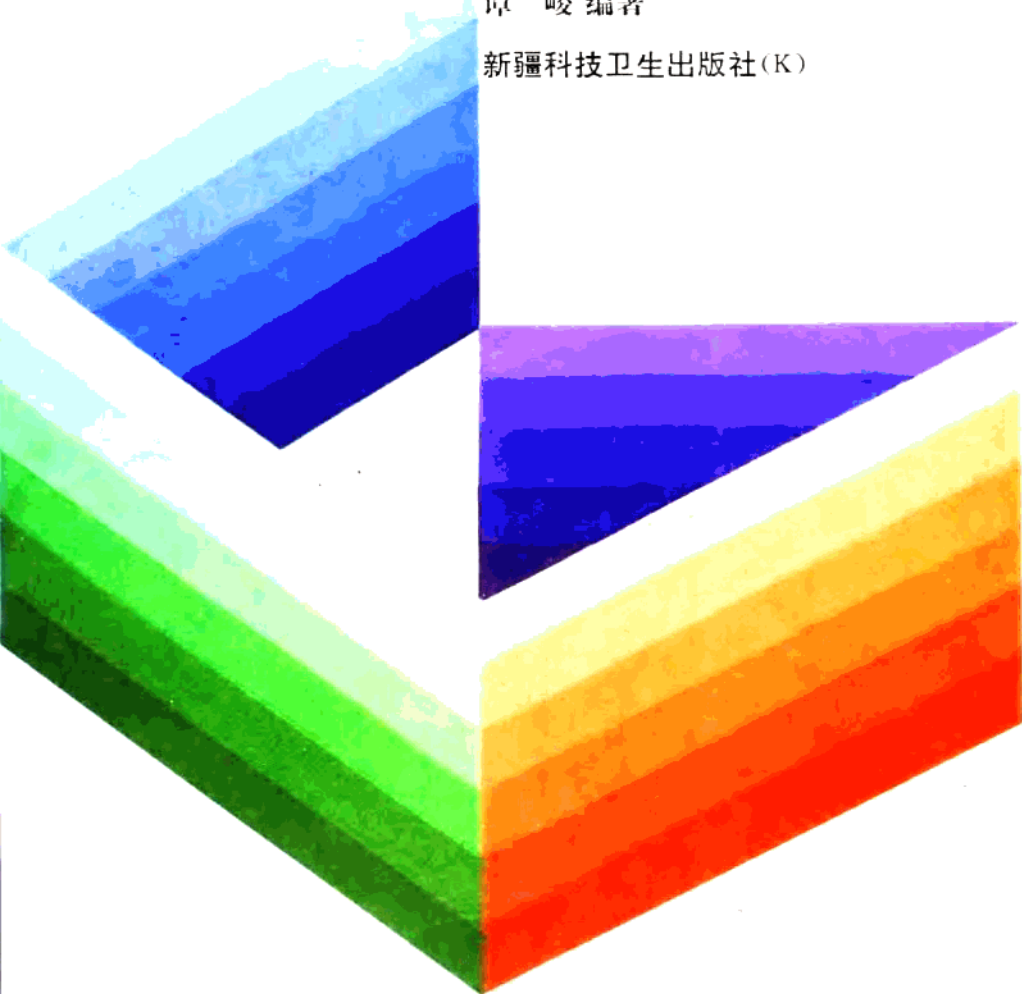


地籍测量

谭 峻 编著

新疆科技卫生出版社(K)



DIJICELIANG

前 言

地籍测量是专门研究建立土地信息档案的理论和技術方法的一門学科。目前,人多地少是我国的基本国情,强化土地的科学管理便成为当务之急。各级土地管理部门的建立为土地科学管理提供了组织条件,然而最重要的是需要地籍测量的成果——基本地籍图及其资料,才能实行对土地的科学管理。地籍测量工作在我国起步较晚,《中华人民共和国土地管理法》的颁布、《城镇地籍调查规程》的实施,使地籍测量工作的深入发展有了充分的保证和科学的规范。为了满足当前地籍测量工作的需要,作者编写了《地籍测量》一书,希望为广大地籍测量工作者,提供较完整的知识和技术资料。

本书收集了大量的地籍测量工作的信息,并将教学工作与实践经验的资料综合归纳起来,以实用为目的,重点阐述地籍测量的作业原理、技术要求和精度分析。本书内容丰富、知识新颖、涉及面广,既可作为学校的教材,又是地籍管理部门工作的参考书。

在本书的编写过程中,林增杰教授、严星副教授给予了大力支持与帮助,得到了中国人民大学土地管理系全体同行的关切,在此表示感谢。

书中难免有不足之处,诚望同行提出批评指正。

中国人民大学土地管理系

谭 峻

目 录

绪 论	(1)
第一章 基本知识	(3)
§ 1 地籍测量概论	(3)
§ 2 地球的形状与大小	(5)
§ 3 地籍测量坐标系统与地图投影	(7)
§ 4 地图的基本知识	(17)
§ 5 直线方向的确定	(22)
§ 6 坐标计算与方位角推算	(25)
§ 7 望远镜与水准器	(28)
第二章 平面控制测量	(33)
§ 1 地籍测量平面控制方法	(33)
§ 2 角度测量	(36)
§ 3 距离测量	(54)
§ 4 导线测量	(72)
§ 5 交会法定点	(80)
§ 6 极坐标法	(88)
§ 7 小三角测量	(90)
第三章 高程控制测量	(95)
§ 1 地籍测量高程控制方法	(95)
§ 2 水准测量	(96)
§ 3 三角高程测量	(107)
第四章 地籍细部测量	(109)
§ 1 地籍调查	(109)
§ 2 地籍细部测量概述	(113)
§ 3 细部测量方法	(121)
§ 4 地籍图的制作过程	(131)
§ 5 地籍图的应用	(135)
§ 6 机助地籍测量	(137)
§ 7 点位测设	(141)
第五章 面积计算与土地分割	(144)

