

城市与工程控制网设计

顾孝烈 编著

同济大学出版社

城市与工程控制网设计

顾孝烈 编著

同济大学出版社

(沪)新登字第204号

内 容 提 要

本书为城市与工程建设地区测量控制网设计的专著,共分十章。前六章有关城市控制网设计的内容,第七章为有关工程控制网设计的内容,第八、九、十章为控制网设计中有关精度修正、可靠性与敏感性分析的内容,在附录中介绍高程与平面控制网模拟法设计的两个电算程序。

本书内容紧密结合我国生产实践,循序渐进、由浅入深地进行控制网设计的理论分析,介绍切实可行的控制网设计方法。本书可供测绘专业、工程测量专业作为有关控制网设计的教材,也可供城市测量、工程测量等工程技术人员参考。

责任编辑 沈 恬

封面设计 沈 恬

城市与工程控制网设计

顾孝烈 编著

同济大学出版社出版

(上海四平路 1239 号)

新华书店上海发行所发行

常熟市印刷二厂印刷

开本: 787×1092 1/16 印张13.25 字数: 334千字

1992年1月第1版 1992年1月第1次印刷

印数: 1-2000 定价: 3.90元

ISBN7-5608-0910-3/TU·110

目 录

绪论	(1)
第一章 城市平面控制网的布网原则和精度衡量	(8)
§1-1 城市平面控制网的布网原则	(8)
§1-2 平面控制网的坐标系统选择	(9)
§1-3 平面控制网的精度衡量	(12)
§1-4 点位误差椭圆与相对点位误差椭圆参数的计算	(28)
§1-5 起始数据误差影响的估算	(34)
第二章 城市测角网(三角网)的布设和精度分析	(37)
§2-1 城市测角网的技术规定和边长精度系列	(37)
§2-2 测角交会定点的精度分析	(41)
§2-3 测角独立网的精度分析	(48)
§2-4 插网的精度分析	(52)
§2-5 线形锁的精度分析	(55)
第三章 城市测边网边角网的布设和精度分析	(58)
§3-1 城市测边网的技术规定和边长测量的精度评定	(58)
§3-2 测边交会的点位精度估算	(60)
§3-3 测边网的点位精度和边长、方向角精度估算	(61)
§3-4 测边网和测角网的点位精度比较	(62)
§3-5 边长测量和角度测量的精度匹配	(65)
§3-6 独立测边网的精度估算	(68)
§3-7 边角网的精度分析	(72)
§3-8 城市边角网的设计	(76)
第四章 城市导线网的布设和精度分析	(80)
§4-1 城市导线网的技术规定与设计方法	(80)
§4-2 典型直伸导线的设计理论	(81)
§4-3 导线网精度的初步估算	(85)
§4-4 导线网精度的模拟法计算	(87)
§4-5 导线和导线网的精度分析	(89)
§4-6 城市导线网的设计	(97)

第五章 城市全球定位系统(GPS)网的布设	(101)
§5-1 GPS 定位技术布设控制网概述	(101)
§5-2 GPS 定位技术用于城市控制测量	(102)
§5-3 GPS 城市平面控制网布网方案	(102)
第六章 城市高程控制网的布设和精度分析	(105)
§6-1 城市高程网的技术规定与布网原则	(105)
§6-2 水准网的布设和精度分析	(106)
§6-3 三角高程网的布设和精度分析	(116)
第七章 工程控制网的布设和精度分析	(121)
§7-1 工程控制网概述	(121)
§7-2 控制网优化设计概述	(123)
§7-3 桥梁控制网的布设和精度分析	(126)
§7-4 大坝变形观测控制网的布设和精度分析	(131)
§7-5 隧道施工控制网的布设和精度分析	(134)
§7-6 控制网精度估算中顾及起始数据误差	(138)
第八章 控制网精度设计的修正	(141)
§8-1 试验修正法概述	(141)
§8-2 矩阵反演公式	(142)
§8-3 未知数协因数阵的修正	(145)
§8-4 利用矩阵反演公式对控制网精度试验修正数例	(149)
第九章 控制网设计的可靠性分析	(157)
§9-1 控制网的可靠性概述	(157)
§9-2 可靠性理论与可靠性量度	(158)
§9-3 观测值可靠率的计算	(170)
§9-4 控制网的可靠性分析	(174)
第十章 控制网设计的敏感性分析	(182)
§10-1 观测值的敏感性概述	(182)
§10-2 敏感性分析优化设计理论	(183)
附录一 高程控制网模拟法设计程序	(187)
附录二 平面控制网模拟法设计及平差计算程序	(191)

绪 论

一、城市测量概述

城市建设是我国四个现代化建设中的主要方面，因为在城市中集中了一个地区的行政管理、工业、商业、科学研究和文化教育等机构，集中了大量的人口，在国民经济建设、文化建设和国防建设中占有重要地位。随着我国社会主义建设的不断发展、随着改革和开放，城市建设将以更快的速度发展。

我国目前城市建设面临的任务是：大城市主要是改建和建设卫星城镇，中、小城市主要是改建和扩建，另外还要建设许多新兴的城市。不论是城市的改建、扩建和新建，都要求按照社会主义建设的原则，进行科学的规划设计、施工和管理。

