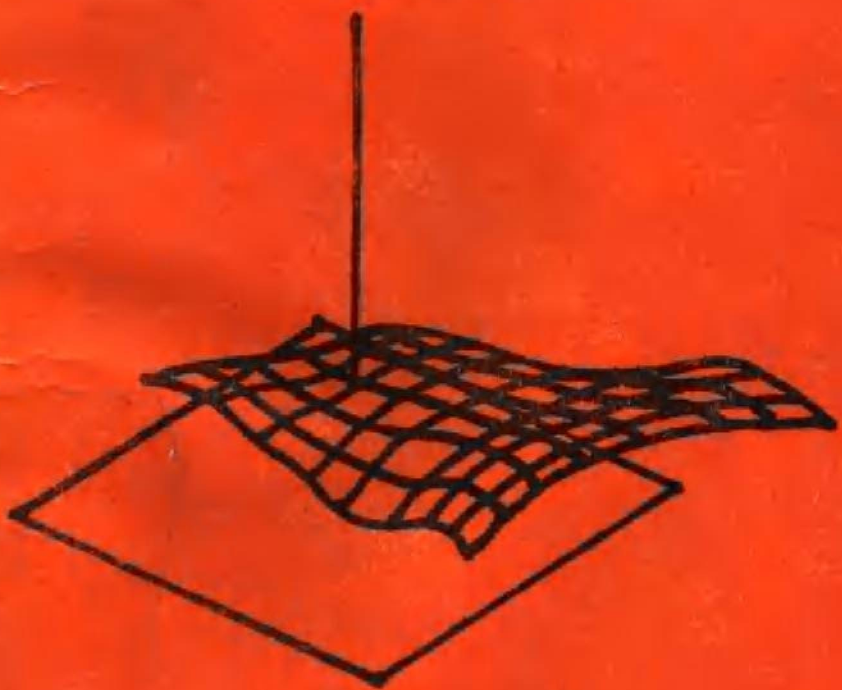
模糊模型的辨识及应用

汤兵勇　编著



中国纺织科学出版社

模糊模型的辨识及应用

汤兵勇　编著

中国环境科学出版社

1994

（京）新登字089号

内 容 简 介

本书从应用角度出发，较系统地讨论了各种模糊模型的辨识方法及其实际应用，内容涉及到模糊状态空间模型、模糊语言表达模型、模糊输入输出模型、模糊动态线性模型、模糊时间序列模型、模糊多层递阶模型、模糊管理决策模型和模糊线性规划模型等，其中大部分是近些年来的最新研究成果，理论方法叙述简明扼要，并配有大量以“环境与发展”为主线的应用实例。

本书可供从事生态环境、智能控制、社会经济、思维科学、人体科学及行为科学等领域的科研人员、工程技术人员和管理干部阅读与参考，也可作为高等院校各有关专业的选用教材或教学参考书。

模糊模型的辨识及应用

汤兵勇　编著

*

中国环境科学出版社出版

北京崇文区北岗子街8号

三河市宏达印刷厂印刷

新华书店总店科技发行所发行　各地新华书店经售

*

1994年9月第一版　开本 787×1092 1/32

1994年9月第一次印刷　印张 $10\frac{1}{2}$

印数 1—2,000　字数 235千字

ISBN 7-80093-566-3/X·826

定价：12.50元

前　言

现代控制理论的系统辨识方法已在各个领域广泛地应用，并不断取得新成果。但是，和人有某种关系的系统，如人机系统、管理系统、社会经济系统、思维系统等，由于这类系统往往带有一定的“模糊性”，含有相当多的模糊信息有待处理，无论是建模，还是进一步的预测、控制、决策等均存在一系列困难。而当前我国经济建设与改革开放的许多实际问题的解决，又迫切希望能找到一些切实可用、且简单易行的建模与相应处理方法。

对于有人类参与的各种智能型系统的建模问题，国内外许多学者已经做了大量的工作。例如，Sage等人研究了系统的解释结构模型（ISM）；Tazaki和Amagasa应用模糊集理论提出了一种构造层次结构模型；邓聚龙创建了灰色系统理论；吕勇哉等提出了广义模型等等。随着社会经济与科学技术的飞速发展，探索实用性较强的模糊模型建立与辨识方法，将会对我国的环境与发展产生十分积极的作用。目前国内外尚未有系统介绍模糊模型辨识的专著，本书的特点在于将定性与定量分析相结合，有机地把模糊集理论与一般系统辨识方法融为一体，并充分考虑到系统的动态时变特性，适应能力强，通俗易懂，因而具有较高的学术价值和广泛的应用前景。

