Quality Control Handbook

质量控制手册

下

上海科学技术文献出版社

质量控制手册

主　编：〔美〕J·M·朱兰
副主编：〔美〕小弗兰克 M·格里纳博士
　　　　〔美〕小 R·S·宾厄姆

《质量控制手册》编译组编

上海科学技术文献出版社

QUALITY CONTROL HANDBOOK
THIRD EDITION
J. M. JURAN, Editor-in-Chief
DR. FRANK M. GRYNA, JR., and
R. S. BINGHAM, JR., Associate Editor
McGRAW-HILL BOOK COMPANY

质量控制手册

(下　册)

《质量控制手册》编译组　编

*

上海科学技术文献出版社出版
(上海高安路六弄一号)
新华书店上海发行所发行
上海商务印刷厂印刷

*

开本 787×1092 1/16　印张 48.25　字数 1,211,000
1980年10月第1版　1980年10月第1次印刷
印数：1—65,000

书号：15192·103　定价：6.00元
《科技新书目》174-297

下 册 目 录

22

基本统计方法

小弗兰克M. 格里纳

统 计 工 具 箱

大多数为质量业务而作出的判定，都是以统计——数据资料的搜集、分析以及解释——为基础的。对于从事统计工作的人说来，所谓"统计"，可以理解为一套用来解决各种各样问题的工具箱。下面表 22-1 所示的这套统计工具箱中，列出了所要解决的各种问题，该用哪种统计工具，并注明其在本书中所在的页数，以便查考。

表 22-1　统计工具箱

问　　题	统　计　工　具	在本书中的页数
计划某一项统计研究	为解决某具体问题而进行的数据计划与分析工作	56
对数据进行整理概括	频数分布，直方图及各种统计指标	3～8
根据样组对未来的结果作出预测	概率分布	8～19
求出有关若干事件的概率	概率论的一些基本定理	19～20
预测产品不发生故障的性能(可靠性)	可靠性预测及分析	20～28
求：两套数据之间的差异的显著性或一套数据与标准数值之间的差异的显著性	假设检验	28～31
求：检验某一假设所需的样组大小	假设检验中求样组大小的方法	31～39
求：某一样组结果的效能，以便估计总体参数的真正数值	置信限	39～42
求：估算某一真正值时所需的样组大小	估算样组大小的方法	42～44
求：某一质量特征的公差限	统计公差限	44～46
求：配合尺寸的公差限	配合尺寸的公差限	46～50
结合过去的资料以对未来事件进行预测	贝斯(Bayes)定理	51～52
结合经济后果制定判定规则	统计判定理论	52～54
把数据进行变换以适合统计假定	数据的变换	55～56
根据早期对工序的变化所作的检测，控制工序质量： 1．采用度量值的数据 2．采用通得过-通不过的度量值的数据	 计量控制图 计数控制图	 见第 23 章 见第 23 章
根据以前规定的质量水平，评定检验批的质量： 1．根据通得过-通不过来度量质量 2．根据计量来度量质量 3．通过抽样检验以求出可靠性 4．散货产品	 计数抽样方案 计量抽样方案 可靠性抽样方案 散货抽样方案	 见第 24 章 见第 25 章 见第 25 章 见第 25 A 章
已知某一变数的情况，选用一个方程，以对另一变数进行估计，然后评定两个或两个以上变数之间的关系	回归分析	见第 26 章

（续表）

问　　题	统　计　工　具	在本书中的页数
试验设计与分析:		
1．让单独一个因子发生变化，而研究其作用影响	单因子试验	见第 27 章
2．让两个或两个以上因子发生变化而研究其作用、影响	双因子或多因子的试验设计	见第 27 章
3．研究实验室度量值上的变化性	实验室之间检验	见第 27 章
4．在生产过程的条件下进行试验，以求得变数的最优定位	调优运算	见第 27 A 章
5．求出影响一个响应变量的一组变量的最优值集合	响应面方法	见第 28 章

数据整理概括的方法

数据整理的实际方法，都强调简晰明了。有时候，一种方法就能对数据作出全面的有用的概括，而在其他情况中，则需要两种甚至三种方法，才能把数据完全清楚地加以概括出来。总的说来，主要方法有三种：频数分布，直方图，以及集中趋势和离差的量度。现分别列述于后：

频数分布　频数分布是一种把杂乱纷纭的数据，整理成一个能顺着其度量的尺度，清晰地显示出一套数据的集中趋势与离差的统计工具。

表 22-2 是测定 100 只线圈的电阻所得的“原始数据”。一个工作人员，如果粗看这 100 个数字，确实会感到有点不知所云，很难掌握其实际意义。

表 22-2　100 个线圈的电阻(欧姆)