城市测量所提供的自然地形、人工建筑和权属界址等资料，是编制城市规划、设计和施工文件的基础。在城市建设的施工中，需要配合进行测量工作。在现代化的城市管理中，测量资料更是不可缺少的信息系统之一。

城市测量工作主要是在控制测量基础上：(1)测绘各种大、中比例尺的地形图、地籍图和获取测量数据，为城市规划、土地管理和各种建筑工程设计提供有关资料；(2)为建筑工程的施工放样提供平面和高程的起始数据，并进行现场定位；(3)为城市管理提供地形和地物的现状及其变化信息，例如地面沉降测量、工程建筑物竣工时的验收测量和运行中的变形观测等。由此可见，城市测量工作在城市建设和管理中具有重要作用。

现代城市的特点是：工程建设是在不停顿地进行之中，再加上自然和人为因素的影响，使城市的地形、地物等处于不断地变化之中，如果长期不加以复测和监测，有时会导致严重的后果；另外，土地权属也会有经常性的变更，地籍测量必随之而进行。因此，现代城市测量工作的任务是建立一个广泛的动态信息系统，这种信息系统对于合理地进行城市规划和科学地进行城市管理是必不可少的。

星罗棋布的平面控制点的坐标和水准点的高程，构成城市地形测量、地籍测量和工程测量的框架。进行高质量的上述城市测量的先决条件为建立一个具有合适的点的密度和足够精度的城市测量控制网，这个控制网也应该是城市测量动态信息系统中具有相对稳定性的参考基准。

二、城市平面控制网的基本精度和密度

城市平面控制网的基本精度和密度应满足城市最大比例尺测图、地籍界址点确定和一般市政工程施工放样的需要。

城市地形图测绘的比例尺是根据城市建设和管理的用途来确定的。测图比例尺的选用如表 1 所示。

测图比例尺选用

表 1

用 途	比 例 尺	等高线间距
城市总体规划、厂址选择、方案比较等	1:10000 1:5000	2~10m
城市详细规划、分区规划和工程项目的初步设计等	1:2000	1~2m
工程项目的施工设计、地下管线图、厂区及地下工程竣工图等	1:1000 1:500	0.5~1.0m

因此,一般在城市的市区、工业区、卫星城镇测绘 1:500 比例尺地形图,小城镇及大城市郊区测绘 1:1000 比例尺地形图,所属农村测绘 1:2000 比例尺地形图,在整个城市范围内(包括所属郊、县、农村)测绘 1:5000~1:10000 地形图。

比例尺为 1:5000~1:10000 地形图已属于国家基本用图范围,一般用航空摄影测量来完成,除了某些大城市能单独进行以外,一般由省测绘局提供。城市测量单位进行的地形测量的比例尺一般为 1:500~1:2000。

城市基本地籍图的比例尺一般为 1:500 或 1:1000,建成区宜采用 1:500 比例尺,独立工矿和村庄也可采用 1:2000 比例尺。

测图比例尺越大,对控制点的点位精度要求越高。在地形图上,平面位置的图解精度为图上的 0.1mm,对于 1:500 和 1:1000 比例尺的地形图,相应于实地的点位精度为 5cm 和 10cm。因此,我国的城市测量规范对于城市中地形图比例尺为 1:500 测图区,规定四等以下各级平面控制网的最弱点的点位误差相对于起算点(上级控制点)而言不大于 5cm;对于 1:1000 测图区不大于 10cm^[1]。由于对平面控制网中的最弱点有如上的规定,因此相邻同级点之间的点位误差会小于 5cm 或 10cm,使图解法测图或解析法测定地物点坐标的精度,在起算数据方面能得到保证。

地籍界址点定位及地籍图测绘对平面控制点提出的精度要求相当于 1:500 比例尺地形测图^[2]。

上述城市平面控制网的精度规格对于一般市政工程的施工放样,例如规划道路定线、管道施工测量、建筑物位置测设等也是能满足要求的。因为一般市政工程的施工放样要求新建筑物和构筑物与邻近已有建筑物的相对位置误差为 10~20cm,因此作为平面位置施工放样的控制点本身具有 5~10cm 的误差也是容许的。对于城市建设中施工放样要求更高精度的特种工程,例如大桥、地下铁道等,则可以利用城市基本平面控制网的一个已知点坐标和一个已知方位,布设独立的高精度的专用工程控制网来解决。

以大比例尺地形图(不论是平板仪测图和摄影测量成图)为基础的城市地形信息系统,可以称为图解系统,即城市地区的地形、地物等信息主要表示在图上,城市建设的规划设计是在图上进行的,施工放样的起算数据也是从图上取得。

由于近代测量技术的发展,使有可能较方便地取得地形和地物等的大量点位的三维坐标值,经过数据处理以后,转变为数字化的地形模型。城市地形和地籍资料将以数字的形式存储于电子计算机中(磁带或磁盘中),城市建、构筑物的设计和放样、界址点的拨定、保存和恢复均以数字为基础,地形图和地籍图的图解显示仅作为一种参考资料,起着工作示意图的作用。因此,设计、施工放样或地籍确权的精度不再受地形图或地籍图的比例尺图解精度的限制,而可

