问题范围,对于很多自动控制过程来说也是很有代表性的。因此,数字模拟装置不但可以用于计算的目的,而且还可以用作模拟过程的装置及控制用的机器。而最有发展前途的,是用在金属切削机床及其它生产过程的程序控制系统中,以及控制运动对象的移动等等。

在很多场合,当刀具或运动对象的运动轨迹是由直线切段及简单的曲线切段,如圆弧和双曲线段所构成,而这些线段的参数是预先给定的时,数字模拟装置完全能够实现控制过程中所必须的运算。但是,在有些场合,需要进行繁复的计算工作。例如,需要用较为简单的线段来近似复杂的曲线,需要计算等距点等等。这时,最好数字模拟装置和通用数字计算机联合使用。通用数字计算机在这时用来计算节点的坐标及节点间曲线的参数,而数字模拟装置则用作非线性插入器,来计算节点间很多插入点的坐标。

目前已经研究发展了一系列通用数字计算机和线性插入器联合使用的系统(例如美国麻省理工学院和苏联金属切削机床实验研究所 ЭНИМС 的机床程序控制系统等)。显然,通用数字计算机和非线性插入器联合使用要灵活得多,而且能展示出更为广阔的可能性。法兰蒂(Ferranti)系统为采用非线性插入器的例子。但是,到目前为止,在已经出版的期刊上没有关于介绍法兰蒂插入器的文章,因而这种插入器的工作原理和作用,目前对我们来说是不了解的。

当数字模拟装置用在程序控制系统中,以控制机床工作机构的运动时,整个控制过程可以归结为几种操作。作为例子,下面将简单介绍几种可能采用的方案中的一种。

1) 为控制而需要的数据的准备 首先,将所給工件的剖面分割成相对說来为数不多的若干切段, 这些切段的起点和終点称为节点, 然后,两个节点之間的曲綫切段用某种初等函数来近似(例如,用双曲綫段、圓弧来近似等), 并确定节点的坐标,及切段近似曲綫的参数(例如,圓心的坐标、拋物綫方程式的系数等), 此外还规定沿曲綫运动的速度和运动的方向, 如果需要的话,还可以规定工艺上需要的輔助指令(例如,加冷却液和潤滑油等)。

所有这些数据都应该編成数碼,并用以一定形式安排的小孔,记录在原始程序携載装置上(通常为穿孔带或穿孔卡片)。

2) 原始数据輸入計算装置 穿孔带或穿孔卡片在輸入装置中移动, 当穿孔带或穿孔卡片上的小孔通过时, 用一定的方法来閉合电路(电刷穿过小孔而接通电路,光綫穿过小孔作用到光电元件等),从而将电訊号送到計算装置相应的元件中去。

3) 計算过程 准备工作完毕以后, 接通計算装置的启动綫路, 計算装置在接到启动脉冲以后开始工作, 并計算出曲綫两节点之間的中間点坐标增量, 也将所得結果以单元碼的形式送到輸出电路, 这里,单元碼是指脉冲的系列,它的个数和該曲綫切段的增量成正比例。

可以有两种将計算装置和机床相联的方法。

第一种方法是將計算的結果記錄在中間存儲中(通常用多道磁带作成)。当所有的程序記錄完毕以后,磁带重新演放,并将讀取的訊号按其作用送至各个通道。在这种情形下,計算装置可以和被控制的机床分开,而放在計算中心或計算局中。由于計算装置能产生脉冲的頻率要比机床驅动系統能接受脉冲的頻率高得多,因此在磁带上記錄程序的过程可以比机床加工完成得快得多。一台計算装置在这里常常可以为几台机床甚至为几个工厂服务,因而能够得到很高的利用率。

另外一种控制方法是將計算装置和机床的驅动装置直接相联。这时,計算装置应当放在被它所控制的机床的附近,而且,計算每一点的速度應該和要求刀具运动的速度相适应。將計算装置

直接放在工厂的車間里往往是有一定的困难的,但是,这样可以省去磁帶記錄裝置,而且可避免因磁帶寫讀而引起差錯的麻煩。

4) 控制过程 如果控制机床的程序是記錄在磁帶上的,則需要有讀取訊号的裝置。讀取裝置的輸出應該确切地重复記錄在磁帶上的訊号。由讀取裝置取得或由計算裝置直接輸出的脉冲經放大后送至机床的随动系統。每輸入一个脉冲,机床的工作机构应沿一定方向移动一定的位置,或伺服电机的軸朝一定方向轉过一定的角度。为此,可以采用步进电机,或具有脉冲負反饋的随动系統。

在上述控制系統的各个部件中,下面只探討計算裝置本身。

由于在我国的文献中,已經有一系列的文章,說明了用作数学机器的微分分析器的工作原理和設計方法,因此,本书的重点将在于闡述用作控制机的数字模拟裝置的綜合的一般方法,以及在一般文献中很少有所反映的准确度的分析問題。

数字积分器事实上是有限增量有限次求和的总加器。用求和代替积分将会产生一定的誤差。数字积分器誤差之一的积分誤差,可用增加寄存器位数的办法来減小,或者可以采用更为复杂的,然而更为准确的計算式子来減少积分誤差。但是这两种办法都会使裝置的結構变得更为复杂。另外还可以指出一种方法,能够在維持准确度的情况下簡化綫路結構。这时,在綜合裝置綫路及計算初始条件时,是从差分方程式而不是从微分方程式出发,而以脉冲个数来表示的数值的增量將視為有限差分而不是微分。因此,用这样的办法作成的数字模拟裝置称作数字差分分析器(而不是微分)較為恰当。

差分分析器并不能完全免除誤差。消除积分誤差以后,在数据輸入差分分析器的寄存器时有舍入誤差;在具有閉合迴路的計算裝置中,一个寄存器中的数以溢出脉冲的形式送到另一寄存器中去时,存在因失落小数部分而引起的誤差。以后将研究在微分方程式以及在差分方程式的基础上,分析和綜合数字模拟裝置的綫路問題,并指出減小誤差,及簡化裝置綫路的方法。

差分分析器的理論,研究得还很不够,还有待于繼續进行大量的工作。这本书是试图闡述这方面几个理論問題的第一本书,当然,不能认为这一問題在本书中已經解决得很完全了。

除理論探討以外,在这本书中还介紹了用在数字模拟装置中的計数制和綫路元件部件方面的一些基本知識,以及苏联科学院电工研究所(ИЭМ АН СССР)研究发展的几个差分分析器綫路的实例。

有下列人員参加了本书的編写工作:苏联科学院电工研究所 А. А. 伏龙諾夫(Воронов)(緒論,第三章第1—6节和第8节,第四章,第五章第1和第4节,第八章第3,4节), А. Р. 加尔布佐夫(Гарбузов)(第八章第1,2节), Б. Л. 叶尔弥洛夫(Ермилов)(第一章), М. Б. 依格那捷夫(Игнатьев)(第三章第7节及附录 I), Г. Г. 郭尔妮坚科(Корнитенко)(第二章), Г. Н. 沙科罗夫(Саколов)(第四章),及中国科学院自动化研究所楊世仁(第五章第2,3节);本书第七章由 А. А. 伏龙諾夫和 Б. Л. 叶尔弥洛夫合写。

第 一 章

計数制及算术运算的基本知識

1. 各种計数制中数值的表示方法

表示数的法則及符号两者的总和称为計数制。有定位計数制和不定位計数制两种。在定位計数制中,每一符号(数字)的数值由它在表示数的一系列数字中的位置所决定。

任何一个数 N 都可以用系数 a_i 和計数制的基数 P 的幂級数乘积和来表示,即

$$N = \sum_{i=0}^{m-1} a_i P^i,$$

其中 m 为数 N 的位数, a_i 为0到 $P-1$ 之間的整数($0 \leq a_i \leq P-1$)。用这种形式来表示数时, $(i+1)$ 称为数的位数。因此, a_0 为第一位的系数, a_1 为第二位的系数等等,而系数 a_i 后面的基数 P 的幂次称为該位的权重。定位計数制的基数在这系統中始終写成符号10,且为正整数。

在一般非自动化的計算当中,十进位定位計数制用得最为广泛。这种計数制的基数为“十”,并且利用下面十个不同的数字-符号:0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9。

例如,十进位制的四位数 $N = 5084$ 可以用和式

$$\begin{aligned} N &= \sum_{i=0}^3 a_i \cdot 10^i = 5 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 = \\ &= 5084, \end{aligned}$$

的形式来表示,这里 $a_3 = 5$, $a_2 = 0$, $a_1 = 8$, $a_0 = 4$ 。

为簡單起见,写数时通常将基数10的各次幂略去,而只写出

系数的序列(在上例中为 5, 0, 8 和 4)。系数 a_i 的序列按其权重的次序排列, 权重小的写在右面, 大的写在左面。数的基数 P 用十进位数写在右下角括号中。

$$N_{(P)} = a_{m-1}a_{m-2} \cdots a_1a_{0(P)} = 5084_{(10)}.$$

除十进位计数制以外, 还有基数小于十和大于十的各种计数制。

利用 0 和 1 两个数字构成的二进位计数制在纯粹计算和控制技术中最为有用。二进位计数制中, 任何整数都可以用 2 的各种幂次之和来表示。例如, 十进位数 $N = 11$ 在二进位制中可写成和式

$$N = \sum_{i=0}^{m-1} a_i \cdot 2^i = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 1011_{(2)}.$$

系数序列 $a_{m-1}a_{m-2} \cdots a_1a_0$ (即 1011) 为二进位数写法, 或为

表 1

十进位制	二进位制			
	各位权重			
	8	4	2	1
0	—	—	—	0
1	—	—	—	1
2	—	—	1	0
3	—	—	1	1
4	—	1	0	0
5	—	1	0	1
6	—	1	1	0
7	—	1	1	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1
10	1	0	1	0

两位数字 0 和 1 所组成的二进位数碼。写成二进位数的自然数列于表 1 中(請參看附录 II)。从表 1 中不难看出, 二进位碼表示的数可以由系数 a_i 的数值单值地确定, 并且, 第 $(i + 1)$ 位数字由十进位数 0 开始, 从上而下連續取 0 或 1 的个数每經過 2^i 个依次交替。因此, 已知数 N 以后, 毋須完全求出二进位数的系数, 而可以直接用下面的条件来确定个别系数 a_i 的数字:

$$a_i = 1 \text{ 当 } (-1)^{\left[\frac{N}{2^i}\right]} < 0$$

及

$$a_i = 0 \text{ 当 } (-1)^{\left[\frac{N}{2^i}\right]} > 0,$$

其中 $[N/2^i]$ 为分式 $N/2^i$ 的整数部分, 而 i 为数字的位数減 1。

可用下列和式来计算 m 位二进位数能表示数碼的个数

$$\sum_{i=0}^m C_m^i = C_m^0 + C_m^1 + \cdots + C_m^m = 2^m,$$

其中 C_m^i 为数碼中数字 0 或 1 的个数为 i 的数碼的数目。

例：由表 1 可以看出，当数碼的位数 $m=3$ 时，数碼的各个位均不含 1 的数有 $C_3^0=1$ 个；一位为 1 的数有 $C_3^1=3$ 个；二位为 1 的数有 $C_3^2=3$ 个；三位全部为 1 的数有 $C_3^3=1$ 个。因此，由 m 个两位数組成的数碼集合共有

$$1 + 3 + 3 + 1 = 2^3 = 8 \text{ 个数碼。}$$

分数可以用計数制的基数的負次幂的和式来表示。因此，分式 $\frac{21}{8}$ 可用下面的方式写成二进位数：

$$\begin{aligned} \frac{21}{8} &= \frac{1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0}{2^3} = \\ &= 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3} \end{aligned}$$

或为 10.101。

基数为 P 的 m 位分数可以写成下列和式：

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^{m-1} a_i P^{i-r} &= a_{m-1} P^{(m-1)-r} + a_{m-2} P^{(m-2)-r} + \cdots + \\ &+ a_r P^0 + a_{r-1} P^{-1} + \cdots + a_1 P^{1-r} + a_0 P^{-r}, \end{aligned}$$

其中 r 为小数点后面的小数部分的位数，小数点将数的整数部分和小数部分分开。若十进位制的有理分数的分母为 2 的整数次方，则这一有理分数可以用有限位二进位小数来表示。

在所有的定位計数制中，写数的时候需要用到数字符号数目以二进位計数制最少，只需用 0 和 1 两个数字。这一特点使得二进位数的每一位数字可以用任何一种具有两个稳定状态的元件来表示，例如继电器，电子管，半导体器件，鉄氧磁心体等等。这些元件都是按最简单的原則：“是”或“否”进行工作的（例如，接通—关断；朝磁化曲綫的这一方向或朝磁化曲綫的另一方向磁化等等）。元件的两个稳定状态中的一个表示 1，而另一个表示 0。

具有更多稳定状态的元件要比具有两个稳定状态的元件在結構上复杂得多，且較不可靠。因此，虽然已有具有三个稳定状态的

元件,但三进位計数制在实际上并未得到广泛的应用。二进位計数制还有实现算术运算的法則簡單, 和利用数理邏輯来表示和分析綫路工作的方便等优点。它的缺点为用二进位計数制写数时所用的位数很多,因而显得累贅,并且在輸入和輸出数据时,必須將十进位数換算成二进位数及进行相反的換算。

將十进位数換算成 P 进位数可以用基数 P 連續除該十进位数而得到。各次相除所得的余数的系列,从最后一个商数和最后一个余数开头,为換算所得的 P 进位数。

例: 將十进位数 $2967_{(10)}$ 換算成七进位数。为此,采用上面的方法,將 $2967_{(10)}$ 为 7 所除的商数写在直綫的左面,將历次相除所得的余数及最后一个商数写在直綫的右面。結果,在直綫右面由下而上順序排列的数即为換算所得的七进位数:

						7
						6
2	9	6	7			3
	4	2	3			4
		6	0			1
			8			1
			1			1

由此可得 $2967_{(10)} = 11436_{(7)}$ 。

十进位数換算成二进位数时应在直綫右面依次写出該数及其商数連續为 2 相除所得的余数。每次相除无余数(偶数)时在直綫右面写 0, 有余数时(奇数)写 1。由此所得的,从下而上的 0 和 1 的系列即为換算而得的二进位数。

例:

						2
						0
5	8					1
	2	9				0
		1	4			1
			7			1
			3			1
			1			1

或 $58_{(10)} = 111010_{(2)}$ 。