本书从应用角度出发，较系统地讨论了各种模糊模型的辨识方法及其实际应用。第一章简要地介绍了模糊模型辨识

必须的模糊数学基础知识，第二章概述了一般系统模型辨识方法，第三章至第十章分别讨论了模糊状态空间模型、模糊语言表达模型、模糊输入输出模型、模糊动态线性模型、模糊时间序列模型、模糊多层递阶模型、模糊管理决策模型和模糊线性规划模型等，其中大部分是近些年来国内外的最新研究成果，有相当部分的内容是编著者本人的研究工作成果。本书的理论方法叙述简明扼要，并配有大量以“环境与发展”为主线的应用实例，可供从事生态环境、智能控制、社会经济、思维科学、人体科学及行为科学等领域的科研人员、工程技术人员和管理干部阅读与参考，也可作为高等院校各有关专业的选用教材或教学参考书。

编著者曾得到控制论界和模糊数学界专家学者的大力支持和热情帮助，韩志刚教授和吴丛炘教授在百忙之中认真审阅了书稿，并提出了宝贵意见；此外，本书还得到哈尔滨市优秀学术著作出版补贴基金和黑龙江省后备学科带头人基金的资助，在此一并表示衷心感谢。模糊模型研究的历史还短，模型辨识的研究工作还在不断深入进行之中；而编著者的水平又有限，故书中必有一些不当之处，恳请各位读者批评指正，使之不断完善。

编著者

1993年3月

目　录

第一章　模糊数学基础知识

本章将对模糊模型的辨识所必备的数学工具——模糊数学基础作简要介绍。

§1.1　模 糊 集

一、基本定义

定义1.1：设 X 是客体的一个经典集合，称为论域，其一般元素用 x 来表示，x 在 X 的经典子集 A 中的隶属度，通常用 X 到$\{0,1\}$的特征函数 μ_A 表示，即

$$\mu_A(x)=\begin{cases}1 & x\in A\\ 0 & x\notin A\end{cases}$$

$\{0,1\}$称为值集。

若值集是实数区间$[0,1]$，则称 A 为模糊集，μ_A 叫做 A 的隶属函数，$\mu_A(x)$ 表示 x 隶属于 A 的程度。

$\mu_A(x)$ 的值越接近于1，表示 x 隶属于 A 的程度越大，显然，模糊集 A 是 X 的一个没有明确边界的子集，完全由其隶属函数所刻画。特别当 μ_A 的值集取闭区间$[0,1]$的两个端点，即为$\{0,1\}$两个值时，A 便退化为一个普通子集，隶属函数也退化为一般的特征函数。由此可见，普通集合是模糊集合的特殊情形，而模糊集合是普通集合概念的推广。

模糊集 A完全可以由序偶集来表征：

$$A=\{(x,\ \mu_A(x)),\ x\in X\} \tag{1.1}$$

按查德提出的标记法，当 X 为有限集$\{x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n\}$时，$X$ 上的模糊集可表示为：

$$A=\mu_A(x_1)/x_1+\cdots+\mu_A(x_n)/x_n=\sum_{i=1}^{n}\mu_A(x_i)/x_i \tag{1.2}$$