以从工作本身的需要提出要求。在这种数字化系统中，对城市控制网会提出更高的精度要求。

城市基本控制网(图根控制网以上各等级控制网的总称)是城市的一项基本建设，应该使其具有较长的使用年限。因此从发展的眼光来看，城市基本平面控制网的点位精度应该尽可能使其具有高于 5cm 的精度(例如 3cm)。

平面控制点的点位误差是一个相对概念，是在有限范围内相对于另一点而言。首级网中的控制点相对于所选定坐标系中的原点和坐标轴方向(或指定的起始点和起始方向)而言的点位误差，或加密网中的下级控制点相对于作为起算数据的上级控制点而言的点位误差，称为绝对点位误差(一般简称为点位误差)；控制点相对于某同级点而言的点位误差称为相对点位误差。

城市规划设计中大比例尺图的应用和市政工程的施工放样，对于单个工程项目来讲都有一定的范围，因此对控制网的精度要求也只要在一定范围内得到保证，这个范围一般认为是最远点相距 2km，即是以 1km 为半径的圆，如图 1 所示。但是这种在一定范围内的精度保证，应在整个城市范围内延续。

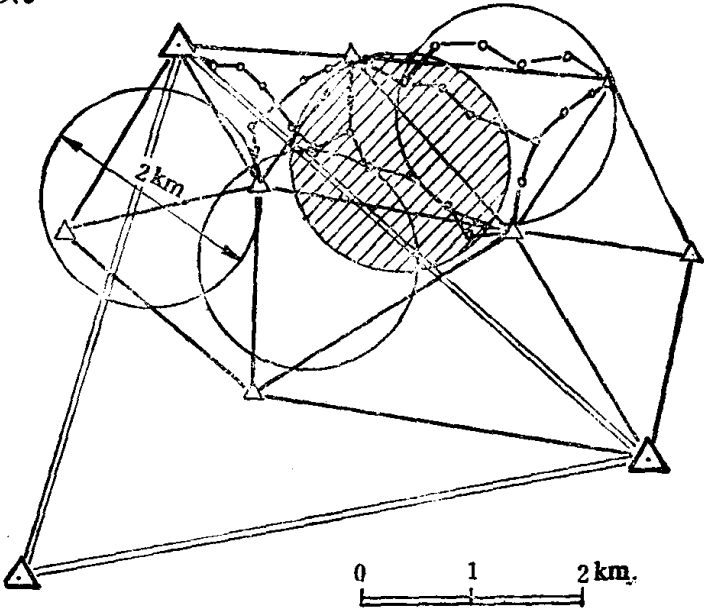


图 1

因此，在城市首级网的全面控制下，以平均边长为 2km 的四等网为界，《城市测量规范》规定四等以下平面控制网的点位误差是相对于上级网点而言，是绝对点位误差。网中离上级控制点最远或结构强度最薄处的点其点位误差最大，称为最弱点，最弱点的点位误差不应大于 5cm。

对于平均边长为 2km 的四等平面控制网，相邻点间的距离已经达到上述范围的极限，因此《城市测量规范》规定四等网的最弱相邻点的相对点位误差不应大于 5cm，这就是指相对于相邻同级点而言。

至于对城市二等和三等平面控制网的精度要求，则应使其能控制下级网而进行设计。

控制点的密度同样也决定于地物点、界址点等的测定精度要求。地物点、界址点的平面位置精度主要相对于图根控制点而言，并限制相邻点之间的距离误差。

地形图上地物点相对于邻近图根点的点位中误差与邻近地物点间距中误差，不应超过表 2 的规定。

图上地物点点位中误差与间距中误差

表 2

地 区 分 类	点位中误差 (图上mm)	邻近地物点间距中误差 (图上mm)
城市建筑区和平地、丘陵地	0.5	0.4
山地、高山地和旧街坊内部	0.75	0.6

地籍测量中，界址点的点位误差、间距误差、与邻近地物点的关系距离误差，不应超过表 3 的规定^[2]。

界址点点位误差与间距误差

表 3

地区分类	界址点对邻近图根点点位误差(cm)		界址点间距允许误差 (cm)	界址点与邻近地物点关系距离允许误差 (cm)
	中 误 差	允许误差		
城镇街坊外围界址点及街坊内明显界址点	5	10	10	10
城镇街坊内隐蔽界址点及村庄内部界址点	7.5	15	15	15

对于地物点和界址点不论用平板仪以图解法测定,或用经纬仪、卷尺,或配合测距仪,或用全站型仪器以测记法测定,其精度与至图根点的距离有关。距离越远,其精度越低。

在地形测量中,为了保证地物点和地形点的测定精度,用经纬仪视距法测定时视距的最大长度有如表 4 的规定。

地物点和地形点视距的最大长度

表 4

比 例 尺	地物点(m)	地形点(m)
1:500	40(实量50)	70
1:1000	80	120
1:2000	150	200

规定了测图时视距的最大长度，实际上就是规定了图根点的密度。如图 2a所示，设控制点按正三角形的三角网形式布设,三角形边长为 S ,视距最大长度为 D ,则 $S=\sqrt{3}D$ 。设每个控制点所控制的面积为 A (图中阴影线部分),则

$$A=\frac{\sqrt{3}}{2}S^2=0.866S^2$$

(1)

