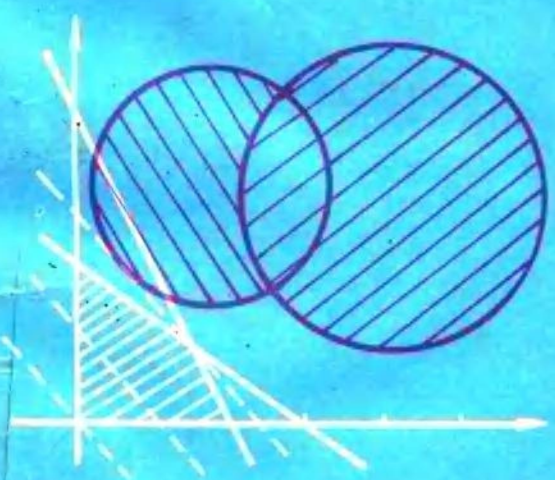
经济应用数学

（上）

周先铸　杨文兰　主编



中国商业出版社

经济应用数学

（上）

主　编　周先铸　杨文兰
副主编　马志猛　程来建
　　　　储根华　方荣珍

中国商业出版社

(京)新登字 073 号
责任编辑:金　贤
装帧设计:胡　卫

经济应用数学(上、下册)
周先铸
杨文兰　主编
*
中国商业出版社出版发行
(100053　北京广安门内报国寺 1 号)
新华书店总店科技发行所经销
蚌埠中发书刊发行有限公司激光照排
安徽省蚌埠市红旗印刷厂印刷
*
850×1168 毫米　1/32　印张:22　字数:552 千字
1993 年 12 月第 1 版　1996 年 1 月第 2 次印刷
印数:5000—10000 册　定价:19.50 元(上、下册)
ISBN 7—5044—2238—X/G・235

前　言

为了适应社会主义市场经济发展的需要，根据93年全国中专财经类教学大纲研讨会的精神，我们编写了经济应用数学上、下册，以便逐步适应修改大纲的要求。全书删去了“一元一次不等式组”、“二次函数”等部分内容，把“三角函数”的有关内容精减、压缩成二章，还合并“直线”、“二次曲线”为第八章平面解析几何初步，同时在第二章函数里增加了“对数”。

全书共十八章，其中第七章立体几何简介，第十五章投入产出简介，第十六章线性规划初步和第十八章数理统计初步为选学内容，可根据不同专业和教学时间的要求，确定选学部分。

本书由周先铸、杨文兰主编，马志猛、程来建、储根华、方荣珍副主编。参加编写的有沈大华（第一章，第二章1、2两节），方荣珍（第二章3、4、5三节），陈春华（第三、四、十五章），杨建平（第五章），杨庆木（第六章），周先铸（第七章，第十七章1、2、3三节，第十八章），马志猛（第八章），黄传虎（第九章，第十三章），储根华（第十、十一章），程来建（第十二章），康震华（第十四章），杨文兰（第十六章，第十七章4—9节）。最后，由周先铸、杨文兰、陈春华主审和定稿。

本书系国内贸易部教育司推荐教材。在本书编写过程中得到了国内贸易部教育司、参编人所在学校、华夏会计审计丛书编委会、安徽人民出版社和中国开发报社安徽分社蚌埠书刊发行站的大力支持，在此一并致谢。

由于编者水平有限，时间仓促，错误和疏漏实难避免，敬请读者批评指正。

编者

1994年6月

目　录

第一章　集　合

集合是近代数学中最基本的内容之一，并且与数学的各个分支有着密切联系，因此学习和掌握集合的基本理论有着重要的意义．本章将介绍关于集合的意义，集合的表示法和简单的运算．

§1—1　集合的概念

一、集合的意义

下面考察几组对象：

(1)1，3，5，7，9；

(2) 与一个定点的距离等于定长的所有的点；

(3) 所有的等腰三角形；

(4)$2x^2$，　$3x+2$，　$5y^3-3x$，　x^2+2y^2；

(5) 某地区所有的百货商店．

它们分别是由一些数、一些点、一些图形、一些整式、一些事物组成的．我们说，每一组对象的全体形成一个**集合**(有时也简称**集**)．集合里的各个对象叫做这个集合的元素。例如，(1) 是由数 1，3，5，7，9 组成的集合，每一个数都是这个集合的元素；(5) 是由某地区所有的百货商店组成的集合，这个地区内任何一个百货商店都是这个集合的元素．