当 X 为无限集时，记作

$$A=\int_x \mu_A(x)/x \tag{1.3}$$

［例1.1］ $X=N=\{$正整数$\}$，设

$$A=0.1/7+0.5/8+0.8/9+1.0/10+0.8/11+0.5/12+0.1/13$$

A 是近似等于10的整数的模糊集。

［例1.2］ $X=R=\{$实数$\}$，设

$$\mu_A(x)=\frac{1}{1+\left[\frac{1}{5}(x-10)\right]^2}$$

即

$$A=\int_R \frac{1}{1+\left[\frac{1}{5}(x-10)\right]^2}\Big/x$$

A 是聚集在10附近的实数的模糊集。

定义1.2：两个模糊集A 和 B 称为相等，记作$A=B$，当且仅当

$\forall x\in X,\ \mu_A(x)=\mu_B(x)$，

定义1.3：模糊集A的支集是X的普通子集：

$$\operatorname{supp}A\triangleq\{x\in X,\ \mu_A(x)>0\} \tag{1.4}$$

而 A 的模为：

$$A_1 \triangleq \{x \in X,\ \mu_A(x)=1\} \tag{1.5}$$

定义1.4：满足$\mu_A(x)=1/2$的元素x是A的跨点，A的高度是

$$\mathrm{hgt}(A) \triangleq \sup_{x \in X} \mu_A(x) \tag{1.6}$$

即$\mu_A(x)$ 的上确界；A的深度是

$$\mathrm{dph}(A) \triangleq \inf_{x \in X} \mu_A(x) \tag{1.7}$$

即$\mu_A(x)$ 的下确界。A称为是正规的，当且仅当存在$x \in X$，使得$\mu_A(x)=1$；此定义蕴涵着$\mathrm{hgt}(A)=1$。空集ϕ定义为$\forall x \in X$，$\mu_\phi(x)=0$；当然，$\forall x$，$\mu_X(x)=1$

注1：论域总是非模糊的。

注2：在等式（1.2）中，可以略去隶属度为零的元素。由此约定，式（1.2）可推广用以表示有限支集的模糊集。

注3：当有限论域X中各元素已按一定顺序排列好时，模糊集A也可用向量来表示：

$$A=(\mu_A(x_1),\ \mu_A(x_2),\ \cdots,\ \mu_A(x_n)) \tag{1.8}$$

定义1.5：称论域X上一切模糊子集所构成的集合为模糊幂集，记作$\mathscr{F}(X)$。

二、模糊集的运算

定义1.6：设A、$B \in \mathscr{F}(X)$，定义A与B的并$A \cup B$、交$A \cap B$、补$A^c=\bar{A}$使之分别具有隶属函数：

$$\mu_{A\cup B}(x) \triangleq \max(\mu_A(x),\ \mu_B(x))=\mu_A(x) \vee \mu_B(x),\quad \forall x \in X \tag{1.9}$$

$$\mu_{A\cap B}(x) \triangleq \min(\mu_A(x),\ \mu_B(x))=\mu_A(x) \wedge \mu_B(x),\quad \forall x \in X \tag{1.10}$$

$$\mu_{A^c}(x) \stackrel{\triangle}{=} 1-\mu_A(x),\ \forall x\in X \qquad (1.11)$$

定理1.1：模糊集A、B、C的并、交、补运算满足以下性质：

1）幂等律：$A\cup A=A$，$A\cap A=A$

2）交换律：$A\cup B=B\cup A$，$A\cap B=B\cap A$

3）结合律：$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$

$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$

4）吸收律：$(A\cap B)\cup A=A$，$(A\cup B)\cap A=A$

5）分配律：$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$，

$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$

6）零壹律：$A\cup X=X$，$A\cap X=A$，

$A\cup\phi=A$，$A\cap\phi=\phi$

7）复原律：$(A^c)^c=A$

8）对偶律（摩根 De Morgan律）：

$(A\cup B)^c=A^c\cap B^c$，$(A\cap B)^c=A^c\cup B^c$（证明略）

模糊集与普通集的一个显著的不同之处是：模糊集的并、交、补运算一般不满足补余律(即：$A\cup A^c=X, A\cap A^c=\phi$)。

定义1.7：设A、$B\in\mathscr{F}(X)$，定义$A\cdot B$，$A\dotplus B$，$A\bigcap\!\!\!\cdot\ B$，$A\bigcup\!\!\!\cdot\ B$，使之分别具有隶属函数：

$$\mu_{A\cdot B}(x)\stackrel{\triangle}{=}\mu_A(x)\cdot\mu_B(x) \qquad (1.12)$$

$$\mu_{A\dotplus B}(x)\stackrel{\triangle}{=}\mu_A(x)+\mu_B(x)-\mu_A(x)\cdot\mu_B(x) \qquad (1.13)$$

$$\begin{aligned}\mu_{A\bigcap\!\!\cdot B}(x)&\stackrel{\triangle}{=}\max(0,\ \mu_A(x)+\mu_B(x)-1)\\&=\mu_A(x)\bigwedge\!\!\!\cdot\ \mu_B(x)\end{aligned} \qquad (1.14)$$

$$\mu_{A\dot{\cup}B}(x) \triangleq \min(1, \mu_A(x)+\mu_B(x))$$
$$=\mu_A(x)\dot{\vee}\mu_B(x) \qquad (1.15)$$

运算$\cdot$、$\dotplus$、$\dot{\cap}$、$\dot{\cup}$ 分别称为代数积、代数和、有界积以及有界和。

代数积（$\cdot$）、有界积（$\dot{\cap}$）和交运算（$\cap$），各以不同程度表示逻辑"与"运算，当 A、B 中有一个是普通集合时，有 $A\dot{\cap}B=A\cdot B=A\cap B$。因此，模糊集运算$\cdot$、$\dot{\cap}$、$\cap$ 都可看成是普通集合交运算的推广。对偶地，代数和（$\dotplus$）、有界和（$\dot{\cup}$）和并（$\cup$）运算，也各以不同程度表示逻辑"或"运算，当A、B中有一个是普通集合时，有$A\dot{\cup}B=A\dotplus B=A\cup B$。因此，模糊集运算$\dotplus$、$\dot{\cup}$、$\cup$都可看成是普通集合并运算的推广。"$\cdot$和$\dotplus$""$\dot{\cap}$和$\dot{\cup}$"这两组运算都满足交换律、结合律、零壹律和对偶律，但均不满足幂等律、吸收律和分配律。此外，$\dot{\cap}$和$\dot{\cup}$却满足补余律（即$A\dot{\cap}A^c=\phi$，$A\dot{\cup}A^c=X$）。

定理1.2：设A、B$\in\mathscr{F}(X)$，则下列性质成立：

1）$A\dot{\cap}B\subseteq A\cdot B\subseteq A\cap B\subseteq A\cup B\subseteq A\dotplus B\subseteq A\dot{\cup}B$

2）$A\cup B=A\dot{\cup}(A^c\dot{\cap}B)$，$A\cap B=A\dot{\cap}(A^c\dot{\cup}B)$

3）$A\cdot B=A\dot{\cap}(A^c\dotplus B)$，$A\dotplus B=A\dot{\cup}(A^c\cdot B)$（证明略）

此定理揭示了模糊集的各种运算之间的相互关系。

三、λ—截集

模糊集与普通集可以互相转化，这主要是通过λ—截集来实现的。

定义1.8：设$A\in\mathscr{F}(X)$，$\forall\lambda\in[0, 1]$，称

$$A_\lambda \triangleq \{x\in X \mid \mu_A(x)\geqslant\lambda\} \qquad (1.16)$$

为A的λ—截集（或λ—水平集）。

A_λ 是普通集合，它的直观意义是：把X中隶属度不小于λ的元素集中起来便构成 A_λ。λ 称为阈值（或水平）。当 $\lambda_1<\lambda_2$ 时，有 $A_{\lambda_1}\supseteq A_{\lambda_2}$。

所谓取一个模糊集A的λ—截集A_λ，也就是将隶属函数按下式转化成特征函数：

$$C_{A_\lambda}(x)=\begin{cases}1, & \text{当}\mu_A(x)\geqslant\lambda\text{时；}\\ 0, & \text{当}\mu_A(x)<\lambda\text{时。}\end{cases}$$

这个转化如图1.1所示，其中曲线为$\mu_A(x)$，而矩形波线是 A_λ 的特征函数$C_{A\lambda}(x)$，

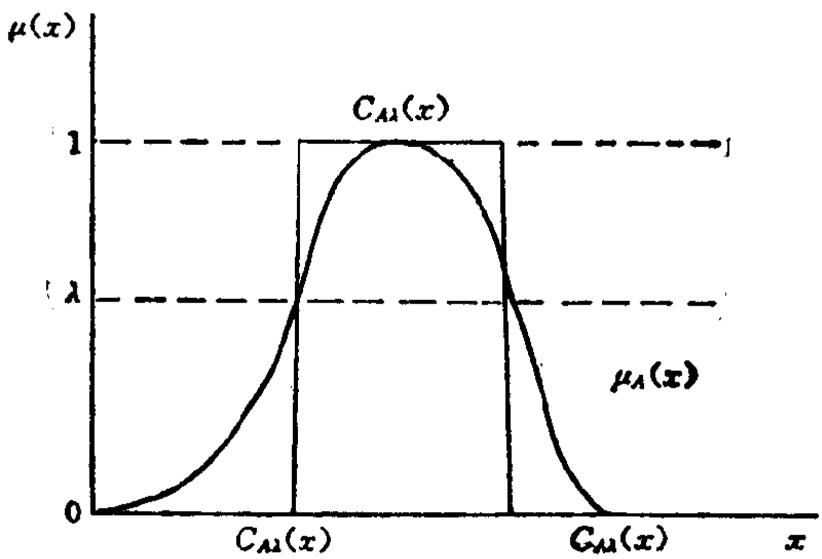


图 1.1 λ—截集A_λ的特征函数示意图

定义1.9：设 $A\in\mathscr{F}(X)$，$\alpha\in[0,1]$，定义$\alpha A\in\mathscr{F}(X)$，使之具有隶属函数：

$$\mu_{\alpha A}(x)\triangleq\alpha\mu_A(x)\quad\forall x\in X\tag{1.17}$$

当A是普通集合时，有

$$\mu_{\alpha A}(x)\begin{cases}\alpha, & \text{当}x\in A\text{；}\\ 0, & \text{当}x\notin A\text{。}\end{cases}$$

$\forall \alpha \in [0, 1]$，对应着$X$上的一个模糊子集，仍记作$\alpha$：$\mu_\alpha(x) \equiv \alpha$，$\forall x \in X$。

根据定义1.6，可得$\alpha \cup A$，$\alpha \cap A$和α^c的隶属函数。例如，$\forall x \in X$，

$$\mu_{\alpha \cap A}(x) = \min(\mu_\alpha(x), \mu_A(x)) = \alpha \wedge \mu_A(x)$$

注意：仅当A为普通集合时才有$\alpha \cap A = \alpha A$，应对$\alpha \cap A$和αA加以区别。

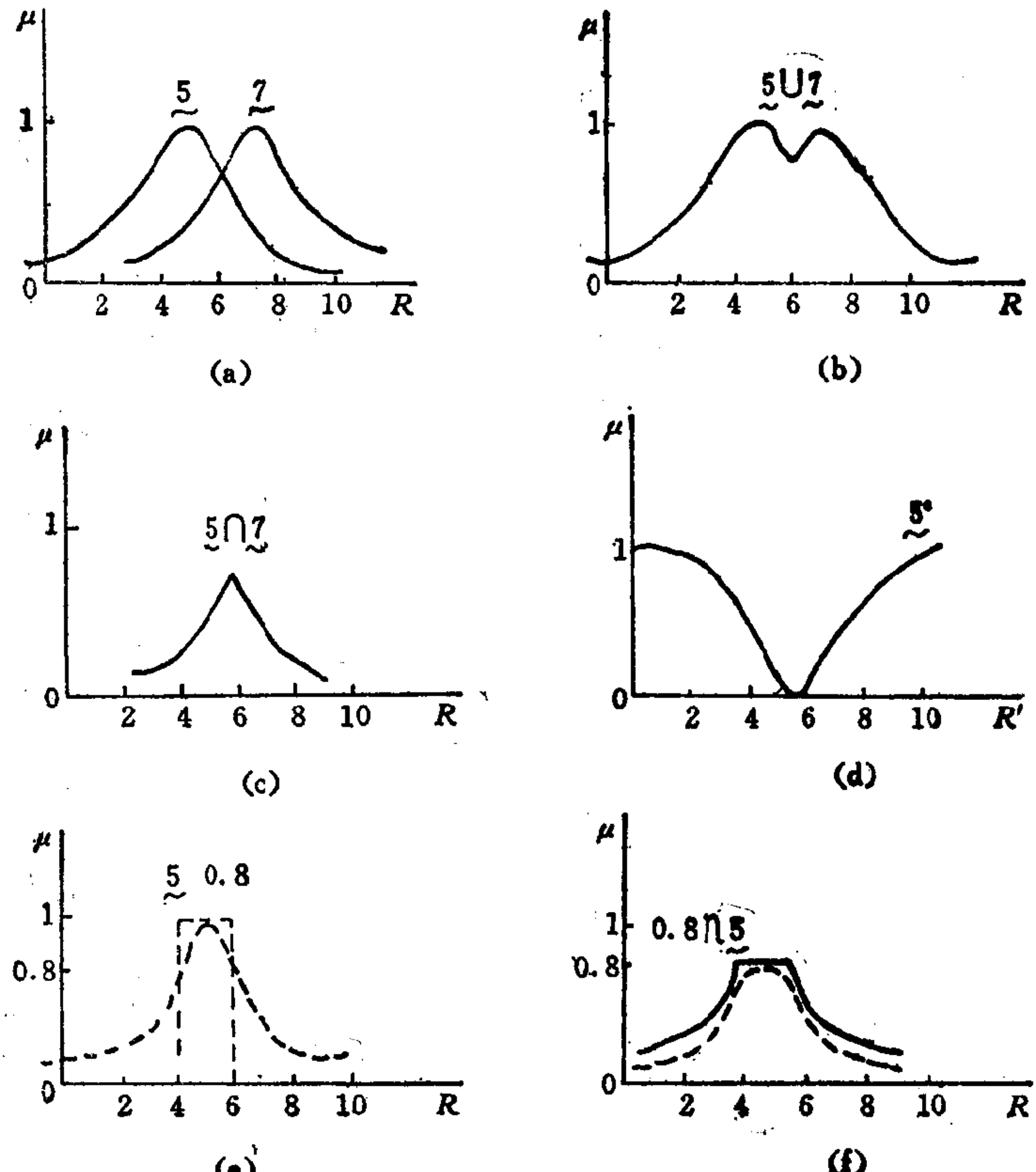


图 1.2 [例1.3]的图示

[例1.3]：取$X=R=\{$实数$\}$，令

$$A \triangleq \text{“接近 5 的数”} \triangleq \underset{\sim}{5}$$

$$B \triangleq \text{“接近 7 的数”} \triangleq \underset{\sim}{7}$$

其隶属函数分别规定为

$\mu_A(x)=e^{-(x-5)^2/4}$，$\mu_B(x)=e^{-(x-7)^2/4}$ $\forall x\in R$

如图1.2(a) 所 示，则 $A\cup B$，$A\cap B$，A^c，$A_{0.8}$，0.8 A 和 $0.8\cap A$分别由图1.2(b)～(f) 表出。

四、模糊集的数量指标

为讨论问题的方便，这一小节总假定论域X是非空有限集，$X=\{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$。

给出X上的一个模糊集A，通过隶属函数μ_A可对A进行全面了解，但有时要突出A的某方面特性，就可以用一个数量指标来刻画它。

1. 基　数

定义1.10：设$A\in\mathscr{F}(X)$，A的基数$|A|$定义为

$$|A| \triangleq \sum_{i=1}^{n} \mu_A(x_i) \qquad (1.18)$$

A的相对基数$\|A\|$定义为

$$\|A\| \triangleq \frac{|A|}{n} \qquad (1.19)$$

基数$|A|$是刻划A的“容量”的一个数量指标，当A是普通集合时，$|A|$就是普通集合A的元素个数。相对基数$\|A\|$则是刻划A的“浓度”的指标。

前面我们已定义了模糊集A的高度$\mathrm{hgt}A$与深度$\mathrm{dph}A$，这两个指标反映了模糊集隶属函数值的极值状态。

定理1.3：设$A\in\mathscr{F}(X)$，则下列性质成立

1）$\mathrm{dph}A\leqslant\|A\|\leqslant\mathrm{hgt}A$

2）$\|A\|+\|A\|^c=1$

3）$\mathrm{dph}A=1-\mathrm{hgt}A^c$

2. 模糊度

刻画一个模糊集模糊程度的指标称为模糊度。根据实际含义以及数学运算上的方便，模糊度可定义为：

定义1.11：设$A\in\mathscr{F}(X)$，d：$\mathscr{F}(X)\to[0.+\infty)$，$d(A)$称为$A$的模糊度，如果满足

1）$d(A)=0$，当且仅当A是普通集合。

2）$d(A)$取最大值，当且仅当$\mu_A(x_i)=1/2$，$i=1,2,\cdots,n$。

3）若A、$B\in\mathscr{F}(X)$，且$\forall x_i\in X$，有

$$\mu_A(x_i)\geqslant\mu_B(x_i)\geqslant0.5$$

或 $$\mu_A(x_i)\leqslant\mu_B(x_i)\leqslant0.5$$

则$d(A)\leqslant d(B)$。

4）$d(A)=d(A^c)$

5）$d(A\cup B)+d(A\cap B)=d(A)+d(B)$

定理1.4：A的模糊度$d(A)$可表为

$$d(A)=\sum_{i=1}^{n}f_i(\mu_A(x_i)) \tag{1.20}$$

其中f_i是实函数，满足$f_i(x)=f_i(1-x)$，

$f_i(0)=f_i(1)=0$，且f_i在$\left[0,\frac{1}{2}\right]$上递增并有唯一的最大