由此可以算得大比例尺测图时,在平坦开阔地区,图根控制网的边长、每点控制面积以及每平方公里需要布设的点数列于表 5。

平坦开阔地区图根点的密度

表 5

测图比例尺	图 根 控 制 网			
	边 长 (m)	每点控制面积 (km ²)	每平方公里点数不少于	
			(计算)	(规定)
1:500	90	0.007	143	150
1:1000	140	0.017	59	50
1:2000	260	0.059	17	15

如图 2b 所示, 设控制点按正六边形的导线网形式布设, 导线边长为 S_1 , 则 $S_1 = D$ 。每个控制点的控制面积(图中阴影线部分)为

$$A = \frac{3\sqrt{3}}{4} S_1^2 = 1.299 S_1^2 \tag{2}$$

这两种典型的布网形式, 如果要求每个控制点控制的面积相同(密度相等), 则

$$S_1 = 0.816 S \tag{3}$$

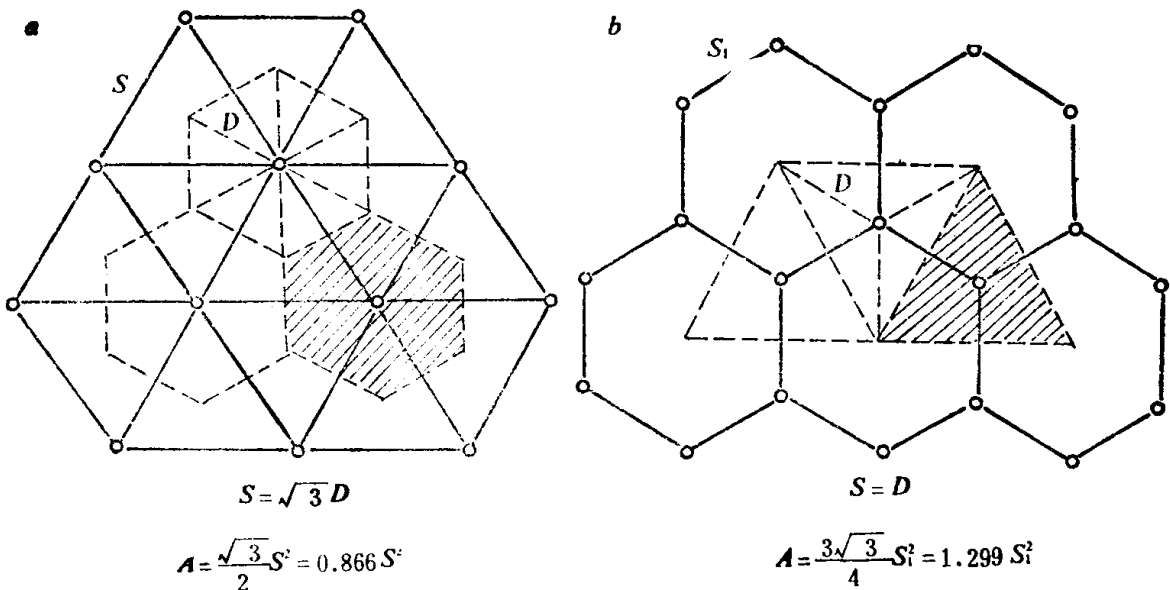


图 2

各种等级控制网的边长与控制面积之间的关系以及导线网与三角网的密度等价, 均可按(1)、(2)、(3)式进行估算。

以上讨论图根控制点密度时是按照测定点位的精度要求来限制最大视距和图根控制网的边长。现代测距仪在测图中的应用, 使测距误差在 1km 以内不超过 1cm, 据此可以放宽测站点至地物点的距离和图根控制网的边长。但是由于城市地区的地物众多、交通频繁, 造成通视障碍, 放宽距离和边长实际上只能在较空旷地区才能实现。在地籍测量中, 由于界址点测定的精度要求高于地形测量中对一般地物的要求, 因此图根点的密度还要有所增加。

图根控制网所依附的城市一、二、三级导线或一、二级小三角网、小三边网以及以上各等级的控制网点是城市的基本平面控制点, 其边长和密度决定于控制下级网的需要。

城市地区图根控制网的布置形式主要为图根导线, 图根导线的容许长度决定于图根导线测量的精度和对导线点位的精度要求。容许的导线点的点位误差为 $0.1\text{mm} \times M$ (M 为测图比例尺的分母)。图根导线测量必须快速简便, 目前以普通的 DJ6 级经纬仪和钢尺量距为主(测距仪的使用已在逐渐增加)。根据导线测量的精度和导线的误差传播规律, 规定图根附合导线的长度为 $1\text{m} \times M \sim 1.5\text{m} \times M$, 即对于 1:500 比例尺测图为 500~750m, 对于 1:1000 比例尺测图为 1000~1500m。考虑到图根导线有一定的曲折度, 因此从控制图根导线的需要出发, $1\text{m} \times M$ 也可以作为城市最低等级(一般为城市二级)基本平面控制网点的间距(如果为导线, 则为线路间距), 即在 1:500 测图区(一般为市区)为 500m, 对于 1:1000 测图区为 1000m。如果从控制市政工程的施工放样的需要出发, 则基本平面控制网点的间距为 500m 也是恰当的, 这样在使用时只需要布设 1~2 个测站即可将施工对象与基本平面控制点进行连测。