含有有限个元素的集合叫做**有限集**，上面(1)、(4)、(5) 这三个集合都是有限集；含有无限个元素的集合叫做**无限集**，上面(2)、(3) 这两个集合都是无限集。

集合通常用大写的拉丁字母 A，B，C，… 表示，集合的元素用小写的拉丁字母 a、b、c… 表示．如果 a 是集合 A 的元素，就说 a 属

于集合 A，记作 $a \in A$；如果 a 不是集合 A 的元素，就说 a 不属于 A，记作 $a \notin A$（或 $a \bar{\in} A$）。例如，设 B 为不大于 9 的正奇数集，则

$$5 \in B, \quad 2 \notin B$$

全体自然数的集合通常简称**自然数集**，记作 N；

全体整数的集合通常简称**整数集**，记作 Z；

全体有理数集合通常简称**有理数集**，记作 Q；

全体实数的集合通常简称**实数集**，记作 R.

为了方便起见，有时我们还用 Q^+ 表示正有理数集，用 R^- 表示负实数集，等等.

对于一个给定的集合，集合中的元素是确定的. 这就是说，任何一个对象或者是这个给定集合的元素，或者不是它的元素. 例如，对于所有的等腰三角形组成的集合，内角分别为 45°，45°，90° 的三角形，是这个集合的元素，而内角分别为 50°，60°，70° 的三角形，就不是这个集合的元素.

对于一个给定的集合，集合中的元素是互异的. 这就是说，集合中的任何两个元素都是不同的对象，相同的对象在任何一个集合中只能算作这个集合的一个元素. 所以，集合中的元素是没有重复现象的.

二、集合的表示法

集合的表示方法有列举法和描述法

1. 列举法

把集合中的元素一一列举出来，写在大括号内表示集合的方法，叫做**列举法**.

例如，由数 1，3，5，7，9 组成的集合，可以表示为

$$\{1,3,5,7,9\}.$$

又如，由整式 $2x^2$，$3x+2$，$5y^2-3x$，x^2+2y^2 组成的集合，可以表示为 $\{2x^2,\ 3x+2,\ 5y^2-3x,\ x^2+2y^2\}$

用列举法表示集合的时候，不需考虑元素间的顺序. 例如由四

个元素 $-5,9,3,5$ 组成的集合，可以表示为 $\{-5,3,9,5\}$，也可以表示为 $\{9,3,-5,5\}$，等等.

应该注意，a 与 $\{a\}$ 是不同的，$\{a\}$ 表示一个集合，这个集合只有一个元素 a.

例1 某水果店进了两批货，第一批有苹果、梨、桔子、香蕉和菠萝，第二批有西瓜、苹果、葡萄、枇杷和香蕉，试用列举法分别写出水果店两批进货品种所组成的集合。

解 设第一、二批进货品种分别组成的集合为 A_1、A_2，则

$A_1=$ {苹果，梨，桔子，香蕉，菠萝}，

$A_2=$ {西瓜，苹果，葡萄，枇杷，香蕉}.

2. 描述法

把集合中元素的共有属性描述出来，写在大括号内表示集合的方法，叫描述法. 我们可以在大括号内先写出这个集合的元素的一般形式，然后划一条竖线，在竖线右边写上这个集合的元素的共有属性.

例如，由不等式 $3x-7>2$ 的所有的解组成的集合（即 $3x-7>2$ 的解集），可以表示为 $\{x \mid 3x-7>2\}$；

又如，直角坐标平面内，所有位于反比例函数 $y=\dfrac{1}{x}$ 的图象上的点 (x,y) 组成的集合可以表示为

$$\{(x,y) \mid y=\frac{1}{x},\quad x\neq 0\}$$

在不引起混淆的情况下，有时集合用描述法表示时，也可以省去竖线及其左边的部分，例如，由所有等腰三角形组成的集合，可以表示为

{等腰三角形}；

由所有的小于 10 的正整数组成的集合，可以表示为

{小于 10 的正整数}.

列举法与描述法各有优点，究竟用哪种方法，要视具体问题而定. 有些集合，随便选用哪种表示方法都可以；有些集合，则只能用

其中的一种方法. 例如，集合$\{x \mid -1 < x < 2\}$不能用列举法来表示，而集合$\{-3,0,2\}$不宜用描述法来表示.

三、集合与集合的关系

1. 集合的包含关系

我们知道，任何一个自然数都是一个整数，那么，自然数集N中的任一个元素都是整数集Z的一个元素，同样，自然数N中的任何一个元素也都是有理数集Q的一个元素.