3.37	3.34	3.38	3.32	3.33	3.28	3.34	3.31	3.33	3.34
3.29	3.36	3.30	3.31	3.33	3.34	3.34	3.36	3.39	3.34
3.35	3.36	3.30	3.32	3.33	3.35	3.35	3.34	3.32	3.38
3.32	3.37	3.34	3.38	3.36	3.37	3.36	3.31	3.33	3.30
3.35	3.33	3.38	3.37	3.44	3.31	3.36	3.32	3.29	3.35
3.38	3.39	3.34	3.32	3.30	3.39	3.36	3.40	3.32	3.33
3.29	3.41	3.27	3.36	3.41	3.37	3.36	3.37	3.33	3.36
3.31	3.33	3.35	3.34	3.35	3.34	3.31	3.36	3.37	3.35
3.40	3.35	3.37	3.35	3.35	3.36	3.38	3.35	3.31	3.34
3.35	3.36	3.39	3.31	3.31	3.30	3.35	3.33	3.35	3.31

表 22-3 是把这套数据，经过整理后，列成一个表。经过这么一番整理和排列之后，特别是在表中的“计数”栏中，就比较突出地把这套数据的集中趋势所在之处及离差的情况显示出来。“频数”栏只不过是把第 2 栏的计数明确地加起来然后记录其数。最后的那一栏“累计频数”，是表示等于或大于有关电阻数值的线圈数目。(原文如此，表 22-2 与表 22-3 数字不符——编者。)

表 22-3 中电阻的数值是从 3.44 到 3.27 欧姆，即共有 17 个区间，每一区间为 0.01 欧姆。如果我们需要把这些区间的数目减少，那就必须把数据合并成若干“组段”。表 22-4 便是把原来的数据组合成只有 6 个组段的频数分布，每个组段的幅度为 0.03 欧姆。把许多数据组合成

表 22-3　100 个线圈的电阻(列成表的形式)

<table>
<tr><th>电阻　(欧姆)</th><th>计　　数</th><th>频　　数</th><th>累计频数</th></tr>
<tr><td>3.45</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3.44</td><td>|</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>3.43</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3.42</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3.41</td><td>||</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>3.40</td><td>||</td><td>2</td><td>5</td></tr>
<tr><td>3.39</td><td>||||</td><td>4</td><td>9</td></tr>
<tr><td>3.38</td><td>||||| |</td><td>6</td><td>15</td></tr>
<tr><td>3.37</td><td>||||| |||</td><td>8</td><td>23</td></tr>
<tr><td>3.36</td><td>||||| ||||| |||</td><td>13</td><td>36</td></tr>
<tr><td>3.35</td><td>||||| ||||| ||||</td><td>14</td><td>50</td></tr>
<tr><td>3.34</td><td>||||| ||||| ||</td><td>12</td><td>62</td></tr>
<tr><td>3.33</td><td>||||| |||||</td><td>10</td><td>72</td></tr>
<tr><td>3.32</td><td>||||| ||||</td><td>9</td><td>81</td></tr>
<tr><td>3.31</td><td>||||| ||||</td><td>9</td><td>90</td></tr>
<tr><td>3.30</td><td>|||||</td><td>5</td><td>95</td></tr>
<tr><td>3.29</td><td>|||</td><td>3</td><td>98</td></tr>
<tr><td>3.28</td><td>|</td><td>1</td><td>99</td></tr>
<tr><td>3.27</td><td>|</td><td>1</td><td>100</td></tr>
<tr><td>合　　计</td><td></td><td>100</td><td></td></tr>
</table>

表 22-4　电阻数值的频数分布

电阻		频　　数	累计频数
组段界限	中　　点		
3.415～3.445	3.43	1	1
3.385～3.415	3.40	8	9
3.355～3.385	3.37	27	36
3.325～3.355	3.34	36	72
3.295～3.325	3.31	23	95
3.265～3.295	3.28	5	100
合　　计		100	

若干组段就能简化频数分布的图象，便于研究，但是却会失去某些细节。(然而，如果必要的话，仍可追查原始数据。)

编制频数分布的步骤如下：

1．决定组段的数目。数据该分多少组段，表 22-5 提供了一般的指导原则①。这套原则在一般的情况下大致都适用。当然，这些原则并不是硬性的规定，必要时可适当调整。

2．算出近似的组段区间 i。组段区间是等于最大的观察值减去最小的观察值，再除以组段数目。并将此结果四舍五入以取其合适的整数。

3．通过对各组段界限的排列就能建立起各个组段。为了以后计算的方便起见，应注意：

a．组段的界限，应比原数据多取小数点一位，且其末位数应取为 5。

① 这些指导原则的目的，不仅是要对数据提供一个清晰的概括，而且还要能反映出数据内在变化的形态。

表 22-5 频数分布的组段数目

观察值的数目	建议的组段数目
20～50	6
51～100	7
101～200	8
201～500	9
501～1,000	10
超过 1,000	11～20

b. 在整个频数分布中，所有各组段的区间都应该相等。

4. 把每一观察值记入与之相应的组段里，然后对每一组段记下总频数 f。

直方图 把频数分布用图形画出来的方法有若干种，而最流行的一种，就是直方图。图 22-1 即以表 22-4 中的电阻数据，画成直方图的形式。这种图的画法很简单，而且谁都能看得懂，因此它在初级的数据分析中应用得非常广泛。