如果要使基本平面控制点的间距不超过 500m, 按均匀分布的公式(1)计算, 则每平方公

里大约需要布设 5 个点。城市地区的低等级基本平面控制网一般以导线形式沿已有道路布设,很难做到均匀分布。如果按城市二级导线平均边长为 200m、导线与导线之间的间距为 500m 计算,则每平方公里大约需要布设 10 个基本平面控制点。

三、城市高程控制网的基本精度和密度

城市高程控制网在城市的规划、建设和管理中与平面控制网具有同等重要的作用。高程控制网的布设,不仅要满足城市大比例尺测图的需要,而且还要满足城市工程建设、地面沉降观测和城市管理需要。因此,城市高程网必须要有足够的精度和密度。

城市高程控制网应与国家一、二等水准点相连测,以取得国家统一的高程系统,如果由于历史的原因已采用地方高程系统,则与国家水准点连测后,可求得地方高程系统与国家高程系统的差值。城市高程控制网中应建立稳固的地方水准原点作为基准点,作为基准点一般应埋设基岩水准标石。

城市基本高程控制网的建立一般用二、三、四等水准测量。首级网采用何种等级,视城市范围和需要而定,其施测的技术要求和国家相应等级的水准测量相一致。城市测量中对高程精度有特殊要求者,可布设一等水准网,其技术要求亦与国家一等水准测量相同。

目前,已可以用电磁波测距三角高程测量在非平坦地区代替三、四等水准测量建立高程控制网。在布设城市一、二级导线时,电磁波测距的斜距改平和三角高程测量同时进行,建立所谓平高同测网,已证明是行之有效的。

为了满足测图与施工放样的需要,在基本高程控制网下,还需布设图根水准网、图根三角高程网和工程水准网。

城市高程控制网的特点是:(1)精度要求较高,特别是在平坦地区;(2)水准点的密度要求较大,特别是在进行建筑的地区;(3)水准点的高程并不都是很稳定的,这是由于城市中大量建筑工程进行的开挖、打桩,并和荷载、交通运输所产生的振动以及因生产、生活需要而大量抽取地下水有关,后者也是城市地区产生地面沉降的主要原因。因此,城市中的水准测量往往需要进行周期性地复测,特别是在地面沉降较明显的城市。

城市基本高程控制网是城市大比例尺测图、城市工程测量和地面沉降观测等的基本控制,控制点的高程精度应满足上述各项项目的需要。

城市最大比例尺 1:500 地形图的等高距一般为 0.5m,用图根三角高程测定测站点的高程中误差不超过等高距的十分之一则为 $\pm 50\text{mm}$,最低等级水准测量作为图根三角高程测量的高一级控制其精度应提高一倍为 $\pm 25\text{mm}$ 。不用等高线表示地形的城市建筑区和平坦地区的地物平面图,规定铺装地面的高程注记点的高程中误差不超过 $\pm 70\text{mm}$,平坦地区图根点的高程用水准测量测定,如果具有 $\pm 25\text{mm}$ 的高程精度也足以进行控制。

在城市工程测量中,以自流管道(下水道)的高程测设精度要求最高。当管道的最小设计坡度为 0.5‰ 时,每公里的设计高差为 0.5m。为保证设计坡度的施工精度,施工测量误差按每公里高差的十分之一计算则为 $\pm 50\text{mm}$,则最低等级水准测量精度按提高一倍计算为 $\pm 25\text{mm}$,这和 1:500 比例尺测图的要求是一致的。

考虑到低等级水准点的误差既由测量误差引起,也受到高级点的起始数据误差的影响。以起始数据误差影响为测量误差的 $1/\sqrt{2}$ 计算,则由本级水准测量误差引起水准线路中最弱点的高程中误差应为 $\pm 25\text{mm}/\sqrt{1.5} = \pm 20\text{mm}$ 。因此,《城市测量规范》对设计水准路线的

主要规定为:各等水准网中最弱点(相对于起算点)的高程中误差不得超过 $\pm 2\text{cm}$ 。

由于大比例尺测图、建筑施工和沉降观测等的需要,城市地区水准点的密度应尽可能大一点,但是考虑到埋设与保管的不易,并且在测图时大量的平面图根控制点可以用图根水准测定其高程,对于工程施工还可以布设专用的工程水准路线,因此城市水准点的间距在建筑区一般为 $1\sim 2\text{km}$,其他地区为 $2\sim 4\text{km}$ 。

四、工程控制网概述

工程建设地区布设测量控制网的目的有下列三个方面:(1)为工程建设的設計收集地形资料,例如测绘平面图、地形图和断面图等,并且也为收集地质资料服务,例如地质钻孔位置的确定等;(2)建立施工控制网作为工程建筑物和构筑物施工放样的依据;(3)监测建筑物和构筑物在施工、运营、使用时期的变形,例如位移、沉降、倾斜等。

有关以上三方面的控制测量工作,由于时间有先后,范围有大小之分,形式和精度要求也不相同。因此一般不可能将控制网一次布设完成以满足各方面的要求,而是分期布设。例如在收集地形资料、进行测图阶段,设计建筑物的位置尚未最后确定,此时布设的控制网就无法考虑建筑物施工放样的要求;变形观测控制网的精度要求一般高于施工控制网,而施工控制网的精度要求又高于测图控制网。