对于集合A和B，如果集合A的任何一个元素都是集合B的元素，那么集合A叫做集合B的**子集**，记作

$$A \subseteq B \quad (\text{或} B \supseteq A) \qquad (1\text{—}1)$$

读作"A包含于B"(或B包含A"). 例如：

$$N \subseteq Z, \quad N \subseteq Q, \quad R \supseteq Z, \quad R \supseteq Q$$

如果A不是B的子集时，这时可以记作

$$A \nsubseteq B \qquad (B \nsupseteq A), \qquad (1\text{—}2)$$

读作"A不包含于B"(或"B不包含A").

由定义可知任何一个集合A，都是它本身的子集。

$$A \subseteq A. \qquad (1\text{—}3)$$

我们把不含任何元素的集合叫做**空集**，记作$\varnothing$. 例如：

$\{x \mid 2x+1=2x+3\}=\varnothing$,

$\{$小于零的正整数$\}=\varnothing$,

$\{$两边之差大于第三边的三角形$\}=\varnothing$.

我们规定**空集是任何集合的子集**. 因此对于任何集合A，有

$$\varnothing \subseteq A. \qquad (1\text{—}4)$$

如果A是B的子集，并且B中至少有一个元素不属于A，那么集合A叫做集合B的**真子集**，记作

$$A \subset B \quad (\text{或} B \supset A). \qquad (1\text{—}5)$$

当A不是B的真子集时，我们可以记作

$$A \not\subset B \quad (\text{或} B \not\supset A). \qquad (1\text{—}6)$$

例如，有理数集 Q 是 Q 的子集，但不是 Q 的真子集，所以 $Q \subseteq Q$，但 $Q \not\subset Q$，Q 是实数集 R 的子集，也是 R 的真子集，所以 $Q \subset R$.

集合 A 是集合 B 的真子集，它们之间的关系，可以用图 1—1 说明，其中 A、B 两个圆的内部分别表示集合 A、B.

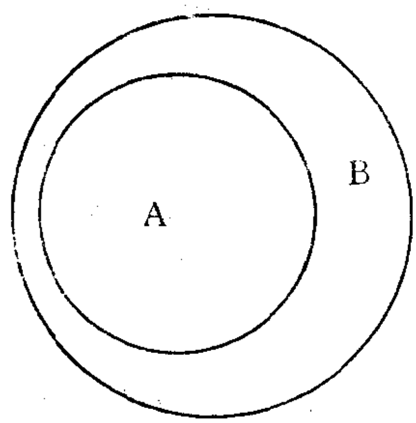


图 1—1

显然，空集是任何非空集合的真子集.

例 2 写出集合 $\{4,6\}$ 的所有子集

解 集合 $\{4,6\}$ 的所有子集是中 $\varnothing$，$\{4\}$，$\{6\}$，$\{4,6\}$，其中 $\varnothing$，$\{4\}$，$\{6\}$ 是真子集.

2. 集合的相等关系

对于两个集合 A 与 B，如果 $A \subseteq B$，同时 $B \subseteq A$ 则称这两个集合相等，记作

$$A = B \tag{1—7}$$

读作"A 等于 B".

例 3 设 $A = \{x \mid x^2 + 7x + 12 = 0\}$，

$B = \{-3, -4\}$.

求证：$A = B$.

证明 解方程

$$x^2 + 7x + 12 = 0$$

得方程的所有解是 $x_1 = -3, x_2 = -4$，因此

$A = \{-3, -4\}$，而 $B = \{-3, -4\}$，则

$$A = B$$

例 4 写出不等式 $x - 3 > 2$ 的解集并进行化简(即化成直接表明未知数本身的取值范围的解集).

解 不等式 $3x - 7 > 2$ 的解集是

$$\{x \mid 3x - 7 > 2\} = \{x \mid x > 3\}.$$

习题　1—1

1.(口答)下面集合里的元素是什么?

(1)　{大于 3 小于 11 的偶数};

(2)　{平方后等于 1 的数};

(3)　{平方后仍等于原数的数};

(4)　{比 2 大 3 的数};

(5)　{一年中有 31 天的月份}.

2.用适当的方法表示以下集合:

(1)　所有偶数的集合;

(2)　所有正奇数的集合;

(3)　所有大于 10 小于 24 的实数集合;

(4)　所有周长为 $30cm$ 的三角形的集合.