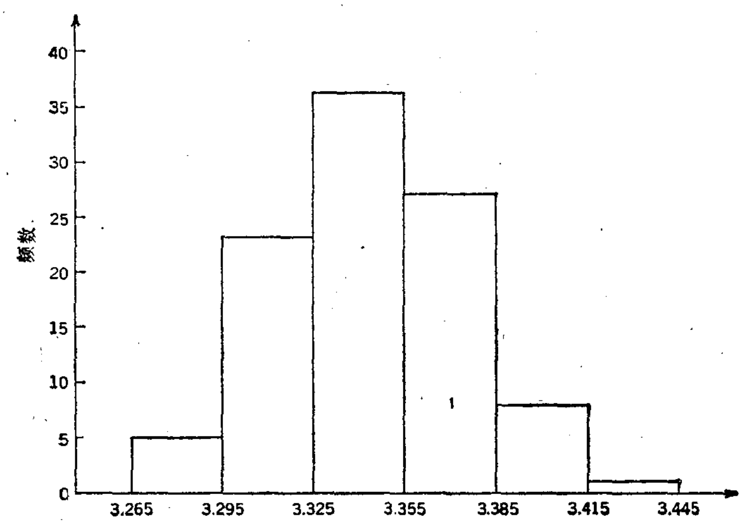


图 22-1 电阻的直方图

频数直方图的用途很广，也很有效。其中一个例子就是把它用来对工序的能力与公差限进行比较。图 22-2 的这个直方图，说明了这个工序本身是完全有能力符合公差的要求的。可是从图上又看出，这个工序所出的不合格品率很高，其主要原因是，这个工序是放在一个错误的定位上运行。由于这个定位并不把它的频数分布的集中趋势定在靠近公差范围的中心位置上，因而产生不合格品率很高。反之，那就正常了①。

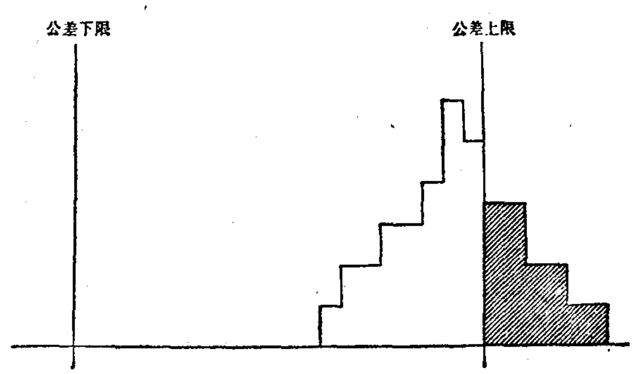


图 22-2 某一工序的直方图

凡是要从直方图的分析，得出超出样组数据范围以外的结论，那么所用的样组

① 其他的例子，见第 9 章“工序能力分析”一节。

数据，至少必须有 50 个以上的度量值才行。

集中趋势的量度 大多数的频数分布都呈现出一种"集中趋势"，即是说，频数分布的形态上所呈现出的大部分观察值，都集中地堆积在极大值和极小值之间的这一段范围里。这种集中趋势的量度，乃是所有统计分析里面的两个最基本的量度之一。

集中趋势有三种主要的量度：

1. *算术平均值*(即通常所说的"平均数")，用于对称的或近乎对称的分布上，或用于缺乏有一个明显突出的单高峰的分布上。

算出平均值 $\overline{X}$ 乃是质量工作中最常用的量度。因为它经常用于反映平均尺寸，平均产量，平均不合格品率等等，以致于控制图的设计，就是专门为了分析这种种平均值的变化并追踪其动态而作的。有了这种控制图，我们即能在这种中心值(或代表值)中出现显著的变化之时，尽早地得到警报(见第 23 章)。

算术平均值的计算方法，是把观察的结果加在一起，再除以观察的次数而得。另外还有一个计算算术平均数的简捷方法，将在后面"离差的量度"一节的例子中，再来介绍。

2. *中位数*(即把所有的数据按其大小排列起来，位于最中间的那个数值)，它是用于消除极大或极小数值的影响，或用于可以按等级排列，但要进行量度则又很不经济的数据(例如色调、外观、气味等)，或用于特殊的检验场合。例如，假定我们要对 5 个零件的寿命进行测定，并采用其平均寿命来决定这种零件的寿命是否能适合规定的要求。那么，我们可以把测定的结果按数值的大小排列起来，其位于中间(即第三个)的那个零件的寿命，有时候就可以用来预测这全部 5 个零件的平均寿命。因此，从这项测定中作出决定，就要省事多了。

3. *众数*(即在全部数据中出现的次数最多的那个数值)，它是用于极度偏斜的分布，或是在分布中出现两个高峰的这种不规则的情况，或是用来消除极大值或极小值的影响。

以上这三种量度在统计上的"效能"确是各不相同。狄克逊(Dixon)和梅西(Massey)(参考文献 1，第九章)对此有详细的讨论。

离差的量度 数据总是散布在集中趋势区域的周围，而这种散布的程度，便称为离差，或称变差。离差的量度，是所有统计分析的两个最基本量度的另一种。

离差的量度有若干种。最简单的一种叫做极差(或差距)，即数据中极大值与极小值之差。由于极差只根据两个数值，所以当观察值的数目较少(约 10 次或 10 次以下)时，极差的用处最大。

变差的最重要的量度是*标准差*。标准差的定义是如下公式：

$$s=\sqrt{\frac{\sum(X-\overline{X})^2}{n-1}}$$

式中：s——样组的标准差

Σ——"总和"

X——观察的数值

$\overline{X}$——算术平均值

n——观察的数目

但在计算时，通常是采用下面一个同等的公式(是从上面的公式推导出来的)：

$$s=\sqrt{\frac{n\sum X^2-(\sum X)^2}{n(n-1)}}$$

标准差的平方称为方差①。

我们把数据整理成频数分布的形式之后，就可以运用下面的这一套简捷算法方式，很省事地把平均数及标准差一起都计算出来。此例见表 22-6。这种简捷算法的要点，是在一开始的时候，先任意假定一个原点 A。在本例中，我们取 $A=3.37$ 作为原点。

表 22-6　计算平均数及标准差

中　点 (1)	频 数 f (2)	d' (3)	fd' (4)	$f(d')^2$ (5)
3.43	1	+2	2	4
3.40	8	+1	8	8
3.37	27	0	0	0
3.34	36	−1	−36	36
3.31	23	−2	−46	92
3.28	5	−3	−15	45
	$\Sigma=100$		$\Sigma=-87$	$\Sigma=185$

选好了这个假定的原点之后，然后就在表中 d' 栏(第 3 栏)相对于 3.37 的这一行上，填上一个 0。d' 栏中的另外那些数字，是表示另外的各个组段。离 0 所在的这一组段(即 3.37)是相隔几个组段。如果某一组段的数值是小于这个假定平均数 3.37，那么在填写 d' 栏的数字时，就添上一个负号"−"。第 4 栏 fd' 的数值，乃是把第 2 栏与第 3 栏记入的数字相乘而得的积。同样地，第 5 栏 $f(d')^2$，就是第 3 栏与第 4 栏记入的数字相乘而得的积。然后再把第 4 栏及第 5 栏中的数字分别加起来，其总和就是公式中相应的 $\sum fd'$ 及 $\sum f(d')^2$，而 i 乃是组段区间。由于这种乘法很简单，足以用心算即可算出，整张表很快即能制成。最后将数值代入公式，运算如下：

$$\overline{X}=A+\left(\frac{\sum fd'}{n}\right)i=3.37+\left(\frac{-87}{100}\right)0.03=3.344$$

$$s=i\sqrt{\frac{n\sum f(d')^2-(\sum fd')^2}{n(n-1)}}$$

$$s=0.03\sqrt{\frac{100(185)-(-87)^2}{100(99)}}=0.031$$

如果样组较小，只含有 10 个或不到 10 个观察值，那么还可从样组的极差来求出标准差的近似值，其公式为：标准差(近似)$=\dfrac{R}{d_2}$，式中 d_2 是一个因子，可以从附录 II 表 A 中查得。例如，前面表 22-2 的第一栏中的那些数值，假定它是代表一个含有 10 个线圈的样组的观察值。那么我们就可以从这一栏中找出其最大值是 3.40，最小值是 3.29，于是其极差便是 $3.40-3.29$ 或 0.11。再从附录 II 表 A 查得，$d_2=3.078$，于是其标准差就是 $0.11/3.078=0.036$，这样就比直接代入前面的那一套公式求出标准差，要简便得多了。在本章的其他各

① 还有一个指标，叫做协方差。假定我们对两种特征 X 与 Y 进行观察，然后把观察所得的数据一对一对配起来，协方差的意义，就是用来反映这一对一对数据之间的关系。协方差的定义是：

$$s_{XY}=\frac{\sum[(X-\overline{X})^2(Y-\overline{Y})^2]}{n-1}$$

至于其应用的举例，见第 26 章，"例子——电子计算机的输出"一项。

节中将进一步列述极差的这种优点。狄克逊及梅西书中(参考文献1, 第136~140页), 关于极差的各种应用的方法和步骤,有详细的论述,并附表说明。

变差还有一个量度,称为变差系数。其定义为标准差除以算术平均值。从而可见,它是变差的一个相对量度。这个量度在对若干套相似的数据,即那种在平均值中各不相同但在相对变差中却具有某种共同点的数据,进行比较时有很大用处。