工程建设地区的面积一般为 $1\sim 2\text{km}^2$,但是也有超过 10km^2 ,相当于中小城镇。因此为设计而进行测图所布设的控制网可以按照相应规模的城市控制网来布设。工程控制网这一名称的含义一般也不包括为收集地形资料而布设的控制网。

工程控制网都是为特定的工程建设中的某些项目服务的,不论施工放样或变形观测,都需要确定某些待定点相对于起始点或基准点的位置关系,或需要确定待定点与待定点之间的相对位置关系。

在工程控制网中,测定平面点位或高程的精度一般要求为毫米级,特别精密的工程也会提出在 1mm 以内的精度要求。网中并非对所有的点位要求有同样高的精度,而是有所侧重,并且往往关心某些点位在特定方向上的精度。例如水利枢纽的变形观测控制网,侧重于大坝轴线两端以及排列在大坝轴线方向上的点位,对于重力坝主要是关心水流(水压)方向上的点位精度,而对于拱坝则关心拱冠处径向和拱座处切向的点位精度;桥梁施工控制网要求保证桥梁轴线方向上的点位精度;隧道施工控制网则要求保证贯通面处横向的点位精度。

对于点位精度也有绝对与相对之分。绝对点位精度是指施工点相对于控制点、变形点相对于基准点而言,例如精密工程施工放样、大坝变形观测等;相对点位精度一般是指一个施工点相对于另一施工点,例如在隧道贯通面上分别从两个洞口传递过来的两个施工点。

由于工程控制网的精度要求较高,各种工程建筑的现场条件差别很大,所注重的点位及其方向又各不相同,因此必须根据工程要求和具体条件,设计专用的控制网。

第一章 城市平面控制网的布网原则和精度衡量

§ 1-1 城市平面控制网的布网原则

城市平面控制网的布设应在控制点的精度和密度两个方面满足控制最大比例尺测图、地籍界址点测定、一般工程建设施工放样和变形观测的需要。在整个城市范围内,控制网的系统应该是统一的,城市首级网的范围应考虑到城市的远景规划,在网形和精度方面留有扩展的余地。

直接满足整个城市范围内的测图、测定与测设点位所需要控制点的数目是大量的,不可能一次布设完成。因此,一般都采用在统一全区的首级网的坚强控制下,分期分批地逐级布设下级网的加密方法。

由于技术与经济上的原因,城市的范围越大,首级网的边长就需要越长,使首级网的图形单元(三角形、多边形)的数目和点数不致过多。大城市的首级网点数控制在 70 点左右,中等城市控制在 50 点以下,小城镇控制在 30 点以下,而且应尽可能做到布点均匀、图形坚强。

我国的城市基本平面控制网分为二、三、四等和一、二、三级。过去,四等及四等以上均为三角网,一、二级为小三角网(包括线形锁)或一、二、三级导线网。这和当时测角仪器已发展到较高精度,而量距工具相对落后有关。70 年代后期,随着中、短程测距仪的普遍使用,四等平面控制网已开始采用导线网和测边网(三边网)。80 年代中,我国的大城市已有采用二等测边网和导线网作为数千平方公里面积的首级平面控制网^{[3][14]}。从目前城市测量单位所拥有的测量仪器和技术条件来看,导线网、测边网和测角网(三角网)一样,可用于建立城市各个等级的平面控制网。

各种边角混合网:用较多测距边来加强的三角网,用局部方向观测来加强的测边网、观测全部边长和方向值的完全边角网,以及各种形式的导线网将作为仪器设备、技术条件和精度、密度要求相适应的各种建网方案,极大地增加了控制网布网方案的灵活性,也增加了控制网按实际需要因地制宜进行优化设计的必要性。

全球定位系统 GPS(Global Positioning System)是利用卫星定位的系统。GPS 网不求测站间的通视,几何图形也不再是制约控制网精度的主要因素。用差分法测定点与点之间的坐标差,其中属于标准精度的观测方法可达厘米级,相对精度约为 $1\text{cm}/10\text{km}\sim 2\text{cm}/10\text{km}$,因此有可能用于建立城市高级平面控制网而显示出比常规大地测量方法的优越性。在目前条件下,较合理的方案是用 GPS 卫星测量来建立城市二等或三等平面首级控制网,再用常规的方法进行加密^{[5][6]}。

城市高级网布设时,应考虑便于低等级网的联测和加密。加密网在高级控制点构成的“框架”中应整片插入,这样可以减少分等级的层次、提高精度和网的整体性。

§ 1-2 平面控制网的坐标系统选择

布设城市平面控制网时必须考虑起始数据问题,也就是坐标系统的选择。

城市平面控制网的起算数据应该是国家的天文大地控制网。我国全国性的天文大地控制网的布设于 60 年代末已基本完成,80 年代初又进行了整体平差^[1]。其成果可以利用作为城市网的起始数据,其利用的程度应根据具体情况进行分析。国家三角网(或导线网)的精度(包括投影长度变形)经分析能满足城市测量要求时,可直接利用作为起始点布设独立网,或作为高级点而在其下进行加密。如果国家网的精度不能满足城市测量要求时,至少应选用国家网中一点的坐标和一条边的方位角作为起始数据,但其余国家点位的标石和标架应充分利用。