3.以下语句是否组成集合?

(1)　某校学生的全体;

(2)　漂亮鞋子的全体;

(3)　高个子的全体;

(4)　某省现有高等学校的全体.

4.试判定下列命题是否成立:

(1)　空集 $\varnothing$ 就是$\{0\}$;

(2)　$0 \in \varnothing$;

(3)　$\sqrt{3} \in \{x \mid 3x^2 - 9 = 0\}$;

(4)　$3 \in \{x \mid \dfrac{(x-3)^2}{x-3} = 0\}$.

5.用符号 $\in$ 或 $\notin$ 填空:

(1)　2 ____ N,　O ____ N,　-5 ____ N,　$\sqrt{2}$ ____ N;

(2)　0.7 ____ Z,　O ____ Z,　-2 ____ Z,　$\sqrt{3}$ ____ Z;

(3)　0.6 ____ Q,　O ____ Q,　$-\pi$ ____ Q,　$\sqrt{3}$ ____ Q;

(4) 0.6 ____ R， O ____ R， $-\pi$ ____ R， $\sqrt{3}$ ____ R；

(5) 0.6 ____ R， O ____ R^+，$-\pi$ ____ R^-，$\sqrt{3}$ ____ R^+.

6.指出下列集合哪些是空集，哪些是有限集合，哪些是无限集合.

(1) $\{x|x+2=2\}$；

(2) $\{x|x^2=9, x\in R\}$；

(3) $\{x|-2x+6<9\}$；

(4) $\{(x,y)|x\in R, y\in R\}$；

(5) $\{(x,y)|0\leqslant x\leqslant 2, 0\leqslant y\leqslant 2\}$；

(6) $\{x|x^2+4=0, x\in R\}$；

(7) $\{x|x^2-3x+2=0\}$；

(8) {小于120的所有正整数的平方数}.

7.用适当的符号（$\in$，$\notin$，$=$，$\supset$，$\subset$）填空：

(1) a ____ $\{a\}$； (2) a ____ $\{a,b,c\}$；

(3) d ____ $\{a,b,c\}$； (4) $\{a\}$ ____ $\{a,b,c\}$；

(5) $\{a,b\}$ ____ $\{b,a\}$； (6) $\{3,5\}$ ____ $\{1,3,5,7\}$；

(7) $\{2,4,6,8\}$ ____ $\{2,8\}$；(8) $\varnothing$ ____ $\{1,2,3\}$.

8.判断下列各式是否正确，并说明理由：

(1) $3\subset\{x|x\leqslant 40\}$；

(2) $3\in\{x|x\leqslant 40\}$；

(3) $\{3\}\subset\{x|x\leqslant 40\}$；

(4) $\varnothing\in\{x|x\leqslant 40\}$；

(5) $\varnothing\notin\{x|x\leqslant 40\}$；

(6) $\varnothing\subset\{x|x\leqslant 40\}$；

(7) $\{4,5,6,7\}\not\subset\{2,3,5,7,11\}$；

(8) $\{4,5,6,7\}\not\supset\{2,3,5,7,11\}$.

9.设P表示平面内的点，属于下列集合的点组成什么图形？

(1) $\{P|PA=PB\}$（A，B是定点）；

(2) $\{P|PO=3\text{里米}\}$（O是定点）.

10. 满足条件$\{1,2\}\subsetneq X\subseteq\{1,2,3,4\}$的集合$X$有哪些?

§1—2　集合的运算

一、并集与交集

在§1—1中的例1中我们曾指出，某水果店第一批和第二批所进货物品种的集合分别为

$A_1=\{$苹果，梨子，桔子，香蕉，菠萝$\}$;

$A_2=\{$西瓜，苹果，葡萄，枇杷，香蕉$\}$.

现在把A_1中的元素与A_2中的元素合并在一起(其中每种元素只出现一次，不得重复，就可得到两次进货全部品种组成的集合:

$A_3=\{$苹果，梨，桔子，香蕉，菠萝，西瓜，葡萄，枇杷$\}$.