§ 1	直接测算面积	(144)
§ 2	图上面积量算	(147)
§ 3	土地分割	(150)
第六章	观测数据分析基础	(162)
§ 1	测量误差	(162)
§ 2	观测数据的概率模型	(163)
§ 3	观测数据的精度指标	(168)
§ 4	误差传播定律	(169)
§ 5	同精度观测值平差	(171)
§ 6	最小二乘法平差原理	(172)
§ 7	最小二乘间接平差	(176)
§ 8	最小二乘条件平差	(179)
第七章	地籍测量精度估算	(183)
§ 1	距离丈量的精度	(183)
§ 2	普通视距测量精度	(184)
§ 3	红外测距精度	(185)
§ 4	角度测量精度	(186)
§ 5	水准测量精度	(188)
§ 6	三角高程测量的精度	(189)
§ 7	点位精度估算	(190)
§ 8	面积计算精度	(193)
第八章	数字求积仪	(198)
§ 1	数字求积仪工作原理	(198)
§ 2	数字求积仪量算面积精度	(202)
§ 3	KP—90N 脉冲式数字求积仪的使用	(205)
§ 4	X—PLAN360i 坐标式数字求积仪的使用	(211)
§ 5	KP—N 系列数字求积仪维修	(229)
第九章	TJ 测量系统	(235)
§ 1	系统简介	(235)
§ 2	CE—515P(C)绘图机简介	(240)
§ 3	TJ 测量系统操作说明	(243)
§ 4	TJ 测量系统程序	(276)
思考与练习		(296)
附 录	地籍测量常用资料	(302)

绪 论

测量在我国运用可追溯到上古史时代。在公元前 21 世纪,就有夏禹奉舜之命在黄河治理水患的传说;《史记·夏本记》中有“左准绳、右规矩”的记载,这是对当时测量工作的描述;公元前 11 世纪,为建造洛阳城址,曾绘制洛邑一带的地图;公元前 7 世纪前后,管仲著《管子》一书中收集了早期的 20 余幅地图;公元前 4 世纪,中国已有铜版建筑工程平面图,人们并用磁石制成了最早的定向工具——司南;公元前 2 世纪,西汉初期出现了《地形图》、《驻军图》及《城邑图》,这是我国至今发现的最早的完整地图;公元前 100 年左右,东汉的张衡发明了漏水转浑天仪,将天象正确地表示出来,后又制成候风地动仪,这是世界上最早的地震仪器;魏晋时期刘徽著有《海岛算经》,记述了求海岛高度和距离的各种测量方法;西晋初年,裴秀编绘《禹贡地域图》和《地形方丈图》,提出了“制图六体”学说,为最早的制图理论;公元 724 年,唐朝僧一行、南宫说等人,在河南由滑县经扶沟到上蔡首次进行了长达 300 多公里的地球子午弧长测量,并用日圭测太阳之阴影确定纬度,这是世界上首次应用弧长测量方法测定地球形状和大小;北宋沈括编绘的《天下州县图》,是当时最好的全国地图;元朝的郭守敬创制了不少天文仪器,用以测定天体的高度和方位角,1276 年,在他的倡导并主持下,进行了大规模的天文测量。1405 年至 1433 年间,郑和七下西洋,绘制了我国第一部《航海图》;明朝末年的徐霞客对我国地貌进行了数 10 年的考察,著有《徐霞客游记》,是我国最早的一部地理考察图书;1684 年,清朝开展了全国测图工作,测绘范围超过 1 千万平方公里,历时 35 年,完成了《皇舆全览图》;20 世纪初,清成立陆军测量局及京师陆军测绘学堂,后改为中央陆军测量学校;1912 年,中华民国政府本部设陆地测量总局,1933 年在上海同济大学设置测量系。

50 年代以后,我国的测绘科学技术得到新的发展,测绘队伍日益壮大,人员素质不断提高,取得了很多的测量成果,建成了全国大地控制网和高程控制网。在此基础上完成了本土绝大部分区域的不同比例尺地形图测绘。在仪器制造方面,能生产常规的测量仪器,如经纬仪、水准仪、航测仪器等,有些产品可与世界上名厂家的仪器媲美,除此之外,还在不断研究新型测绘仪器,如光电测距仪、自动安平水准仪、解析测图仪等,并取得了可喜的成绩。随着改革开放,我国的测绘事业将更加兴旺发达。

世界其它国家的测绘科学主要是从 17 世纪初资产阶级革命兴起,生产力得到发展后得以逐步发展起来的。1608 年,荷兰的眼镜匠汉斯发明望远镜,并用于观测天体,这是测绘史上的一次大变革;1617 年,斯纳尔首次进行了三角测量;1667 年,法国首次在全圆分度器上安置望远镜测角,使测量结果精度提高;1675 年,世界著名的英国格林威治天文台建立;1687 年牛顿在《自然哲学的数学原理》一书中发表了“万有引力定律”,书中得出了地球是椭球体的论断,1735 年至 1737 年,法国巴黎科学院派出两个测量队,一队赴高纬度的芬兰与瑞典交界的拉普兰地区,另一队到赤道附近厄瓜多尔的基多地区,测定每度的子午线弧长,前者得出 111918