以上各段所述的各种整理概括数据的方法,都可以用计算机来进行[见拉森(Larson),参考文献2]。此外,有关质量控制的各种计算机程序的进一步论述,也可见第二十章表20-10及表20-11。

概 率 分 布

在研究概率分布之前,必须了解样组与总体两者之间的区别。样组是指从一个较大的来源中所抽取的一定数量的度量值,而总体就是这些度量值从其抽取而得的那个大的来源。

概率分布函数乃是一个数学公式,它是把某一特征的各个数值,与这些数值在总体中出现的概率,联系起来。图22-3总括了某些重要的概率分布类型及其函数。如果我们所度量的某个特征,能代表任何数值(当然是受到对工序度量的精密度的限制),那么它的概率分布就称为连续的概率分布。例如上面表22-3中电阻数据的概率分布,就是一个连续的概率分布,因为电阻是可以取任何数值。所受的限制只是测量仪器的精密度。根据实践的经验,我们知道大多数连续的特征,都不外乎某几种常见的概率分布之一:即"正态"分布,"指数分布"以及"维泊尔"("Weibull")分布。这几种类型的概率分布中,概率是与某一特征的各实际数值的出现次数相联系的。另外还有几种连续的概率分布(例如 t 分布、F 分布、及 X^2 分布),在数据的分析中也非常重要,然而对于预测实际数值出现的概率,则不起作用。

如果我们所度量的特征只能代表某些特定的数值(例如只能取整数0, 1, 2, 3……等等),那么其概率分布就称为不连续的概率分布。例如,我们取一个含有5件产品的样组,那么其中不合格品 r 的数目的分布,就是一个不连续的概率分布,因为 r 只能是0, 1, 2, 3, 4, 5这几个数值。最常见的不连续的概率分布的类型,有普哇松(Poisson)分布,二项分布,负二项分布,以及超几何分布等类型(见图22-3)。

下面各节将阐述我们是怎样运用一个样组的各个观察值的概率分布来推测那个更大的总体的概率分布的情况。

连续的概率分布

"正态"概率分布 有许多工程上的特征,都可以用下述的正常分布近似地表示之:

$$y=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}$$

式中: e——2.718

π——3.141

μ——总体的平均数

σ——总体的标准差

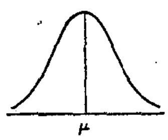
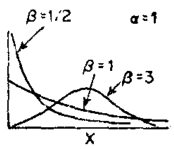
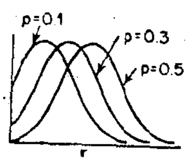
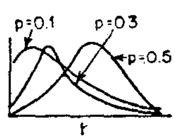
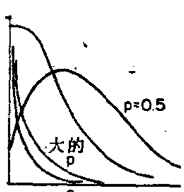
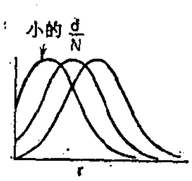
分布的类型	形　　态	概　率　函　数	应　用　的　范　围
正态分布		$y=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(X-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ μ=算术平均值 σ=标准差	适用于各观察值是集中在平均值的周围，而观察值出现在平均值之上及平均值之下的数目均等。各观察值中的变差，一般是由于很多细小的原因所造成的。
指数分布		$y=\frac{1}{\mu}e^{-\frac{X}{\mu}}$	适用于各观察值出现于平均值之下较之出现于平均值之上的为多。
维泊尔分布		$y=\alpha\beta(x-\gamma)^{\beta-1}e^{-\alpha(X-\gamma)^{\beta}}$ α=尺度参数 β=形状参数 γ=位置参数	适用于多种多样的变化的型态，凡偏离正态分布及指数分布的形态，都包括在内。
普哇松分布*		$y=\frac{(np)^r e^{-np}}{r!}$ n=试验次数 r=出现的次数 p=出现的概率	应用范围与二项分布同，但特别适用于某一事件有许许多多出现的机会，但在每次试验时，其出现的概率都很小(小于 0.10)。
二项分布*		$y=\frac{n!}{r!(n-r)!}p^rq^{n-r}$ n=试验的次数 r=出现的次数 p=出现的概率 $q=1-p$	适用于定义某一事件在 n 次试验中出现 r 次的概率，已知该事件在单独一次试验中出现的概率为 p。
负二项分布*		$y=\frac{(r+s-1)!}{(r-1)!(s!)}p^rq^s$ r=出现的次数 s=试验次数与出现次数之差 p=出现的概率 $q=1-p$	适用于定义某一事件需要进行全部 $r+s$ 次试验才能出现 r 次的概率，已知该事件在单独一次试验中出现的概率为 p (注意试验的总次数 $n=r+s$)。
超几何分布*		$y=\frac{\binom{d}{r}\binom{N-d}{n-r}}{\binom{N}{n}}$	适用于定义某一事件在 n 次试验中出现 r 次的概率，已知在总体数目为 N 中该事件出现的总数为 d。

图 22-3　常见的概率分布一览表

图中的"*"号，表示是不连续的概率分布，但为便于和连续的概率分布进行比较起见，所以都画成连续的曲线。

用一张正态分布表就能解题，但须注意到，如果要想对总体①的情况进行推测的话，则需要与正态分布有关的两个估计数，即平均数 μ 及标准差 σ 的估计数。正态概率分布曲线，是与频数分布及其直方图有密切关系的。样组越是增大，每个组段的宽度越是缩小，那么所画出来的直方图就越是接近于一条平滑的曲线。如果我们能把整个总体②都进行度量，且如果其分布是属于正态的类型的话，那么画出来的分布曲线就是图 22-3 里的那个形状。由此可见，我们从样组数据的直方图的形状，便可据以推知整个总体的概率分布大致的情况。如果样组数据的直方图是象③图 22-3 里的那个"悬钟"的形状，那么我们就可据以假定整个总体的概率分布，也是属于正态的类型。哈恩(Hahn)的论文(参考文献 3)对于在实践中如何作出正态分布的假定的问题，有详尽的讨论。

运用正态概率分布进行预测 在进行预测时，只需要两个参数的估计数以及一张正态分布表。这两个参数的估计数是：

μ 的估计数 $=\overline{X}$, σ 的估计数 $=s$

这里面样组平均数 $\overline{X}$ 及样组标准差 s 的计算方法，前面已讲过了。

举个例子，某生产者根据过去的经验，知道他所生产的特种灯泡的寿命是属于正态分布的类型。现在他取 50 个灯泡作为样组来进行试验，所得的结果是平均寿命为 60 天，标准差为 20 天。问：在这种灯泡的总体中，有多少灯泡在 100 天寿命之后仍能有效？

现在的问题便是要算出，正态分布曲线下(图 22-4) 100 天以上的那一部分所占的面积是多少。一条分布曲线下在两个已知界限之间所占的面积，乃是表示某一事件发生的概率。因此在本题中，100 天以上的那一部分所占的面积，就是表示一个灯泡的寿命能维持到超出 100 天的概率。要想求出这部分的面积，就必须求出某一特定值与分布曲线的平均值之差，用标准差为单位表示之 K 值：即

$$K=\frac{X-\mu}{\sigma}$$

在本题中，$K=(100-60)\div 20=\pm 2.0$。再查附录 II 表 B，当 $K=2.0$ 时，其概率为 0.9773。那么在本题里，这就是说，一个灯泡能维持到 100 天或少于 100 天的寿命的概率是 0.9773。正

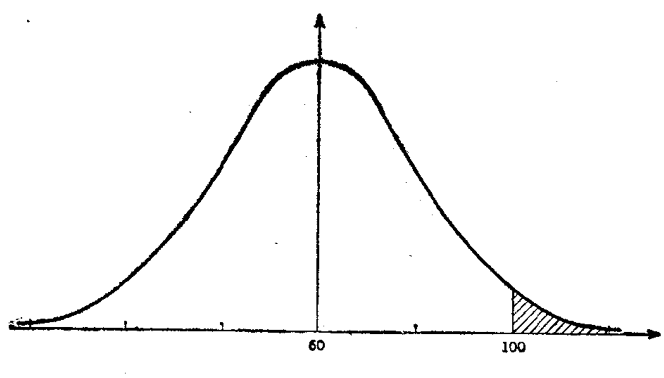


图 22-4 灯泡寿命的分布

① 除非另有说明，本手册中希腊字母都是代表总体的数值，罗马字母都是代表样组的数值。

② 在实践中，我们通常都是把总体看作为无穷大的，例如，一个工序只要一路生产下去，那么它的潜在产量就是没完没了的。

③ 样组的直方图，并不要求必须是完全正态的。上述正态的假定，仅仅是对总体而言的。在随机取样中，略为偏离正态乃是常见的事。

态曲线在平均值二边是对称的，其总面积是1.0000。因此，一个灯泡能维持到100天以上的寿命的概率是1.0000−0.9773=0.0227，亦即2.27%。也即是说，这种灯泡的总体中有2.27%在100天之后仍能有效。

根据同样的道理，如果工业生产上的某一质量特征的分布是正态的，且如果我们有办法求出总体平均值及标准差的估计数，那么我们就可以根据上述的方法，算出总产量之中，能落在工程规定的规格限之内的产品，共占百分之几，也就是说，有百分之几能合乎规格的要求。

图22-5是正态分布曲线下的几个具有代表性的面积①。比如说，总体中的68.26%是落在总体平均值加减一个总体标准差(即$\pm1\sigma$)的范围之内；有95.46%是落在总体平均值$\pm2\sigma$的范围之内；有99.73%是落在总体平均值$\pm3\sigma$的范围之内。然而，必须特别注意，在同样的二个已知界限之内，样组里所占的百分比和总体里所占的百分比，可能很不一致。这个区别非常重要，它构成了假设检验的基本原理(本章后面再详谈)。

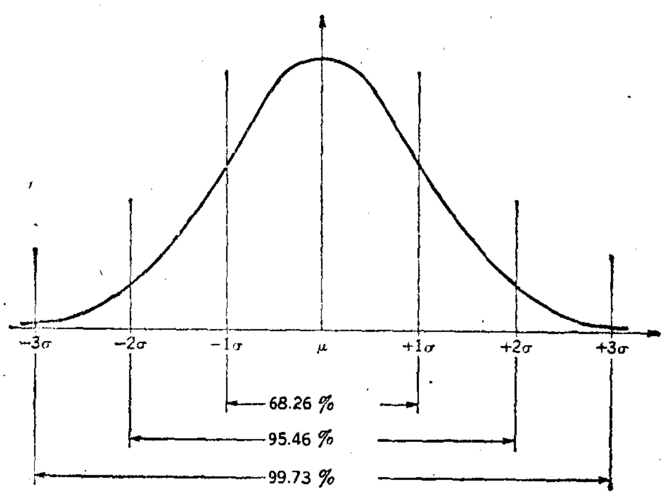


图22-5 正态曲线下的面积

以正态分布为根据来进行预测的另一方法，就是使用概率图纸。概率图纸的构造，其目的是要把某一种特殊分布类型的数据，画出来能成为一条直线；就是说，如果是从一个正态分布的总体中取样出来的数据，把它画在正态概率图纸上，近似于一条直线，(实际画出来的结果会在直线的上下略有偏离，这乃是由所用的数据是从总体中取样的数据的缘故)把数据画在概率图纸上的步骤如下：

1. 把各个观察值按各数值大小从小到大排列成秩，把最小值的秩取为$i=1$，最大值的秩取为$i=n$。

2. 对每一个数值，算出其累计频数。

3. 对每一个数值算出：

$$\frac{\text{累计频数}}{n+1}\times100$$

这就是我们把数据画到图上去时，所用的平均值秩概率的估计数(以百分数表示之)。

4. 把实际观察的数值，相对于其平均值秩概率估计数，画到概率图上去。

如果观察值是采用频数分布的形式，其方法步骤也是一样，除非不用观察的数值，那么把

① 这几个面积都可以从附录II表B中推算而得。

概率估计数相对于各组段的下限(或上限)画到图上去。这可用前面所说的电阻的数据来说明(见表 22-7)。

表 22-7　电阻的数据

组段的界限	频数	累计频数	$\frac{\text{累计频数}}{100+1}(100)$
3.415～3.445	1	1	0.99%
3.385～3.415	8	9	8.9
3.355～3.385	27	36	35.6
3.325～3.355	36	72	71.3
3.295～3.325	23	95	94.1
3.265～3.295	5	100	99.0
	100		

这样画出来的结果见图 22-6。图中的纵轴是各组段下限的数值(表 22-7 第一栏)，横轴是表 22-7 最后一栏的数字，但采用的是图中上面的(% 以上)尺度。图中的直线是凭视力画上去的，但看来拟合得相当好。这条直线表示总体中估计有百分之几是落在电阻的某一数限之内。于是前面所说的根据正态概率函数表所作的预测，现在从图中就可以直接看得出来。例如，总体中有 5% 的线圈，其电阻的数值约大于 3.39。又，总体中有 95% 的线圈，其电阻的数值约大于 3.29。(从而，95－5，即 90% 的线圈，其电阻的数值是在 3.29 与 3.39 之间。)

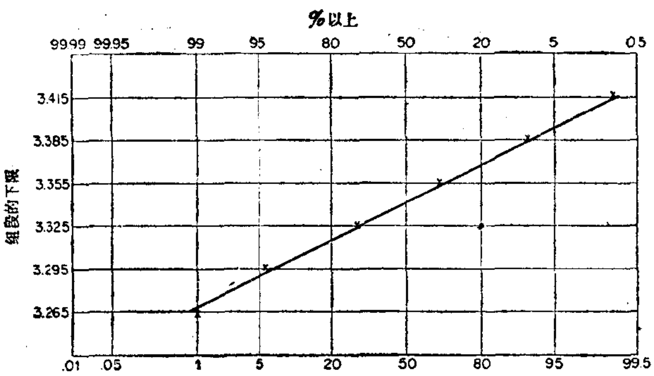


图 22-6　表 22-7 上数据的累计概率图

图 22-7 是一张“正态分布分析表”的格式①，它是把概率图与进一步的分析，如置信限及控制限等，都一起结合起来。

关于正态分布及其他重要分布的概率图，在实际工作中如何具体运用，金(King，参考文献 4)的书中有详细的具体论述。

指数概率分布　指数概率函数是

$$y=\frac{1}{\mu}e^{-X/\mu}$$

指数分布曲线的形状可见图 22-3。读者可看到正态分布与指数分布的形状是完全不一样的。我们如果查一下这两种概率函数的面积表，就知道在正态分布的总体里，平均值之上的占 50%，平均值之下的也占 50%。可是在指数分布的总体里，平均值之上的只占 36.8%，而平均值之下的则占 63.2%。这就说明，我们通常直觉地认为平均数总是落在 50% 的点上，这种看法乃是靠不住的。如果数据中有较大一部分是落在平均值的下面，那就告诫我们应该采用指数分布来进行处理。例如有些构件的载荷型态，就属于指数分布的类型，因为小的载荷一般总比大的载荷为数更多。在描述复合装置的故障时间的分布时，指数分布也是很有用的。

① 这种表最初是泰勒(E. F. Taylor)创用的。关于内容详情，可向美国通用电气公司医疗系统业务部询问索取。

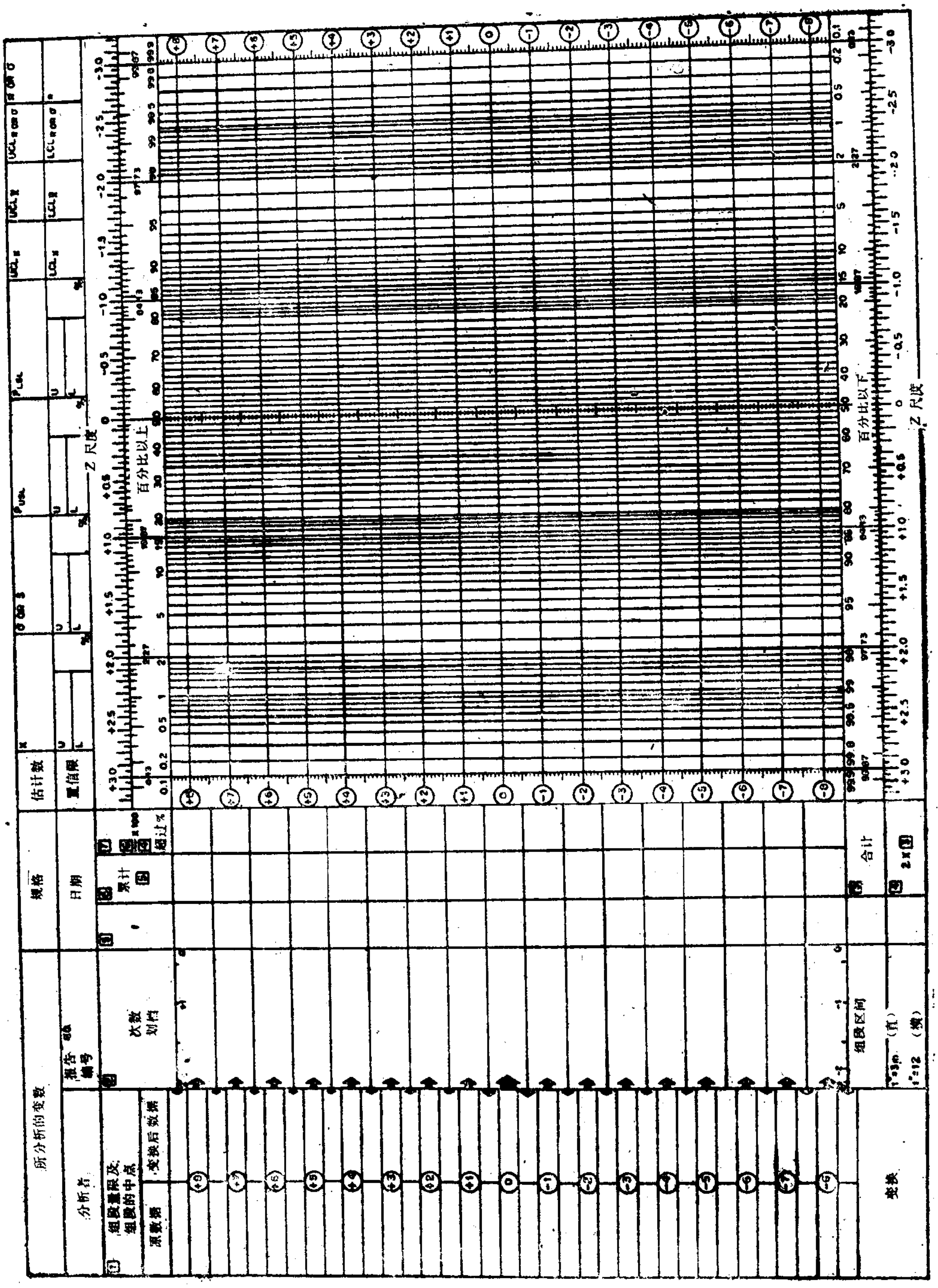


图 22-7 正态分布分析表的格式