定义　由所有属于集合A或属于集合B的元素所组成的集合，叫做A,B的**并集**，记作$A\cup B$(可读作"A并B")，即

$$A\cup B=\{x|x\in A,\text{或}\ x\in B\}.\qquad(1-8)$$

因此，在上面的例子中有

$$A_3=A_1\cup A_2$$

图1—2中的阴影部分，表示集合A、B的并集$A\cup B$。

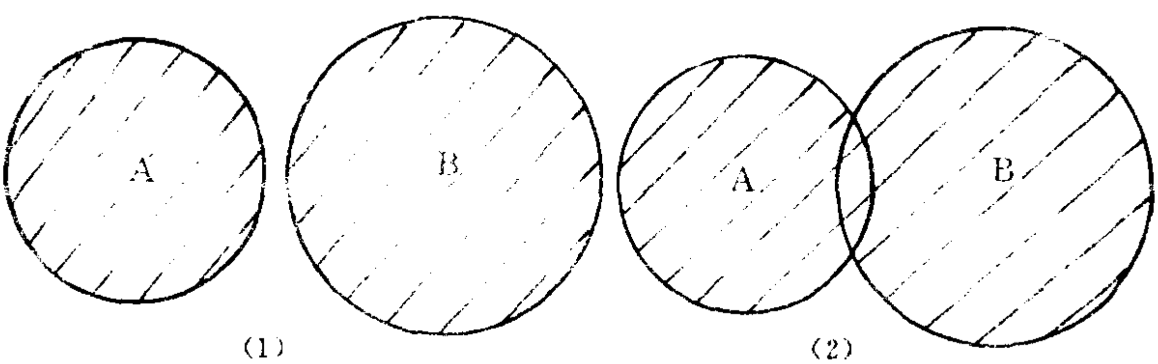


图1—2

由并集定义容易知道，对于任何集合A,B,有

$$A\cup A=A,\quad A\cup\varnothing=A,\qquad(1-9)$$

$$A \cup B = B \cup A.$$

例 1 设 $A = \{x | -1 < x < 3\}$，$B = \{x | 1 < x < 4\}$，求 $A \cup B$

解 $A \cup B = \{x | -1 < x < 3\} \cup \{x | 1 < x < 4\}$
$= \{x | -1 < x < 4\}$.

例 2 写出不等式 $x^2 + 3x - 4 \geqslant 0$ 的解集并进行化简.

解 不等式 $x^2 + 3x - 4 \geqslant 0$ 的解集是

$$\{x^2 + 3x - 4 \geqslant 0\} = \{x | x \leqslant -4\} \cup \{x | x \geqslant 1\}$$
$$= \{x | x \leqslant -4, \text{或 } x \geqslant 1\}.$$

例 3 设 $A = \{$有理数$\}$ $B = \{$无理数$\}$，求 $A \cup B$.

解 $A \cup B = \{$有理数$\} \cup \{$无理数$\} = \{$实数$\}$.

仍考虑 § 1—1 的例 1. 现在把 A_1 和 A_2 中的所有相同的元素选出来，就可得到两批进货相同品种所组成的集合

$$A_4 = \{\text{苹果，香蕉}\}.$$

对于这样集合，给出以下定义.

定义 由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素组成的集合，叫做 A, B 的**交集**，记作 $A \cap B$(可读作"A 交 B")，即

$$A \cap B = \{x | x \in A, \text{且 } x \in B\}. \quad (1—10)$$

图 1—3 中的阴影部分，表示集合 A, B 的交集 $A \cap B$.

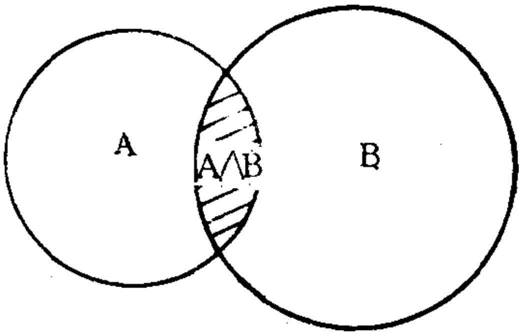


图 1—3

由交集定义容易推出，对任何集合 A, B，有：

$$A \cap A = A,\ A \cap \varnothing = \varnothing,$$
$$A \cap B = B \cap A \qquad (1-11)$$

例 4 设 $A = \{x | x > -3\}$，$B = \{x | x < 5\}$，求 $A \cap B$.

解 $A \cap B = \{x | x > -3\} \cap \{x | x < 5\}$
$= \{x | -3 < x < 5\}$.

例 5 设 $A = \{(x, y) | 4x + y = 11\}$

$B=\{(x,y)|2x+3y=13\}$，求 $A\cap B$.