米,后者得出 110604 米,证明了牛顿学说的正确性;1770 年法国拉格朗日提出概率计算,进行测量误差的研究;1794 年德国高斯提出最小二乘法原理,后来他又提出了平均海水面的概念和横椭圆柱投影学说,这些理论经人们深化改进后在测绘科学领域广泛应用;1846 年,德国卡尔·蔡司光学仪器厂建立,并于 1904 年推出玻璃度盘经纬仪,使测量仪器走向新阶段,1950 年该厂又生产出第一代自动安平水准仪;1859 年法国洛斯塔开创摄影测量方法,到 19 世纪末,摄影测量的理论研究得到了发展;随着航空事业的发展,给航空摄影测量带来了活力,从而使测图工作部分地由野外转移到室内,降低了劳动强度,提高了效率。近 30 年来,电子理论和计算机技术的发展,给传统的测量仪器以很大的冲击。1947 年瑞典生产出第一台光电测距仪,现在能生产此类仪器的厂家已很多,如瑞士威特厂(WildLeitz)的 DI2000、克恩厂(Kern)的 DM504、日本测机舍(Sokkisha)的 REDmini2、西德欧波同厂(OPton)的 Eldi4 等;60 年代问世了电子数字经纬仪,如欧波同厂的 ETh3/4、瑞士威特厂的 T1600/1000、测机舍的 DT2/4 等;近 10 年来,又生产出全站型电子速测仪,著名的有欧波同厂的 Elta3/6、威特厂的 TC1600/1000、测机舍的 SET2/4 等,这些仪器的运用使测量外业工作量大为减少,测量数据可自动记录于存贮器或电子外业手簿中,并可与计算机联机处理。自从 1957 年第一颗人造地球卫星发射上天后,人们就着手研究人造卫星大地测量技术,如 GPS 定位系统,这种新技术具有全天候的特点,利用人造卫星能以前所未有的精度,求出地球的形状大小,特别是对于观测困难的洲际联测、岛屿联测等既快又精确。现在,在卫星大地测量方面,取得了许多令人振奋的成果。卫星遥测遥感技术的应用,给测绘科学注入了新的生机。随着社会的发展,科学技术的不断进步,测绘科学的发展前景是十分远大的。

第一章 基本知识

§ 1 地籍测量概论

地籍测量主要是测定每块土地的位置、面积大小,查清其类型、利用状况,记录其价值和权属,据以建立土地档案或信息系统,以供合理使用土地。它是地籍管理的前提和土地管理的技术基础,是搞好国家建设的基本工作之一。随着社会的发展,各种土地问题层出不穷,因此地籍测量工作是经常性的事务。

地籍测量不同于普通测量。普通测量一般只注重于技术手段,如测绘地形图,主要呈现地形之现状;而地籍测量则是技术与法学的综合应用,它以确定界址为重点,无论有无明显界线,测量时必须查明并标定于地籍图上。所以地籍测量人员不仅应具有熟练的测绘技能,而且也应熟知有关法律章程。

地籍测量具有三种基本功能:

- (1)保持和不断更新现有资料,以便为土地利用服务(我国实行的是土地有偿使用,资本主义国家主要为税收)——财政功能。
- (2)确定地界位置,决定产权与使用权——法律功能。
- (3)地籍测量的资料是建立通用信息系统的基础,对城市发展很重要——系统功能。

一、地籍测量方法

图解地籍测量和数值地籍测量是两种基本的地籍测量方法。

图解法是建立在测绘地籍图基础上的,按一定比例尺直接测绘地块的大小形状于图上,然后在图上进行面积量算。由于受到缩绘、图纸伸缩性等因素的影响,精度比较差,难以满足现代地籍管理的需要,因此在城镇地区,一般不考虑此法。但也要看到,城郊及乡村地区,采用摄影测量图解法完成地籍测量工作是完全可行的。就现阶段来说,特别是地价不高的地区,考虑到各种因素,图解法还是能满足局部地籍管理的需要。

数值地籍测量是将每块土地之界址逐点编号测算其坐标,由坐标求算地块的面积,并能随时根据需要展绘不同比例尺地籍图。显然数值法精度要高于图解法。它的优点还在于倘若界址点标记遗失,也不影响工作,可以根据其坐标给予复原。数值地籍测量的野外观测值及各点坐标可以贮存于记录器(如磁带、数据终端机等)内,大大减少库容量,这也是建立地籍信息系统的基础。当然摄影测量方法并不排除在数值地籍测量之外,它能提供较准确的数据,但要看到在航片上辨认界址点是很困难的。

在我国,由于受到诸多原因的影响,技术手段及财力还难以满足数值地籍测量的需要,采用综合法(数值法与图解法的组合)是可行的。运用数值法实测城镇街坊外围界址点和内部重要明显界址点,再用图解法测绘街坊内部的宗地(被界址线所闭合,由土地所有者所有的或使用者所使用的地块)及其它地籍要素,即以外控内。这种方法的精度接近于数值法。

无论采用何种测量方法,都应包括下列基本内容:

- (1)地籍测量以埋设标志的控制网为基础,控制网要具有一定精度(参见第二章)。
- (2)观测成果一般须转换成地籍图的形式,或以其它形式贮存起来(如磁盘、缩微胶片等),说明资料应完备。
- (3)地籍测量的记录资料应具有现时性和连续性。

二、地籍测量程序

由于任何一种测量工作都会产生误差,所以在测量时应采取一定的程序或方法,减少和防止测量误差的积累。地籍测量同普通测量一样,遵循“先整体后局部”的原则、“先控制后细部”的作业程序,其具体步骤是:

- ①地籍平面或高程控制测量,
- ②地籍调查,
- ③细部测量(也称户地测量),
- ④编绘地籍图,
- ⑤面积测算,
- ⑥地籍测量成果归档建库。

地籍测量与社会秩序、公共信誉及个人利益息息相关,在细部测量之前,应作详实的地籍调查。测量成果应严格检查核准予以公布,依法办理土地登记后,在法律上它就具有了绝对效力。