城市平面控制网的坐标系统最好是和国家网的统一坐标系取得一致,使城市网成为国家网的组成部分。但是城市网要求:根据平面控制点的坐标反算的两点间的边长与实地边长尽可能相符,也就是要求控制网边长归算到参考椭球体面上的高程归化值和高斯正形投影的距离改化值的总和,即所谓长度变形限制在一定数值内,才能满足城市最大比例尺测图和工程建设施工放样等的需要。因此,城市平面控制网要采用国家统一坐标系统必须具备下列条件:

- (1) 城市中心地区位于高斯正形投影统一3°带主子午线附近;
- (2) 城市平均高程面接近于国家参考椭球体面。

同时满足上述条件的城市为数不多,因此可以根据具体情况按下列次序选择城市平面控制网的坐标系统:高斯正形投影统一3°带平面直角坐标系(简称统一坐标系)、抵偿坐标系、任意带坐标系。分析说明如下:

一、控制网边长投影的长度变形

三角网中的基线边、导线网和测边网中的观测边长 D 归化至参考椭球体面上时,其长度缩短 ΔD 。设测线两端点的平均高程面相对参考椭球体面的高程为 H ,地球平均曲率半径为 $R(\approx 6371\text{km})$,则有下列近似关系式:

$$\frac{\Delta D}{D} = \frac{H}{R}$$
 (1-2-1)

即高程归化的相对数值 $\Delta D/D$ 与高程 H 成正比。当 H 为 50~2000m, $\Delta D/D$ 的数值如表 1-1 所示。

距离高程归化的相对数值 表 1-1

$H(\text{m})$	$\frac{\Delta D}{D}$
50	1/127000
100	64000
160	40000
300	21000
500	12700
1000	6400
2000	3200

椭球体上的边长 S 投影至高斯平面,其长度放长 ΔS 。设该边两端点的平均横坐标为 y_m ,则其近似关系式为:

$$\frac{\Delta S}{S} = \frac{y_m^2}{2R^2} \quad (1-2-2)$$

式中 $\Delta S/S$ 为高斯正形投影距离改化的相对数值。当 y_m 为 10~150km, $\Delta S/S$ 的数值如表 1-2 所示。

高斯投影距离改化的相对数值 表 1-2

$y_m(\text{km})$	$\frac{\Delta S}{S}$
10	1/810000
20	200000
30	90000
45	40000
50	32000
100	8100
150	3600

城市地区的平面控制网需要有接近于 1 的投影长度比, 使在大比例尺测图和工程建筑施工放样时可以直接使用控制点的数据而不需进行化算。

对于城市最大比例尺 1:500 测图, 其图幅大小为 500mm×500mm, 如果认为横跨相邻图幅的两个平面控制点间的投影长度变形小于 0.05mm 时可以忽略不计, 则其相对变形为 1/10000。对于一般市政工程的施工放样, 要求平面控制点之间的相对精度为 1/20000。因此从城市最大比例尺测图与市政工程施工放样两者中要求较高的来考虑, 使其实际上不受影响, 规定平面控制网边长的投影长度变形不应大于 1/40000, 即每公里长度变形不大于 2.5cm。

但是从表 1-1、表 1-2 所列数字来看, 城市地区高程大于 160m 或其平面位置离开统一 3° 带主子午线的东西方向距离(横坐标的绝对值)大于 45km 时, 其长度变形均超过规定的 1/40000, 这时就应该采取适当的措施。

二、抵偿坐标系统

距离的高程归化投影于抵偿高程面上的高斯正形投影统一 3° 带的平面直角坐标系统简称抵偿坐标系统。

利用高程归化和高斯投影对于控制网边长的改正为前者缩短、后者伸长的特点, 存在着两者相互抵偿的地带, 即根据 (1-2-1) 式和 (1-2-2) 式, 使

$$\frac{H}{R} = \frac{y_m^2}{2R^2} \quad (1-2-3)$$

当然, 完全抵偿是不可能的, 因为同一城市地区高程不完全相同, 地区还有东西方向的宽度。如果不能完全抵偿, 而容许有一个残余的差数 V_s , 则其相对差数为:

$$\frac{V_s}{S} = \frac{y_m^2}{2R^2} - \frac{H}{R} \quad (1-2-4)$$

如果按照城市地区容许的长度变形使 $V_s/S = \pm 1/40000$, 并设 $R = 6371\text{km}$, 则根据 (1-2-4) 式可以得到

$$y_m = \sqrt{12742H \pm 2029} \quad (1-2-5)$$

式中 y_m 及 H 均以 km 为单位。据此算得抵偿地带的高程和相应横坐标区间的数值列于表 1-3, 称为自然抵偿带。

自然抵偿带的高程和横坐标区间

$H(m)$	$\pm y_m(km)$
0	0~45
50	0~52
160	3~64
300	42~76
500	66~92
1000	164~122
2000	153~166

由此可见，对于一定的高程存在一定的抵偿地带，其东西宽度随高程的增加而愈来愈狭仄，而城市的地区位置往往不是正好在这一范围内。

不位于自然抵偿带内的城市可以考虑采用抵偿坐标系，此时选择高程修正值 ΔH ，使

$$\frac{H + \Delta H}{R} = \frac{y_0^2}{2R^2}$$

(1-2-6)