解 $A\cap B=\{(x,y)|4x+y=11\}\cap\{(x,y)|2x+3y$

$=13\}$

$=\left\{(x,y)\middle|\begin{cases}4x+y=11\\2x+3y=13\end{cases}\right\}=\{(2,3)\}$

例 6 设$A=\{$某银行存款为 5000 元的储户$\}$

$B=\{$某银行定期存款的储户$\}$

求 $A\cap B$.

解 $A\cap B=\{$某银行存款为 5000 元的储户$\}\cap\{$某银行定期存款的储户$\}$

$=\{$某银行定期存款为 5000 元的储户$\}$.

例 7 设 $A=\{x|-5<x<-\frac{1}{3}\}$，$B=\{x|x\leqslant-5\}$，求 $A\cup B$，$A\cap B$.

解 $A\cup B=\{x|-5<x<-\frac{1}{3}\}\cup\{x|x\leqslant-5\}$

$=\{x|x<-\frac{1}{3}\}$

$A\cap B=\{x|-5<x<-\frac{1}{3}\}\cap\{x|x\leqslant-5\}=\varnothing$.

二、补集与差集

研究集合之间的关系时，在某些情况下，一个给定的集合含有我们所要研究的各个集合的全部元素. 我们把这个集合叫做**全集**，用 Ω 表示.

例如，在研究数集时，常常把实数 R 作为全集；在研究某校各类学生的组成时，“某校全体学生”的集合作为全集.

在图形中，全集 Ω 一般用一个矩形表示.

定义 已知全集 Ω，集合 $A\subseteq\Omega$，由 Ω 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫做集合 A 在集合 Ω 中的**补集**，记作 $\overline{A}$（可读作“A 补”），即

$$\overline{A} = \{x | x \in \Omega, 且\ x \notin A\}. \qquad (1-12)$$

图 1—4 中的长方形内表示全集 Ω，圆内表示集合 A，阴影部分表示集合 A 在 Ω 中的补集 $\overline{A}$.

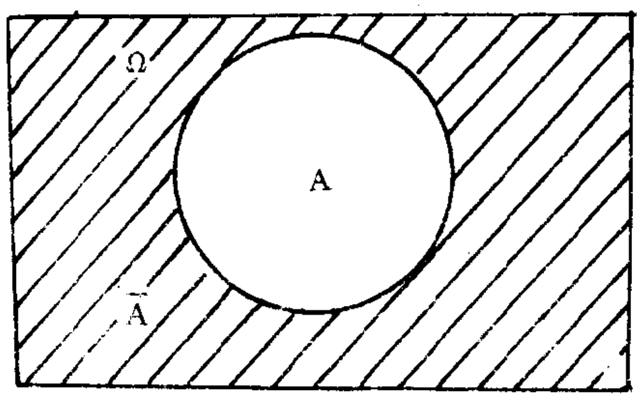


图 1—4

由补集定义容易知道，对于任何集合 A，有 $A \cup \overline{A} = \Omega$，$A \cap \overline{A} = \varnothing$，$\overline{\overline{A}} = A$，

其中 $\overline{\overline{A}}$ 表示 $\overline{A}$ 在 Ω 中的补集.

例 8 设 $\Omega = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

$A = \{3,4,5,6\}$

$B = \{4,7,8,9\}$

求 $\overline{A}$，$\overline{B}$，$\overline{A} \cap \overline{B}$，$\overline{A} \cup \overline{B}$

解 由已知可得

$$\overline{A} = \{1,2,7,8,9\}$$

$$\overline{B} = \{1,2,3,5,6\}$$

$$\overline{A} \cap \overline{B} = \{1,2\}$$

$$\overline{A} \cup \overline{B} = \{1,2,3,5,6,7,8,9\}$$

例 9 已知 $\Omega = R = \{实数\}$，$Q = \{有理数\}$，求 $\overline{Q}$.

解 $\overline{Q} = \{无理数\}$

例 10 已知 $\Omega = R = \{实数\}$，$A = \{x | x^2 + 5x + 4 < 0\}$，求 $\overline{A}$.

解 $\because A = \{x | x^2 + 5x + 4 < 0\} = \{x | -4 < x < -1\}$

$\therefore \overline{A} = \{x | x \leqslant -4\} \cup \{x | x \geqslant -1\}$

$= \{x | x \leqslant -4 或 x \geqslant -1\}$

再考虑 §1—1 的例 1. 现在把 A_1 中有而 A_2 中没有的元素找出来，就可得到第一批进了货而第二批没有进货的所有品种组成的集合.

$$A_5 = \{梨，桔子，菠萝\}$$