三、测前准备

作好测前准备工作是搞好地籍测量的前提,下面简单介绍一下有关事宜。

(一)测区范围的确定

以现有大比例尺地形图或航片,参照天然界线(如河流、道路、地类界等),配合行政分区来确定范围,并实地勘察,会同当地政府主管部门最终确定范围,在图上以红线勾绘示之。若为地籍更新测量,则以原地籍图分区作为实施单位。测区确定后予以公布。

(二)拟定实施计划

地面测量和航测是地籍测量的两种方式,各有其优劣之处:乡村地区采用航测方式为佳;城镇地区,特别是地价较高的商业繁华区,只能采用地测方式。地测的作业方法有图解法、数值法和综合法。由于作业方式及方法的不同,所采用的仪器设备、材料、经费预算均不一样,所以它们是拟定计划的必要条件。计划内容主要包括:

(1)作业量大小,所属地区及完成期限。

(2)根据工作量及标准计算人力配备。

(3)根据测量精度决定仪器类型,由作业人员组成决定仪器数量。

(4)依据作业方法及人力、工作量等因素制订测量程序与作业进度。

(5)参考有关规范订出作业精度要求。精度要求是作业时应遵守的标准,也是成果检核的依据,主要精度指标如下:

a. 控制测量精度。请参阅第二章及第三章。

b. 界地点精度。数值法精度(界址点对邻近控制点点位中误差):城镇为3~6cm、平原5~15cm、山地10~35cm;图解法精度(相邻界址点间距误差、界地点与相邻地物点距离误差):对于城镇不得超过0.2mm、平原不得超过0.3mm、山地不得大于0.5mm。

c. 其它地籍要素的精度。数值法精度:城镇10~15cm、平原20~30cm、山地40~60cm;图解法精度:点位误差不得大于0.5mm、相邻地物点间距误差不得大于0.4mm。

d. 地籍图精度。图廓线长度误差不得大于0.2mm,控制点和坐标网的展点误差不得超过0.1mm,图上展点误差不得大于0.2mm,图幅拼接误差不得大于0.3mm。

e. 图上面积计算两次值较差: $0.0003M\sqrt{P}(\text{m}^2)$;整幅原图面积误差为 $0.2\sqrt{P}+0.0003P(\text{m}^2)$ 。

(6)制定作业标准,进行经费预算。

(三)比例尺确定

地籍原图比例尺在城镇繁华区采用1:250或更大,城镇其它地区采用1:500~1:1000,乡村地区可采用1:2000~1:5000,荒僻地区采用1:10000或更小。特殊情况酌情增减。

§2 地球的形状与大小

地籍测量外业工作,都是在地球自然表面进行的。地球表面有高达8848m的珠穆朗玛峰,深达11022m的马里亚纳海沟(太平洋西部),所以地球本身的形状是极不规则的,南北极也不对称。尽管如此,这些地表的起伏变化,相对于地球庞大的体积来说是微小的,因此可以取一个平均面来代替地球的形体。

一、大地水准面与大地体

地球自然表面上,陆地占约29%,海洋占约71%。由于这个原因,人们通常将地球看成是被海水所包围的球体。

假定海洋的水体处于完全静止的平衡状态,无潮汐和风波影响,将其表面延伸于大陆内部,使之处处与重力方向正交,这样形成的一个封闭曲面,称为水准面。其中与海洋平均水面相合的水准面称为大地水准面,由大地水准面所包围的形体,叫作大地体。

由于大地水准面很接近于地球表面,可以采用它作为基准面,但把它作为计算和制图的根据面却有困难。

二、参考椭球面与参考椭球

如图(1—1),地面上任一点主要受到两个力的作用:地心引力 $\vec{F}$ 、离心力 $\vec{P}$ 。人们通常所说的重力 $\vec{G}$ 乃是它们之合力。重力方向线是铅垂线,它是测量的基准线。由于 $|\vec{F}|/|\vec{P}| \approx 300$,所以说合力中起主要作用的是地心引力 $\vec{F}$ 。由于地球内部的物质分布不均匀,各点的密度是不一样的,使得引力方向变化无常。如在山区引力方向偏于山岳;湖海地区,引力方向偏离湖海;在金属矿藏附近,则不免偏近矿物。引力方向的变化,重力方向当然也随之改变,那么大地水准面也随之成为不规则的曲面,如果将地面的物体投影到这个不规则的曲面上,是无法进行化算工作的。为此必须采用一个与大地水准面很接近,而又能用数学方法表示的规则形体来替换之。经过几个世纪的探索,人们认识到了地球的形状似一个两极略扁的椭球。椭球面可用数学公式表达,这个数学形体称为地球椭球,采用它来作为测量与制图的基准面是方便适用的。

要想得出地球椭球的大小,即确定出椭球元素 a (长半径)和 α (扁率),必须在地球表面上布设大地网并进行重力测量,这在过去是极其困难的。到了20世纪60年代,人造卫星发射成功,这个理想才得以实现。

大地水准面及大地体是客观存在的,要确定地球椭球又难办到,为此,对于一个国家或地区,采用自己认为是较好的椭球体,作为计算和制图的根据面是可行的。这个椭球称为参考椭球。

我国于1950年开始进行全国大地测量工作时,采用的是克拉索夫斯基椭球,现在我国已建立起自己的国家大地坐标系和地心坐标系,是1980年推算的地球椭球。表1—1列出的是世界上曾经广泛采用和正在使用的几个参考椭球数据。在小范围地籍测量时,通常将地球看作圆球,半径取为 $R = \frac{1}{3}(a + a + b) = 6371\text{km}$ 。这里 b 为短半径, $\alpha = \frac{a-b}{a}$ 。