式中 H 为城市地区的平均高程， y_0 为城市中心地区某点的横坐标值， ΔH 为抵偿高程面至参考椭球体面的高差。

采用抵偿坐标系时，边长和方向观测值仍按统一 3° 带进行高斯投影的距离改化和方向改化，因此在此系统中的坐标值和归算至参考椭球面上的统一 3° 带高斯投影坐标的换算仅仅是简单地按比例缩放的关系，换算比较简单。

抵偿坐标系中，长度变形完全抵偿的地带也仅是横坐标为 y_0 一线，因此也应有东西宽度的限制。设横坐标变化为 Δy ，使投影长度变形限制为 1/40000，则可以得到下式：

$$\left| \frac{y_0^2}{2R^2} - \frac{(y_0 + \Delta y)^2}{2R^2} \right| = \frac{1}{40000}$$

(1-2-7)

对于各种 y_0 的数值，向东、向西的横坐标差为 Δy_E 、 Δy_W （向东 Δy 为正、向西 Δy 为负），如表 1-4 所示。例如对于 $y_0 = 75km$ ，则 $\Delta y_E = 12km$ ， $\Delta y_W = -15km$ ，此时抵偿坐标系统的东西宽度为 27km，横坐标区间为 60~87km，如果超出这个范围，则长度变形仍会大于规定的要求。

抵偿坐标系统的东西宽度(km) 表 1-4

y_W	Δy_W	y_0	Δy_E	y_E
-46	-56	10	+36	46
-49	-69	20	+29	49
-54	-84	30	+24	54
-60	-100	40	+20	60
22	-28	50	+17	67
40	-20	60	+15	75
60	-15	75	+12	87
89	-11	100	+9	109
117	-8	125	+8	133
143	-7	150	+7	157

三、任意带坐标系统

如果用上述方法仍不能解决投影长度变形值的超限问题,则采用高斯正形投影任意带平面直角坐标系统,简称任意带坐标系统,高程归化的投影面可采用城市平均高程面,高斯投影的投影带主子午线可选择通过城市中心地区的某一经度值,使尽可能减少投影的长度变形。

§ 1-3 平面控制网的精度衡量

一、平面点位的误差椭圆及其概率意义

平面控制点的位置是根据起始数据(起始点的坐标和起始方向角)并通过边长、角度等观测值进行计算,最后以一对平面直角坐标(x, y)来确定的。由于观测值中的随机误差(偶然误差),使平面控制点的坐标也具有随机误差 m_x, m_y ,并定义点位总误差为:

$$M = \sqrt{m_x^2 + m_y^2} \quad (1-3-1)$$

m_x, m_y 也称为点位在坐标轴方向上的误差。由于点位误差是一个二维随机变量,它不但可以用 m_x, m_y 来表示,也可以用其他任意两个相互垂直的方向上的误差,例如以某一方向为纵向、与之相垂直的方向为横向的纵、横向误差 m_l, m_u 来表示,即点位总误差可表示为:

$$M = \sqrt{m_x^2 + m_y^2} = \sqrt{m_l^2 + m_u^2} \quad (1-3-2)$$

在一般情况下, $m_x \neq m_y, m_l \neq m_u$, 由此可以说明,点位在各个方向上的误差是有变化的。能够全面地反映点位误差在各个方向上的全貌是点位误差椭圆,并且具有明确的概率意义。

如果观测值(边长、角度、方向、方位角)的误差服从正态分布,则作为观测值的函数的平面控制点的点位同样服从正态分布。

观测值的误差服从正态分布时的密度函数为:

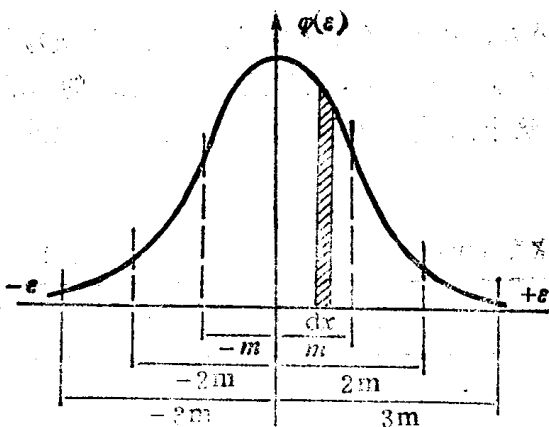


图 1-1 正态分布密度函数图形

$$\varphi(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}m} e^{-\frac{\varepsilon^2}{2m^2}} \quad (1-3-3)$$

式中 ε 为观测值的真误差, m 为观测值的标准差(中误差)。密度函数的图形如图 1-1 所示,其分布函数为:

$$\Phi(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}m} \int_{-\infty}^{\varepsilon} e^{-\frac{x^2}{2m^2}} dx \quad (1-3-4)$$

根据分布函数求得真误差 ε 落入区间 $(-m, m)$ 、 $(-2m, 2m)$ 、 $(-3m, 3m)$ 的概率为:

$$\left. \begin{aligned} P\{|\varepsilon| < m\} &\approx 0.6827 \\ P\{|\varepsilon| < 2m\} &\approx 0.9545 \\ P\{|\varepsilon| < 3m\} &\approx 0.9973 \end{aligned} \right\} \quad (1-3-5)$$

平面控制点的点位由于受观测值误差的影响为二维随机变量。二维随机变量 x, y 的正态分布的密度函数为: