

数学乐园

Brian Bolt 著  
林杰斌 译

# 茅塞顿开

丁巳仲夏



浙江科学技术出版社

Original Title: Mathematical Activities  
Copyright© 1982 by Cambridge University Press  
Copyright© 1998 Simplified Chinese characters edition  
by Zhejiang Science & Technology Publishing House  
Published by arrangement with BARDON-Chinese Media Agency

## 数学乐园·茅塞顿开

著 者 Brian Bolt  
译 者 林杰斌  
责任编辑 徐东辉  
封面设计 孙 菁  
出 版 浙江科学技术出版社  
审核登记号 图字 11-1998-52 号  
印 刷 淳安千岛湖环球印务有限公司  
发 行 浙江省新华书店  
开 本 850×1168 1/32  
印 张 8.125  
字 数 20.3 万  
版 次 1999 年 1 月第 1 版第 1 次印刷  
ISBN 7-5341-1215-X/G · 226  
定 价 13.80 元  
版权所有 不得翻印

## 出版说明

从传统的应试教育向现代素质教育转变,是我国教育改革的必然趋势,也是数学教学改革的方向。教育界的有识之士一再呼吁:在数学教学中,不应该只是在课堂上向学生灌输数学知识,不应该把他们困在“题海”中机械地解题、答题,更重要的是用各种生动活泼的教学形式,培养学生对数学的兴趣,培养他们的想象力、创造力和独立思考的能力。

鉴于此,我社从英国剑桥大学出版社引进了《数学乐园》丛书,包括《茅塞顿开》、《趣味盎然》、《老谋深算》、《举一反三》、《触类旁通》5种,旨在为广大中小学学生和教师提供一套完全不同于解题指南、试题汇编的趣味数学读物。

丛书以谜题、游戏、趣味题、小课题等形式引出各类数学问题,以激发学生的学习兴趣;通过巧妙的解答、深入浅出的分析和引人入胜的讨论,引导他们探索奇妙的数学世界;避开繁琐的数字计算与冗长的形式化推导,注重问题的分析、数学本质的把握、数学方法的运用、数学想象力与创造性思维的培养;注意从学生的兴趣和 life 经验出发,研究各种实际问题,鼓励学生运用数学工具更加深入地了解现实世界。

这套颇具特色的丛书是英国数学家针对传统的数学教学方式所存在的缺陷,为配合中小学数学教学改革而精心编写的,深受读者欢迎,多次再版。它给我们的启示是:数学不是抽象、枯燥的课本知识,而是充满魅力和灵性、与现实生活息息相关的活动;数学教学给学生带来的不应是知识灌输、“题海”大战之后的厌倦,而应是讨论、钻研、发现之余的喜悦和无穷的求知欲;数学教学的目的不是培养学生的应试技巧,而是培养学生运用数学知识解决实际问

题的能力。

我们希望,丛书能得到我国中小学学生的喜爱,同时能在教学改革和课外数学兴趣活动中为教师们提供借鉴。

**浙江科学技术出版社**

**1999 年 1 月**

## 序 言

目前学校的教学方式以及课程安排，对具有数学天分的孩子来说，很难激发他们对数学的强烈兴趣与求知欲。

我与许多同事都认为，我们自己对数学的兴趣，大多是在儿童时期受到老师与书本的启发而产生的，当时并不是考试决定一切的时代。

这种兴趣的来源，不只是正式的数学课程，也包括由老师在课堂上提到的或是自己从一些书刊中看到的谜题、游戏或例题。

对数学谜题产生的兴趣能对孩子产生深远的影响，不但能启发他们进行创造性的思考，而且能激发个人的学习热情，这是一般教科书中的习题很难达到的效果。

但不幸的是，由于种种因素，很多老师并未能提供这些活动，使得儿童在这段最具关键性的教育时期中，无法获得有益的课外启迪。

有鉴于此，我在每星期六上午，特别为 9~12 岁对数学有兴趣的孩子成立了一个数学俱乐部。在此我强调的是“有兴趣”而不是“有天赋”的孩子，这些孩子对俱乐部活动的热情远远地超过了我原本期望的程度。每星期与 30 多个热情好学的孩子在一起，使我更积极地去寻找适合的活动来激励他们。

本书的内容，包括了我在这个俱乐部 5 年来所设计的一些题目，以及我在艾克塞特的学校为较高年级的孩子所办的类似的俱乐部中所用的材料。其中许多题目是我为读中学的孩子特别设计的，但以我的经验，这些题目对于数学能力较强的其他年龄段的孩子一样也很适合。

不论年纪大小，只要是过去没有接触过此类题目的人，通常

都会感到趣味盎然。

**Brian Bolt**

艾克塞特大学教育学院

# 目 录

|              |    |
|--------------|----|
| 1. 三子棋 (一)   | 1  |
| 2. 单人三子棋     | 2  |
| 3. 三子棋 (二)   | 3  |
| 4. 追逐曲线      | 4  |
| 5. 互相追逐的导弹   | 5  |
| 6. 数与形       | 7  |
| 7. 合二为一      | 7  |
| 8. 骰子填数      | 8  |
| 9. 火柴棒三角形    | 9  |
| 10. 牧羊人的栅栏   | 9  |
| 11. 折叠地图     | 10 |
| 12. 渡河问题     | 10 |
| 13. 圆形的伸展    | 11 |
| 14. 椭圆       | 12 |
| 15. 用纸折出椭圆   | 13 |
| 16. 画出椭圆     | 14 |
| 17. 滑动的梯子    | 15 |
| 18. 网络的形成    | 17 |
| 19. 立方体块     | 18 |
| 20. 火柴棒正方形   | 19 |
| 21. 方形、十字与圆形 | 19 |
| 22. 火车司机的困扰  | 20 |
| 23. 聪明的牛奶商   | 21 |
| 24. 士兵的遭遇    | 21 |

|                     |    |
|---------------------|----|
| 25. 等宽曲线 .....      | 21 |
| 26. 莫比乌斯带 .....     | 24 |
| 27. 内还是外 .....      | 26 |
| 28. 滚箱子 .....       | 28 |
| 29. 轮子往何处去 .....    | 28 |
| 30. 齿轮系统 .....      | 29 |
| 31. 六连棋 .....       | 30 |
| 32. 马的舞蹈 .....      | 31 |
| 33. 铁道支线 .....      | 32 |
| 34. 彩色方块 .....      | 33 |
| 35. 善妒的丈夫 .....     | 33 |
| 36. 延长电线 .....      | 34 |
| 37. 聪明的园丁 .....     | 34 |
| 38. 周长与面积 .....     | 35 |
| 39. 镶嵌图案 .....      | 35 |
| 40. 镶嵌图案与艺术 .....   | 36 |
| 41. 面积相同的形状 .....   | 36 |
| 42. 钉板上的面积 .....    | 37 |
| 43. 钉板上的路径 .....    | 38 |
| 44. 曲折游戏 .....      | 39 |
| 45. 你能作出多少三角形 ..... | 39 |
| 46. 你能看出多少三角形 ..... | 40 |
| 47. 电动船 .....       | 40 |
| 48. 四通八达 .....      | 41 |
| 49. 马的位置 .....      | 41 |
| 50. 倒转火车 .....      | 42 |
| 51. 平行四边形连杆 .....   | 42 |
| 52. 摇摇马 .....       | 44 |

|                        |    |
|------------------------|----|
| 53. 转向机制 .....         | 46 |
| 54. 直线运动 .....         | 47 |
| 55. 旋转 .....           | 49 |
| 56. 马的路线 .....         | 50 |
| 57. 四胞胎 .....          | 52 |
| 58. 组合正方形 .....        | 53 |
| 59. 硬币的旋转 .....        | 53 |
| 60. 猎人 .....           | 54 |
| 61. 4点同在一平面 .....      | 54 |
| 62. 字母骰子 .....         | 55 |
| 63. 拐折六边形 .....        | 55 |
| 64. 培利加的证明 .....       | 57 |
| 65. 做一个四面体考考你的朋友 ..... | 58 |
| 66. 向上滚的锥体 .....       | 60 |
| 67. 用直尺与圆规作图 .....     | 61 |
| 68. 外接圆、内切圆与旁切圆 .....  | 63 |
| 69. 海战棋 .....          | 66 |
| 70. 王后保卫战 .....        | 68 |
| 71. 眼见为实 .....         | 69 |
| 72. 道路考察 .....         | 69 |
| 73. 棋盘上的骨牌 .....       | 70 |
| 74. 双胞胎 .....          | 71 |
| 75. 四色定理 .....         | 71 |
| 76. 五连形 .....          | 72 |
| 77. 六连形 .....          | 73 |
| 78. 建构立方体 .....        | 75 |
| 79. 半立方体 .....         | 77 |
| 80. 制作多面体积木 .....      | 78 |

|                       |     |
|-----------------------|-----|
| 81. 十二面体与星状十二面体 ..... | 82  |
| 82. 等距变换游戏 .....      | 85  |
| 83. 切割立方体 .....       | 88  |
| 84. 似假实真的洞 .....      | 88  |
| 85. 从等边三角形到正方形 .....  | 89  |
| 86. 将瓮化为正方形 .....     | 89  |
| 87. 困惑的家庭主妇 .....     | 90  |
| 88. 倒转三角形 .....       | 90  |
| 89. 马的路径 .....        | 91  |
| 90. 距离新解 .....        | 94  |
| 91. 高杆撞球法 .....       | 96  |
| 92. 欧拉关系 .....        | 98  |
| 93. 相交圆中的曲线 .....     | 101 |
| 94. 制作直纹曲面 .....      | 104 |
| 95. 正方形 .....         | 105 |
| 96. 饥饿的书虫 .....       | 105 |
| 97. 岔道 .....          | 106 |
| 98. 该骑多快 .....        | 106 |
| 99. 滑雪车道 .....        | 107 |
| 100. 元音表 .....        | 107 |
| 101. 空间填充 .....       | 108 |
| 102. 长方形的对角线 .....    | 108 |
| 103. 分割平面的直线 .....    | 109 |
| 104. 数字序列——差分 .....   | 110 |
| 105. 从点阵模式到数字模式 ..... | 111 |
| 106. 钉板上的正方形 .....    | 113 |
| 107. 多边形的三角分割 .....   | 113 |
| 108. 一个人玩的跳棋游戏 .....  | 117 |

|                      |     |
|----------------------|-----|
| 109. 一分为二 .....      | 119 |
| 110. 将立方体着色 .....    | 120 |
| 111. 将圆分解 .....      | 120 |
| 112. 平方关系 .....      | 121 |
| 113. 园丁的石板 .....     | 121 |
| 114. 魔术三角 .....      | 122 |
| 115. 数字模式 .....      | 122 |
| 116. 神奇减法 .....      | 123 |
| 117. 你能得到多大的数目 ..... | 124 |
| 118. 单位分数 .....      | 124 |
| 119. 4个4 .....       | 125 |
| 120. 计算器上的难题 .....   | 126 |
| 121. 采矿之道 .....      | 126 |
| 122. 百位、十位与个位 .....  | 127 |
| 123. 魔数圆圈 .....      | 127 |
| 124. 数字轮 .....       | 128 |
| 125. 等于100 .....     | 129 |
| 126. 除法的形式 .....     | 129 |
| 127. 质数 .....        | 130 |
| 128. 质数的生成 .....     | 132 |
| 129. 有名字的数 .....     | 133 |
| 130. 再论数字模式 .....    | 135 |
| 131. 毕氏三元组 .....     | 136 |
| 132. 猜规则游戏 .....     | 136 |
| 133. 诡异的乘法 .....     | 137 |
| 134. 对角线等式 .....     | 138 |
| 135. 魔术星星 .....      | 139 |
| 136. 安全第一 .....      | 140 |

|                                 |     |
|---------------------------------|-----|
| 137. 赌徒的秘密策略 .....              | 140 |
| 138. 运输问题 .....                 | 140 |
| 139. 观心术 .....                  | 141 |
| 140. $3 \times 3$ 幻方 .....      | 143 |
| 141. $4 \times 4$ 幻方与高阶幻方 ..... | 145 |
| 142. 多阶形式 .....                 | 147 |
| 143. 帕斯卡三角形 .....               | 149 |
| 144. 生成费波那契数列 .....             | 153 |
| 145. 费波那契数列与黄金分割比 .....         | 155 |
| 146. 称重问题 .....                 | 157 |
| 147. 相似长方形 .....                | 157 |
| 148. 立体幻方 .....                 | 157 |
| 149. 平衡问题 .....                 | 158 |
| 150. 巧用计算器 .....                | 158 |
| 151. 独一无二的魔术六边形 .....           | 159 |
| 152. 拈 .....                    | 159 |
| 讨论与解答 .....                     | 161 |

## 1. 三子棋（一）

准备一些画有方格的纸与棋子，尽可能地多在方格纸上放置棋子，同时遵守下列规则：

- （1）每个方格内不得放置 1 个以上的棋子。
- （2）不能让 3 个棋子连成一直线。

在图 1~图 3 中的  $3 \times 3$  方格里已有 2 个棋子，请说明要如何加入另外 4 个棋子，使得不会有 3 个棋子连成一线。

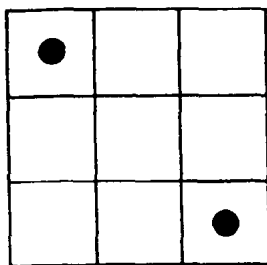


图 1

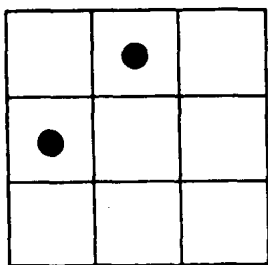


图 2

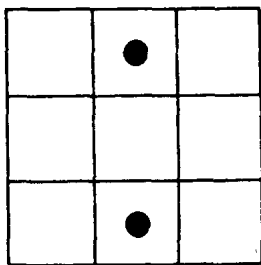


图 3

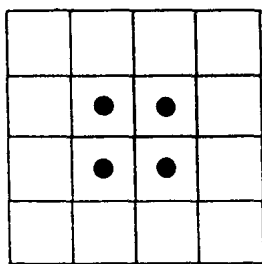


图 4

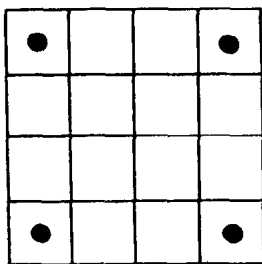


图 5

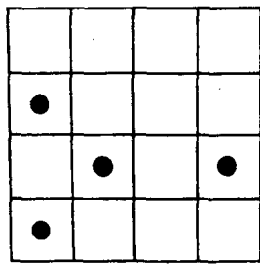


图 6

在  $4 \times 4$  的方格中，按照相同的规则可以放置 8 个棋子，使得没有 3 个棋子在一直线上。先在中央放置 4 个棋子，如图 4；或者先在角落放置 4 个棋子，如图 5；或者先把棋子摆成如图 6

的形式。

请问，在不使 3 个棋子连成一直线的情况下，你能再加上多少个棋子？

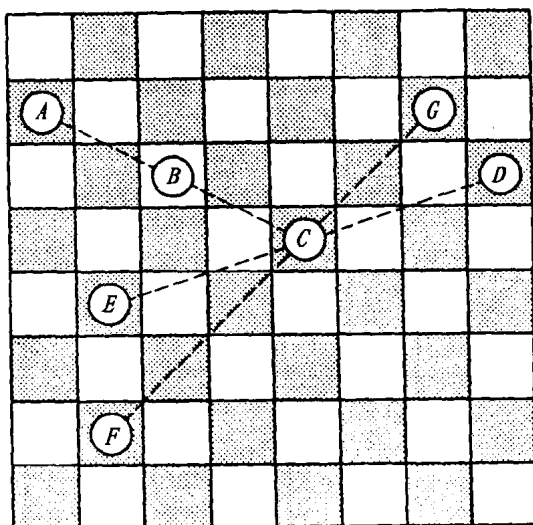
你最好能亲自动手试试。

你在找到在  $4 \times 4$  的方格内放置 8 个棋子的方法后，可再试  
一试在  $5 \times 5$  的方格内如何放置 10 个棋子。 (答案见 161 页)

## 2. 单人三子棋

把 16 个棋子放在棋盘上，要使没有 3 个棋子在一直线上。

虽然游戏的规则与前一题相同，但是要在  $8 \times 8$  的方格上一眼看出是否有 3 个棋子连成一线并不容易。例如图中  $ABC$ 、 $ECD$  与  $FCG$  都连成一线，但乍一看并不明显。



当你认为你已正确地将 16 个棋子放在  $8 \times 8$  的方格上，使得没有 3 个棋子成一直线时，不要急着翻看书后的解答，先请人检

查一下你的答案是否正确无误。

(答案见 162 页)

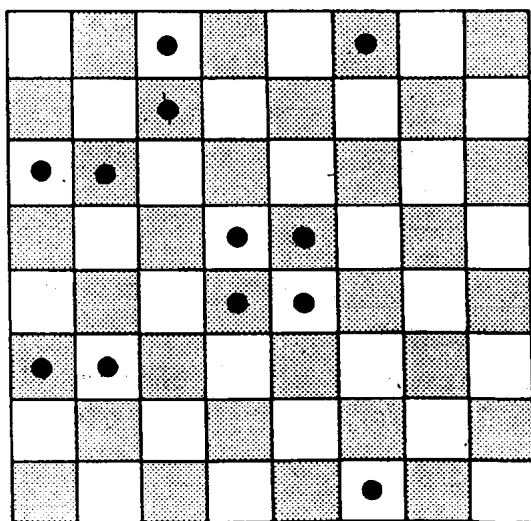
### 3. 三子棋 (二)

这个游戏可以用棋子在棋盘上或是画有方格的纸上玩。

玩的人轮流下子，把 3 个棋子连成直线的人输。

请注意，棋盘上棋子的数目不应超过 17 个。因为在  $8 \times 8$  的棋盘上，没有 3 个棋子成一直线时，最多能摆放 16 个棋子。游戏的技巧是要找出下子的形式，迫使对手必须连成一直线。

在图中的棋盘上，只有 12 个棋子，但轮到下子的人无论在什么位置，都会使 3 个棋子连成一直线而输掉游戏。如果你不相信，可以逐一检查每一个空格。检查时可使用直尺作为辅助工具。



(答案见 162 页)

## 4. 追逐曲线

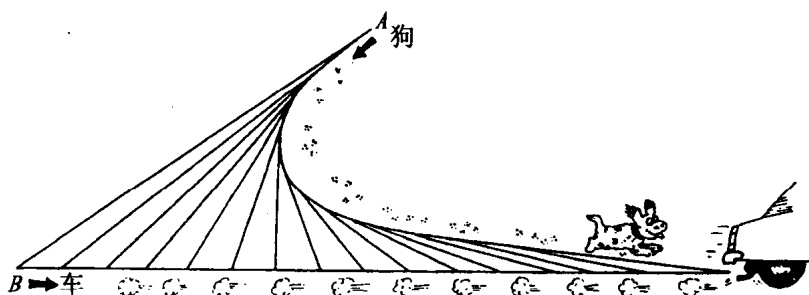


图 1

你一定看到过狗追汽车或自行车的情形。可是你曾注意到狗的追逐路径吗？狗不会预先判断而直接跑向车子前进之后的位置，而是跑向车子在当时瞬间的位置。

图 1 所示为一辆汽车在位置  $B$  时被一只在位置  $A$  的狗发现之后，狗跑向车子的路径。车子沿直线等速移动，并假设狗的速度为车子的一半。

此路径可以用下列方式轻易地作出（图 2）。

先画直线  $B_1C$  表示车子的路径。再任取一点  $A_1$ （可在任何位置），表示狗的起跑点。

把  $A_1$  与  $B_1$  连成线，这是狗开始跑的方向。由于狗跨出步子后就不能立刻改变方向，所以它会朝这个方向跑一小段路到达  $A_2$  的位置。这段距离以  $\frac{1}{2}$  cm 代表。

但当狗由  $A_1$  跑到  $A_2$  时，车子已由  $B_1$  移至  $B_2$ ，这段距离为 1cm。

狗跑到  $A_2$  后又朝车子所在位置  $B_2$  跑，跑了一小段路后，

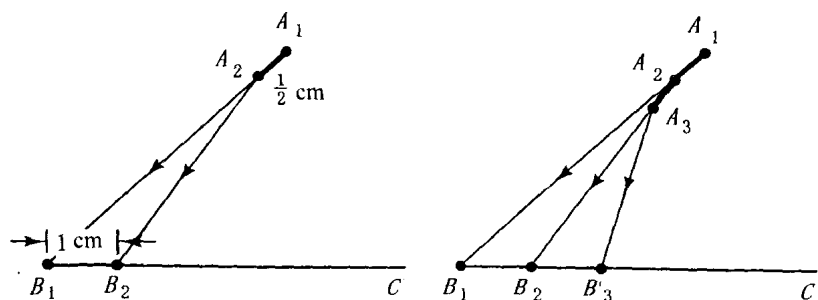


图 2

车子也已移动到  $B_3$ 。重复上述步骤，直到完成狗的路径为止。

请先试着画出与图 2 类似的图形，再探讨发生以下各种情况时的结果：车子沿圆周运动，或是改变狗与车子的相对速度。可以假设出无限多种可能的情况！  
(答案见 162 页)

## 5. 互相追逐的导弹

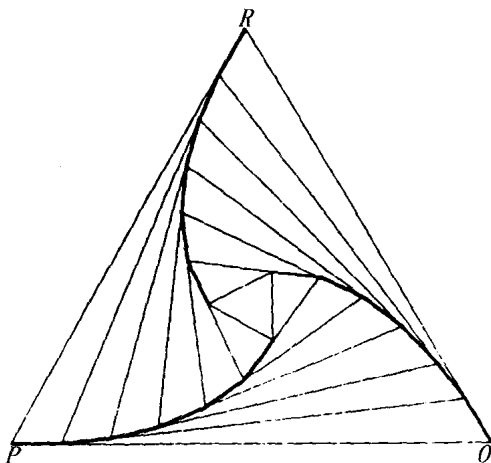


图 1