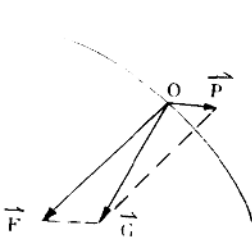
表 1—1

参考椭球名	推算年代	使用国别	$a(\text{m})$	α
德 兰 勃	1800	法 国	6375653	1 : 334.0
埃弗瑞斯特	1830	英 国	6377276	1 : 300.801
白 塞 耳	1841	德 国	6377397	1 : 299.152
克 拉 克	1866	加拿大、美国	6378206	1 : 294.979
海 福 特	1910	美 国	6378388	1 : 297.0
克拉索夫斯基	1940	苏 联	6378245	1 : 298.3
国家椭球	1980	中 国	6378140	1 : 298.257

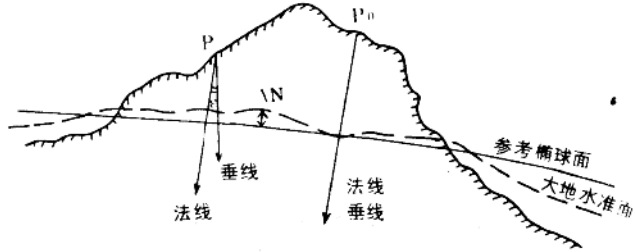
过去推求参考椭球的基本元素大都采用弧度测量方法,现在采用卫星定位技术、计算机技

术,通过最小二乘法平差得出椭球元素。

地球的形状确定之后,再来看大地水准面与参考椭球面的关系。由于前者是不规则的曲面,那么两个面不可能处处重合,即同一地面点上与大地水准面正交的铅垂线和与参考椭球面正交的法线也是不重合的,其间的夹角 ϵ 称为垂线偏差。大地水准面与椭球面之间的起伏 ΔN 称为大地水准面差距,如图(1-2)。在一个国家或地区,选择适当点 P_0 (大地原点),使之 $\epsilon=0$ 、 $\Delta N=0$,同时要求大地方位角等于天文方位角,这样它们间的关系就确定了。这项工作称为参考椭球定位。我国的大地原点设在中部的西安市附近。



图(1-1)



图(1-2)

§ 3 地籍测量坐标系统与地图投影

地表面的物体都具有一定的几何形状,研究如何表示它们时,很自然会想到各种地物是由连续不断的点组成。因此点的位置确定就成为地籍测量工作中的重要问题。

一、地理坐标系

地球的形状和大小是以地球椭球表示的,以它为参考面来确定自然地面上点的位置,同时确定点到大地水准面的垂直距离,这样地面点的位置就确定了。

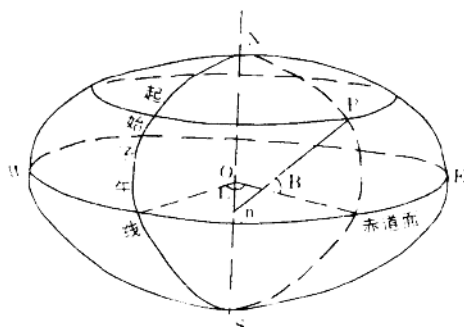
如图(1-3),NS是地球椭球的旋转轴,通过P点和NS轴的平面称为P点子午面,子午面与椭球的交线为子午线(经线)。国际上公认通过英国格林威治天文台的子午面为起始子午面;通过球心并垂直于NS轴的平面叫赤道面。起始子午面与赤道面是两个基准面。平行于赤道面与椭球相交的曲线称平行圈(纬线)。确定地面点的地理坐标就是确定该点(或与之有关的面)与两个基准面的关系,用地理纬度B和地理经度L表示。

P点的法线 Pn 与赤道面的夹角B就是P点的地理纬度,由赤道面起算,北纬 $0\sim+90^\circ$,南纬 $0\sim-90^\circ$ 。

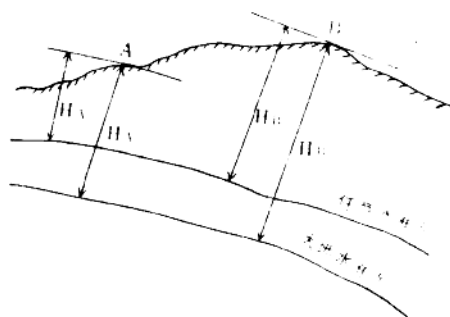
P点的子午面与起始子午面的夹角L,就是P点的地理经度,由起始子午面起算,东经 $0\sim+180^\circ$,西经 $0\sim-180^\circ$ 。

地面点的高程以大地水准面作为基准面,某点到基准面的高度是指沿该点的垂线方向到大地水准面的距离,称为绝对高程或海拔。如图(1-4), H_A 、 H_B 分别是A点及B点的绝对高

程: H_A, H_B 为 A、B 点的相对高程(相对于任一水准面)。显然:



图(1-3)



图(1-4)

$$h_{AB} = H_B - H_A = H'_B - H'_A$$

如何确定高程起算面呢?解决问题的方法是在海洋近岸点上竖立标尺,观测记录水位升降,由多年的记录求出海水平均位置,我们假定大地水准面就通过这个位置。我国是以青岛验潮站多年记录的黄海平均水面为准,在青岛观象山上一个洞内建立水准原点,用精密水准测量方法将其与验潮站的水位联测,求得该点的高程为 72.260m,全国布设的高程控制点(水准点),都是以它为基准的。

这样,地面一点的位置可由 B、L、H 三个量唯一确定了。

二、高斯投影坐标系

地籍测量是确定地面点的相对位置,在较小范围及城市地区测量工作中,采用平面直角坐标是十分方便的,因为地籍图是平面图,是将椭球面上的图形投影到平面上的结果,平面多边形计算要比球面多边形计算简单得多。

地球表面不可能无变形地投影在平面上,这种变形随着区域的增大而变大。地图的投影种类很多,按变形性质分为:等角投影、等面积投影及任意投影;按投影面分为:平面、圆锥面、柱面投影。只有很少几种正形投影(即等角投影)能满足地籍测量的需求。

投影是通过数学函数关系实现的,椭球面上一点 P 的地理坐标为(B, L),它在投影面上投影点 P' 的平面直角坐标为(x, y),它们之间有下列关系:

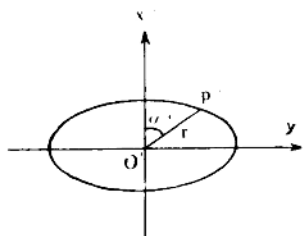
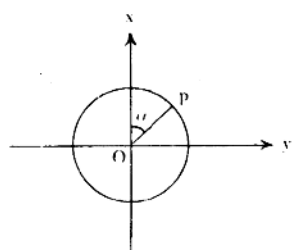
$$\left. \begin{aligned} x &= F_1(B, L) \\ y &= F_2(B, L) \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

F_1 及 F_2 就是投影函数,不同性质的投影,函数表达式是不一样的。

投影面上一段无限小的线段 $d\sigma$ 与椭球面上对应线段 ds 之比称为投影长度比,即

$$m = \frac{d\sigma}{ds} \quad (1-2)$$

研究某些特殊方向上的投影长度比,可对投影的性质加以概括。能够证明,椭球面上任一点上,必有一对互相垂直的方向,在投影面上的投影也是一对相互垂直的方向,这一对方向称为主方向。



图(1-5)

(一)投影变形的概念

如果已知主方向的投影长度比,就能计算任何其它方向的投影长度比。设在椭球面上有一个微分单位圆,圆的中心O的主方向是x轴和y轴,O'是O的投影,其主方向是x'轴和y'轴,圆上一点P的

投影点是P',P点以等于1的半径绕O一圈,那么投影点P'的运动轨迹如何呢?如图(1-5),设主方向的投影长度比分别为a和b,即 $\frac{x'}{x}=a, \frac{y'}{y}=b$ 。

因为 $x^2+y^2=1$ 那么

$$\frac{x'^2}{a^2} + \frac{y'^2}{b^2} = 1$$

一般情况下,椭球面上一个小圆投影成一个小椭圆。

1. 长度变形

椭球面上OP方向的长度为1,投影后变为O'P'方向,长度为r,则方位角(与x轴正向夹角)为 α 的方向上的投影长度比为:

$$m = \frac{r}{1} = r, \quad \text{而 } r = \sqrt{x'^2 + y'^2} \quad \text{所以}$$

$$m = r = \sqrt{a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \sin^2 \alpha} \quad (1-3)$$

这就是方位角为 α 的方向上的长度变形。

2. 方向变形与角度变形

椭球面上,OP方向与x轴夹角为 α ,投影后,O'P'方向与x'轴夹角为 α' ,于是有:

$$\tan \alpha' = \frac{y'}{x'} = \frac{by}{ax} = \frac{b}{a} \tan \alpha$$

对上式化算可得:

$$\sin(\alpha - \alpha') = \frac{a-b}{a+b} \sin(\alpha + \alpha') \quad (1-4)$$

上式为方向变形计算式。

如图(1-6),设椭球面上角 β ,角两边与主方向构成 α 角,投影后 $\alpha \rightarrow \alpha'$,则 $\beta \rightarrow \beta'$ 。

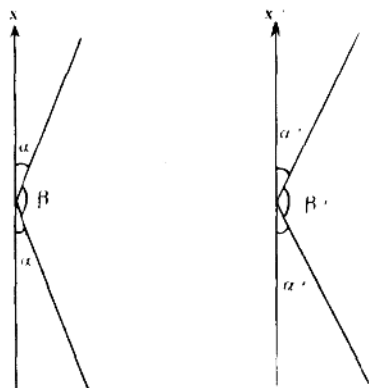
角度变形量为

$$\Delta\beta = \beta' - \beta = 2(\alpha - \alpha')$$

代入(1-4)式得:

$$\sin \frac{\Delta\beta}{2} = \frac{a-b}{a+b} \sin(\alpha + \alpha') \quad (1-5)$$

当 $\alpha + \alpha' = 90^\circ$ 时, 角度变形量最大: $\sin \frac{\Delta\beta_{\max}}{2} = \frac{a-b}{a+b}$ 。



图(1-6)

3. 面积变形

椭球面上的小圆面积 $P = \pi r^2$, 投影面上的椭圆面积 $P' = \pi \cdot ab$, 所以, 面积变形为:

$$\Delta P = \frac{P'}{P} = ab \quad (1-6)$$

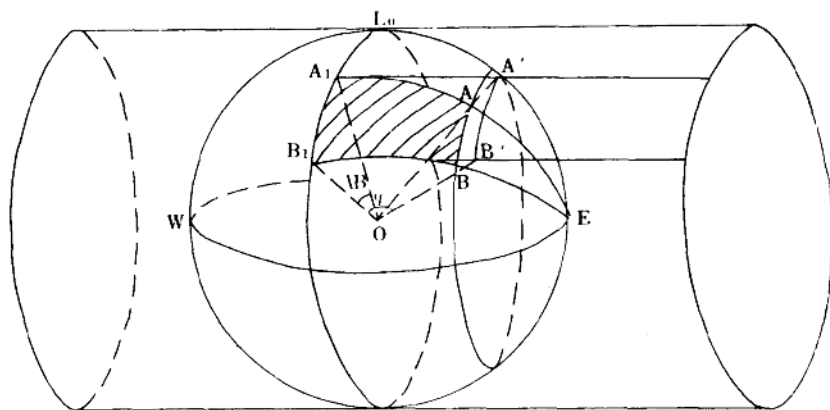
从上面的分析可以看出, 要保持角度不变形, 应有 $a - b = 0$ 成立, 即 $a = b = k$, 这就是等角投影的必要条件。这时, 小圆投影成小圆, 微小图形投影后与原图形相似, 因此等角投影也称正形投影。要保持面积不变形(即 $\Delta P = 1$), 应有 $ab = 1$ 成立; 等面积投影对一些专题图(如世界地图、省区域图等)很重要, 在图中可以进行面积大小比较。若 $ab \neq 1$ 且 $a \neq b$, 则投影是任意的, 既非等角也非等面积。长度变形除了一些特殊方向之外是不可避免的, 随着面积的增大则变形也加大, 解决的办法就是适当缩小投影区域, 同时根据有关公式加以改正。

(二) 高斯投影

高斯投影是一种横轴、椭圆柱面等角投影。柱面与地球椭球在某子午线 L_0 上相切, 这条子午线称为中央子午线, 它是投影后高斯平面直角坐标的 x 轴; 将地球赤道面扩大与柱面相交, 相交直线即为投影后的 y 轴; 将椭圆柱面展平, 就得到高斯投影平面直角坐标系, 如图(1-7)。

高斯投影对投影函数提出下列条件:

- (1) 满足等角特性。椭球面上的角度投影到平面上后保持不变。
- (2) 中央子午线投影后是一条直线, 且是其它投影点的对称轴。



图(1-7)

(3)中央子午线投影后没有长度变形($m=1$)。

根据以上三个条件,可以推求出(1-1)式中的函数 F_1 及 F_2 ,将椭球面上的一点与投影面上的投影点对应起来。

(1)地理坐标换算为高斯投影坐标:

$$\begin{aligned}x &= X_0^B + \frac{1}{2}Nt m_0^2 + \frac{1}{24}(5-t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4)Nt m_0^4 + \frac{1}{720}(61 - 58t^2 + t^4)Nt m_0^6 \\y &= N m_0 + \frac{1}{6}(1-t^2 + \eta^2)N m_0^3 + \frac{1}{120}(5-18t^2 + t^4 + 14\eta^2-58\eta^2 t^2)N m_0^5\end{aligned}\quad (1-7)$$

式中 $X_0^B = C_0 B + \cos B (C_1 \sin B + C_2 \sin^3 B + C_3 \sin^5 B)$

$$C_0 = \frac{a}{\rho}$$

$$C_1 = 2\beta + 4r + 6\delta$$

$$C_2 = -8\gamma - 32\delta$$

$$C_3 = 32\delta$$

$$m_0 = l \cdot \cos B$$

$$l = L - L_0$$

$$t = \tan B$$

$$\eta^2 = e^2 \cdot \cos^2 B$$

$$\alpha = Aa(1-e^2)$$

$$\beta = -\frac{B}{2}a(1-e^2)$$

$$\gamma = \frac{C}{4}a(1-e^2)$$

$$\delta = -\frac{D}{6}a(1-e^2)$$

$$N = a / \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}$$

$$A = 1 + \frac{3}{4}e^2 + \frac{45}{64}e^4 + \frac{175}{256}e^6 + \frac{11025}{16384}e^8 + \frac{43659}{65536}e^{10} + \dots$$

$$B = \frac{3}{4}e^2 + \frac{15}{16}e^4 + \frac{525}{512}e^6 + \frac{2205}{2048}e^8 + \frac{72765}{65536}e^{10} + \dots$$

$$C = \frac{15}{64}e^4 + \frac{105}{256}e^6 + \frac{2205}{4096}e^8 + \frac{10395}{16384}e^{10} + \dots$$

$$D = \frac{35}{512}e^6 + \frac{315}{2048}e^8 + \frac{31185}{13072}e^{10} + \dots$$

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \quad e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2}$$

同样可以根据上式将椭球面上任一点的地理坐标转化为高斯投影坐标,若所有的控制点都这样转换其计算工作量是很大的,通常的做法是根据少数点的大地坐标计算一些辅助量或改化值,将控制网直接归算到投影平面上,然后按平面图形去处理,直接算出各点的平面坐标。

〔例〕 已知某点的地理坐标: $B=45^\circ 53' 38. " 3864$, $L=77^\circ 55' 03. " 8473$, 根据(1-7)式采用计算机求出该点的高斯投影坐标。计算结果

$$\begin{cases} x=5088227.323\text{m} \\ y=226452.493\text{m} \end{cases}$$

这里采用克拉克参考椭球参数,中央子午线 $L_0=75^\circ$ 。

(2)高斯投影坐标换算为地理坐标:

$$\begin{aligned} B &= B_1 - \frac{1}{2} V^2 t \left(\frac{y}{N} \right)^2 + \frac{1}{24} (5 + 3t^2 + \eta^2 - 9\eta^2 t^2) V^2 t \left(\frac{y}{N} \right)^4 - \frac{1}{720} (61 + 90t^2 + 45t^4) V^2 t \left(\frac{y}{N} \right)^6 \\ L &= L_0 + \frac{1}{\cos B_1} \left(\frac{y}{N} \right) - \frac{1}{6} (1 + 2t^2 + \eta^2) \left(\frac{1}{\cos B_1} \right) \left(\frac{y}{N} \right)^3 \\ &\quad + \frac{1}{120} (5 + 28t^2 + 24t^4 + 6\eta^2 + 8\eta^2 t^2) \left(\frac{1}{\cos B_1} \right) \left(\frac{y}{N} \right)^5 \end{aligned} \quad (1-8)$$

式中 $B_1 = B_1^0 + \cos B_1^0 (k_1 \sin B_1^0 + k_2 \sin^3 B_1^0 + k_3 \sin^5 B_1^0)$

$$k_1 = 2\beta_1 + 4\gamma_1 + 6\delta_1$$

$$k_2 = -8\gamma_1 - 32\delta_1$$

$$k_3 = 32\delta_1$$

$$B_1^0 = \frac{x}{\alpha}$$

$$V^2 = 1 + \eta^2$$

$$\beta_{(n+1)} = \beta_1 + \beta_1 \gamma_{(n)} - \frac{3}{2} \beta_1 \beta_{(n)}^2 - 2\gamma_1 \beta_{(n)}$$

$$\gamma_{(n+1)} = \gamma_1 + \beta_1 \beta_{(n)}$$

$$\delta_{(n+1)} = \delta_1 + \beta_1 \gamma_{(n)} + \frac{1}{2} \beta_1 \beta_{(n)}^2 + 2\gamma_1 \beta_{(n)}$$

$$\beta_1 = -\frac{\beta}{\alpha}$$

$$\gamma_1 = -\frac{\gamma}{\alpha}$$

$$\delta_1 = -\frac{\delta}{\alpha}$$

〔例〕 已知某地的高斯投影坐标 $x=5088227.323\text{m}$, $y=226452.493\text{m}$, $L_0=75^\circ$, 采用克拉克椭球参数, 计算其地理坐标。

根据(1-8), 采用计算机计算, 结果为

$$\begin{cases} B=45^\circ 53' 38.73864 \\ L=77^\circ 55' 03.78473 \end{cases}$$

在后面的讨论中, 为方便起见, 将地球看作圆球, 对于地籍测量来说, 这并不影响观测和计算结果的精度。

1. 任意点的长度比

如图(1-7), 设过 A、B 的平行圈与中央子午面平行, 由 E 作两个大圆过 A、B 两点, 根据等角投影特性, 凡是与中央子午线正交的大圆, 投影后形成与 y 轴平行的直线; 与中央子午面平行的小圆, 投影后形成与 x 轴平行的直线, 如图(1-8)。显然有:

$\widehat{A_1 B_1} = \widehat{A' B'} > \widehat{AB}$, 不论 AB 方向如何, 离开中央子午线任一点的长度比为

$$m = \frac{ds}{ds} = \frac{\widehat{A_1 B_1}}{\widehat{AB}} \approx \frac{1}{\cos \varphi} \geq 1 \quad (1-9)$$

从上式看出, 离开中央子午线, 投影长度比通常大于 1, 意味着投影平面上所有的距离将

大于被投影曲面上相应的实际距离,这是正形条件所决定的。为了保持图形的相似性,只有将距离变长。

2. 距离改化

球面上的实际距离拉长改化为投影面上的距离,称为距离改化,即 $\widehat{AB} \rightarrow \widehat{A'B'} \rightarrow ab$ 。

如图(1-9),设 $OB=R$, $O_1B=R_1$,那么

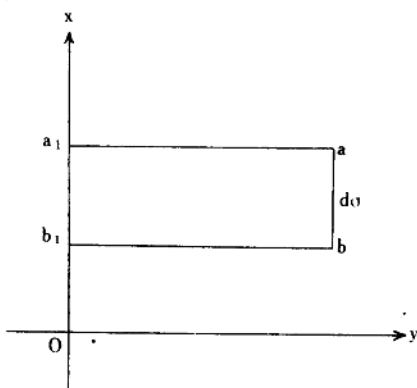
$$m = \frac{d\sigma}{ds} = \frac{\widehat{A'B'}}{\widehat{AB}} = \frac{R}{R_1}$$

令 $\widehat{B_1B}=Y$,在直角三角形 BO_1O 中

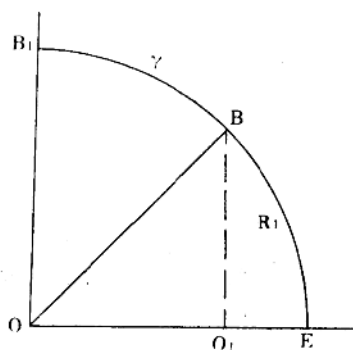
$$R_1 = R \cos \frac{Y}{R} = R \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{Y}{R} \right)^2 \right]$$

$$\text{所以 } m = \frac{R}{R_1} = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{Y}{R} \right)^2$$

$$\text{即 } d\sigma = ds + \frac{Y^2}{2R^2} \cdot ds$$



图(1-8)



图(1-9)

由于地籍控制测量的边长相对地球半径来说是非常小的,同时把 Y 近似地用投影面上的坐标 y 值代替,则有

$$\Delta s = \sigma - s = \frac{y^2}{2R^2} \cdot S \quad (1-10)$$

从上式看出,只要知道了球面上两点间的距离 S 及其在球面上离开中央子午线的距离 y (取直线两点间的投影坐标之平均值),便能求出在投影面上的距离 σ ,显然 σ 总比 S 的值要大。

〔例〕今量得地面上两点的长度为1400m,两点间的坐标平均值 $y=150\text{km}$,求投影到平面上的长度。

$$\text{因为 } \Delta S = \frac{y^2}{2R^2} \cdot S = 0.388(\text{m})$$

所以投影平面上的长度为

$$\sigma = S + \Delta S = 1400.388(\text{m})$$