

重力測量与地球形狀学

下 册

方 俊 著

科学出版社

重力测量与地球形状学

下 册

地球形状及地球重力场

方 俊 著

科 学 出 版 社

1 9 7 5

内 容 简 介

本书是重力测量与地球形状学的下册，主要内容是讨论作为大地测量学的基础——地球形状和地球重力场的理论和它们的发展方向的问题。自从人类成功地发射了人造卫星的短短十多年中，大地测量学已面临一个划时代的变革，地球形状学和地球重力场的研究也都发生了很大的变化。它们的研究目的，已越出了大地测量学的范畴，而成为目前空间研究中的一个重要项目。

本书共分 11 章，除了第 1 章介绍了一些基本概念和历史发展之外，其它各章都是讨论两个问题的理论。第 2 章讨论地球形状研究的几何方法，其中用了较多的篇幅介绍了近年来所发展的人造卫星大地测量学的问题。第 3—5 章是数学物理基础，讨论了引力问题、边界问题以及球谐函数的原理。第 6, 7 二章讨论地球重力场，前者是根据地面的重力测量，后者则是根据人造卫星的观测资料的研究。第 8—11 章，是地球形状学的经典研究，其中第 8, 9 二章，分别探讨了两种学派——经典的司托克斯问题的研究，和近代发展的地面形状的研究。最后两章所讨论的是大地测量学中的具体问题，即局部地球形状及垂线偏差的问题。

本书可作为大地测量方面科学研究的参考书籍。

重力测量与地球形状学

下 册

地球形状及地球重力场

方 俊 著

科学出版社出版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1975 年 4 月 第 一 版 开本：787×1092 1/16

1975 年 4 月 第一次印刷 印张：20 1/2

印数：报精 1—2,180 插页：精 2
报平 1—1,470 字数：413,000

统一书号：13031·259

本社书号：419·13—15

定价：精装本 3.30 元
平装本 2.60 元

作 者 序

在地球表面上进行天文-大地测量的主要目的是要建立起一个精度较高的大地坐标系,作为地图测绘工作的控制网。按照传统的方法,确定地面点的水平坐标,即经度和纬度的途径不外乎两条,或者应用天文观测直接测定点的经纬度,或则应用大地测量方法,从已知坐标的点进行联测。前者必须考虑垂线偏差的问题,而后者则必须知道地球的大小和它的形状。至于第三个坐标,即高度,则可以应用精密水准测量来求得。但是,其中也存在一个大地水准面的偏差,即高程异常的问题。研究地球形状和地球重力场的目的就是要解决这些问题。

研究地球形状的途径也不外乎两个方面。其一是几何方法,即根据天文及大地测量所丈量的弧线进行推算。另一个是物理学的,即根据地面的重力数据研究重力位问题,并由此推导大地水准面的形状。扼要地说,前者是确定地球的大小以及它的形状,即扁率问题;而后者则是推导局部偏差的问题。两者相互配合,我们就可以比较严密地解决地球形状的问题了。

地球重力场对于地球形状研究的重要性,早就为大地测量学者所了解。但是,真正地将重力资料应用到大地测量数据的处理上,还是晚近之事,可能还不到五十年。在本世纪四十到五十年代,地球重力学获得了很大的发展,新的、更为严密的理论正在逐步地形成。不过由于重力资料的不足,这种研究还没有得到推广。除此之外,天文和大地测量只能在陆地上进行,而大陆只占整个地球表面的30%,并且它们又被广阔的海洋所分隔,以致各个大陆上的天文-大地测量系统不能互相衔接。这也为地球形状的研究带来了不少的困难。因此,影响到本门学科的发展,进展十分缓慢。

但是,自从人类成功地发射了人造卫星,这种局面迅速地扭转过来了。一方面,人们为了精确地推算人造卫星的轨道,地面观测站坐标的精度就必须相应地提高,特别是,要建立以地球重心为原点的坐标系。这个问题虽然对研究地球形状是十分重要的,但是,在实际的地图测绘工作中却不是十分严重的问题,因而常常为人们所忽视。同时,按照传统的方法,解决它也是比较困难的。现在,它的重要性已十分明显,而必须予以解决。在另一方面,人造卫星的出现也为大地测量提供了前所未有的有利条件。我们已经可以利用人造卫星的观测资料,直接推算地面点的相对坐标。在本书第二章的后半部分中,将比较详细地讨论这个问题。目前,国际上已经有31个国家协作,在世界各地,建立了由46个测站所构成的坐标系。这项工作一共做了两年,已于1972年7月完成全部计算。

在人造卫星轨道的推算中,另一个重要的因素是地球的重力场问题。在过去,地球重

力场的研究主要用于地球形状的研究。现在,它已超出了原有的范畴,而成为卫星轨道计算中不可缺少的因素。因此,对于重力场的研究,将更为重要和迫切了。但是,也和上面所提到的几何的地球形状问题一样,人造卫星也为重力场的研究开创了十分优越的条件。我们可以利用人造卫星的观测资料反过来推算地球重力场的球谐函数的系数。这方面的研究将包括在本书的第七章中。

我们伟大领袖毛主席教导我们说:“人类的历史,就是一个不断地从必然王国向自由王国发展的历史。这个历史永远不会完结。……在生产斗争和科学实验范围内,人类总是不断发展的,自然界也总是不断发展的,永远不会停止在一个水平上。因此,人类总得不断地总结经验,有所发现,有所发明,有所创造,有所前进。”自从17世纪末叶,法国科学院用实际的测量工作解决了当时存在的有关地长和地扁学说的矛盾之后,地球形状的研究与地球重力场的研究相互配合,逐渐地形成了大地测量学中的一门十分重要的学科。随着时代的前进,由于生产实践中的需要,也由于科学技术的日益发展,特别是,量测技术及工具的不断改进,这门学科已经达到相当完备的地步。自从人造卫星出现后短短的十五年中,它的发展更为迅速,已经远远地超过了过去三百年的成就。

本书的基本内容是地球形状学中的重力学部分。除了第一章总论和历史发展概要以及第二章讨论地球形状学中的几何方法之外,其他各章都是从重力学的角度出发来讨论地球形状问题的。第三至第五章是这方面研究的数学物理基础,即讨论引力位、边界问题和球谐函数等问题。第六、七两章讨论地球重力场,前者是以地面的重力测量数据为依据,后者则讨论从人造卫星的观测资料来推求重力场的球谐函数系数问题。第八、九两章专论地球形状问题。前一章是传统的理论,即所谓经典的斯托克斯问题。后一章则是最近三十年来所发展起来的地面形状的研究途径。第十章讨论大地水准面的局部偏差,第十一章则讨论垂线偏差问题。后面两个问题是直到目前止的天文-大地测量数据处理中的基本问题。

本书上册重力测量学已于1965年3月出版。本书下册,初稿完成于1965年,后来又经过了多次的修改,才最后定稿。但由于作者知识有限,所参阅的文献又太少,可能挂一漏万,难免错误,还望读者批评指正。

1973年1月10日于武昌小洪山

目 录

作者序	(iii)
第一章 地球形状学的发展史以及它在近代科学技术中的地位	(1)
§ 1.1. 总论	(1)
§ 1.2. 古代学者对地球大小的测定	(7)
§ 1.3. 地扁学说与地长学说的争论及地球形状学研究基础的奠定	(9)
§ 1.4. 十九世纪地球形状学的进展	(12)
§ 1.5. 地球形状学近数十年来的成就	(16)
§ 1.6. 人造卫星的应用	(17)
参考文献	(19)
第二章 测定地球形状的几何方法	(21)
§ 2.1. 参考椭球与地球椭球	(21)
§ 2.2. 应用弧线测量确定地球的大小和形状	(22)
§ 2.3. 参考椭球的定位问题, 三维地心坐标系	(28)
§ 2.4. 卫星大地测量学中的轨道法	(30)
§ 2.5. 卫星三角测量	(32)
§ 2.6. 长距离的方向测量	(37)
§ 2.7. 测距定位法	(39)
§ 2.8. 立体摄影测量	(41)
§ 2.9. 用立体摄影测量技术建立地面的控制网	(43)
参考文献	(48)
第三章 引力及引力位	(50)
§ 3.1. 引力	(50)
§ 3.2. 引力位	(51)
§ 3.3. 力场	(52)
§ 3.4. 位, 位能及功	(53)
§ 3.5. 调和函数	(55)
§ 3.6. 几种简单体形的引力及其位	(55)
§ 3.7. 泊松公式	(60)
§ 3.8. 重力及重力位	(61)
§ 3.9. 均质椭球对内的引力及其位	(64)
§ 3.10. 艾复来及麦克劳令定理	(69)
§ 3.11. 旋转椭球对外点的引力和引力位	(72)
§ 3.12. 均质旋转椭球的力学扁率	(75)
参考文献	(77)

第四章 位理论的边界问题	(78)
§ 4.1. 高斯积分定理	(78)
§ 4.2. 格林公式	(80)
§ 4.3. 高斯定理	(83)
§ 4.4. 格林公式在引力位上的应用	(85)
§ 4.5. 底律希勒问题	(88)
§ 4.6. 第一边界问题的解	(90)
§ 4.7. 第二边界问题的解	(92)
§ 4.8. 第三边界问题的解	(95)
参考文献	(96)
第五章 球谐函数	(97)
§ 5.1. 一般坐标系统的拉普拉斯算子	(97)
§ 5.2. 球谐函数	(99)
§ 5.3. 勒让德方程的解	(102)
§ 5.4. 带球谐函数的形式	(105)
§ 5.5. 罗特利治公式	(106)
§ 5.6. 距离倒数的展开式	(107)
§ 5.7. 带球谐函数的几种特性	(109)
§ 5.8. 带球谐函数的零值	(113)
§ 5.9. 函数展为球谐函数的级数	(115)
§ 5.10. 第二种球谐函数及其循环公式	(116)
§ 5.11. 缩合球谐函数	(118)
§ 5.12. 缩合球谐函数的正交性	(125)
§ 5.13. 球谐函数的正常化	(129)
§ 5.14. 缩合球谐函数的导数和循环公式	(130)
§ 5.15. 球谐函数的加法定理	(131)
§ 5.16. 立体球谐函数	(134)
§ 5.17. 实例	(135)
参考文献	(137)
第六章 地球重力场	(139)
§ 6.1. 克莱劳定理	(139)
§ 6.2. 司托克斯问题	(141)
§ 6.3. 地球的正常重力场	(144)
§ 6.4. 索密里安公式	(145)
§ 6.5. 水准面上的克莱劳定理	(148)
§ 6.6. 引力位低阶球谐函数的系数	(153)
§ 6.7. 地球的力学扁率	(159)
§ 6.8. 扁球面问题	(162)
§ 6.9. 地球上重力常数的协调问题	(164)
§ 6.10. 世界重力测量	(167)
§ 6.11. 数理统计的分析	(169)

参考文献	(175)
第七章 卫星重力学	(177)
§ 7.1. 天体力学概要	(177)
§ 7.2. 摄动运动	(179)
§ 7.3. 一级的解	(183)
§ 7.4. 其他偶阶球谐函数的系数	(185)
§ 7.5. J_2 的二次项	(187)
§ 7.6. 奇阶球谐函数	(190)
§ 7.7. 带球谐函数系数的推导	(196)
§ 7.8. 田和扇形球谐函数系数的推导	(198)
§ 7.9. 实例	(204)
§ 7.10. 同步人造卫星的应用	(209)
§ 7.11. 近年对于地球引力场的球谐函数系数的新确定	(211)
§ 7.12. 卫星对卫星测速方法推导地球引力场	(215)
参考文献	(217)
第八章 调整后的大地水准面的研究	(219)
§ 8.1. 布隆斯定理	(219)
§ 8.2. 大地水准面的基本微分方程	(222)
§ 8.3. 斯托克斯级数及斯托克斯公式	(224)
§ 8.4. 斯托克斯公式的应用	(227)
§ 8.5. 斯托克斯-皮蔡特公式	(230)
§ 8.6. 不用正常位的计算公式	(231)
§ 8.7. 广义斯托克斯函数	(234)
§ 8.8. 顾及地球扁率的斯托克斯公式	(236)
§ 8.9. 斯托克斯公式的改进	(242)
§ 8.10. 斯托克斯级数收敛性的进一步改进	(244)
§ 8.11. 实例	(246)
参考文献	(251)
第九章 地球表面形状的研究	(253)
§ 9.1. 高程系统	(253)
§ 9.2. 似大地水准面问题	(256)
§ 9.3. 积分方程的简化	(260)
§ 9.4. 参考面为球面的解	(262)
§ 9.5. 实际计算公式 I	(267)
§ 9.6. 实际计算公式 II	(270)
参考文献	(273)
第十章 垂线偏差	(274)
§ 10.1. 定义, 相对和绝对垂线偏差	(274)
§ 10.2. 曼乃兹公式	(276)
§ 10.3. 垂线偏差公式的实际应用	(278)
§ 10.4. 地球表面的垂线偏差	(282)

§ 10.5. 模拟计算	(283)
§ 10.6. 应用扭秤研究垂线偏差	(287)
§ 10.7. 垂线的曲率	(291)
§ 10.8. 应用扭秤研究垂线的曲率问题	(296)
参考文献	(298)
第十一章 大地水准面局部起伏的研究	(299)
§ 11.1. 天文水准测量	(299)
§ 11.2. 似大地水准面的高程异常差	(301)
§ 11.3. 天文重力水准	(303)
§ 11.4. 模板计算	(304)
§ 11.5. 方格模板	(309)
参考文献	(314)
人名地名索引	(315)
名词索引	(317)

第一章 地球形状学的发展史以及它在近代科学技术中的地位

§ 1.1. 总 论

地球形状学是大地测量中的一门旁支学科，它是近代的大地测量学——包括理论研究和大地测量实践——的基础；它是和地球重力学相密切联系的，因而也是近代的空间技术，特别是远程导弹和人造卫星轨道研究中的一个亟待解决的问题。在大地测量中，在地面上所测量的距离和方向都必须按照一定的基准面来推算，方能求出点与点之间的相对位置。例如，在小规模的工程测量中，我们一般是假定地面为一平面，这样就计算简单，而不致产生可以影响精度的误差。如果在一块很大的面积，例如，在一个国家的领土上，或在一个洲的范围内，进行大地测量，应用平面作为计算的基础将产生巨大的误差，固不待论；就是采用一个大小不很正确的球面作为基础，也将发生很大的误差。举一个简单的例子来说，我们知道地球的半径大约等于 6,370 公里，如果所采用的球体的半径有 200 米的偏差，也就是有 32,000 分之一的偏差，则一个长度为 1,000 公里的南北方向的三角锁所确定的相对纬度差，将产生 1" 的偏差。地面上 1" 的偏差实际上等于 30 米，这是一个不可忽略的数字。又如我们知道地球并不是一个正确的球体，而是一个两极略呈扁平而赤道膨胀的扁球。这种扁平的程度名为地球的扁率，也就是赤道半径与极半径之差对于前者的比例。它大约等于 300 分之一。如果我们不考虑这种扁率，而用平均半径的球面来计算，则由上述的三角锁所推算的相对位置将有 1' 的误差(假定在中纬度地带)。根据近代大地测量中所推导出来的，比较精确的地球扁率，例如，过去许多国家所采用的海福特椭球，扁率为 297 分之一。而近代根据洲际大弧线，以及重力测量和地球人造卫星数据所推导的更精确的扁率为 298.3 分之一，与前者相比扁率相差不过为分母的 1.3 个单位，对于上述的三角锁也可以产生 0".5 的偏差^[21]。在近代的计算中，当然不会再忽略地球的扁率，但是，赤道半径相差 200 米，扁率分母相差 1 个多单位，十多年前还是一个争论的问题。对于近代的科学来说，这种误差，已经是不可忽略的了。因为，由于近代的量测技术的飞速发展，近代大地测量工作中所能够达到的量测精度已经超过了上面所说的水平。例如，应用天文方法在野外直接测定的经纬度的精度大约在 0".2—0".4 之间；方向测量的误差亦在 0".5 左右。应用殷钢基线尺在地面上直接丈量，误差在长度的百万分之一之内，

作为三角测量的起始边，还要经过两三次扩大，扩大之后，精度有所降低，但亦不会低于三十或四十万分之一。至于用近代的光速、微波或激光测距仪直接测量基线，其精度可达更高的水平。例如，用光速测距仪测量一条 30 公里的起始边，误差不过七十万分之一。此外，在一等三角测量中，测角中误差为 $\pm 0''.7$ 。按上述的量测水平来推算，一个边长为 200 公里的三角锁移，相对坐标的误差约在 ± 0.5 米左右，在南北方向，相当 $\pm 0''.02$ ；在中纬度的东西方向，也不过 $\pm 0''.03$ 。由此可知，只就大地测量本身而言，地球形状的研究已经具有十分重要的意义。

在另一方面，近代的空间研究中，精确地确定地球的大小和它的形状也是一个很重要和迫切的问题。人造卫星的轨道是根据地面的观测站的测量数据推算出来的。观测站在地面的位置是否测量得正确，就是决定观测数据精确度的一个重要因素。观测数据本身有错误，必然使推算出来的轨道发生偏差。观测站的坐标可以用天文测量来求出，也可以与他们附近的天文-大地测量系统进行联测来推算。正如我们都知道的，应用天文方法测定的经纬度受到局部的垂线偏差影响很大，一般在 $1''$ 左右，有些地区，则可以达到 $5''-6''$ ，甚至更大。因此，应用天文测量所测定的坐标还必须加入重力数据的改正，方能应用。和邻近的天文-大地测量系统进行联测可以得到较高的精度。问题是这个地区的大地测量系统是根据哪一个基准面计算的，这就又回到了地球的大小和形状的问题上来。目前世界各国的大地测量所采用的基准面——在大地测量中，我们总是采用一种旋转椭球面，名为参考椭球面——是各不相同的。由于这种差异，就使观测站的坐标不能统一。因此，必须先将与观测站有联系的大地测量系统都按统一的参考椭球面进行换算。这样，就很自然地会提出这样的问题：这个统一的参考椭球面究竟是什么，它的长半径究竟应该多大，它的扁率是多少？这是一个首先要解决的问题。世界各国在大地测量中，有的采用美国的海福特椭球，长半径为：6,378,388 米，扁率倒数为 297.0，西欧各国大多采用它；而苏联、东欧各国以及我国都采用克拉索夫斯基椭球，长半径为：6,378,245 米，扁率倒数为 298.3。但也有采用其他的参考椭球的。根据现代的研究，前者长半径大了 200 米，扁率倒数则小了 1 个多单位；后者的长半径也嫌大，大约大了 80 多米，扁率则较为准确。至于近代的数据则是根据综合研究推求出来的，其中包括天文-大地测量，特别是几条贯通各国的洲际大弧线，世界重力测量数据以及人造地球卫星观测资料的综合应用。虽然，所求出的数据还不可避免地存在一定的偏差，但是，对于提高人造卫星以及其他宇宙飞行器的轨道的计算精度已经起了一定的作用。

以上所说的只是就地球的大小和其形状而言的。另一个重要因素是根据各种资料所求出的参考椭球面的定位问题，也就是它与实际地球的相对位置问题：它的中心是否与地球的重心相合；它的轴是否与地球的轴相合。在过去的大地测量中，所采用的参考椭球面，不论其大小和形状如何，它的轴总是与地球的旋转轴相合的。这是因为地球是绕着这个轴旋转的，应用天文测量就比较容易地确定它。虽然这个轴也有周期性的变化，但是为

量很小,同时可以应用国际纬度站的观测来求出。至于中心问题,则一直是一个不易解决的问题。过去,在大地测量的研究中,虽然也认识到这是一个重要而必须解决的问题,但是总以为这是研究地球形状中的一个问题,对于实际的大地测量工作,其意义并不很大。正如过去,地球轴的半径可以差到 200 米,扁率倒数也可以差一个多单位,对于在一国或甚至一洲范围内的大地测量不会产生显著的误差一样,参考椭球的中心与地球重心相偏一、二百米,也同样不致引起明显的影响。但是,在目前的空间时代,情况就大不相同了。我们知道,人造地球卫星是围绕着地球的重心而旋转的,而对于宇宙飞行器的跟踪观测也是以地球的重心作为起算点的,观测台站坐标的原点(这里是指三度直角坐标的原点)的不正确,就直接影响观测值。这是问题的一方面。由于各个坐标系统的原点彼此不相同,必然使地球形状的研究不能得到精确的结果。根据一个国家或一洲的天文-大地测量的数据,经过严密的平差之后,就可以求出适合于这个地区的参考椭球面。这个参考椭球面是与这个地区的大地水准面(也就是海平面以及它在大陆底部的延伸面)最为吻合。由于地区的大地水准面的偏差,也就是说,区域性的过分的弯曲或平缓以及它的倾斜都可以使所求出的参考椭球的大小和形状发生偏差,同时也使其中心偏离地球的重心。十多年前,美国人曾经研究了北欧、北美以及日本的大地测量系统,发现北欧与北美的坐标系统相差 400 呎(122 米)而北美与日本系统则相差 500 呎(152 米)。这就大致可以看出过去各国所采用的参考椭球的中心与地球重心的偏差情况。

参考椭球中心的偏差是由于大地水准面的区域的偏差所引起的,前面已经说到了。如果我们能够将各大洲的大地测量联系起来,则地球形状以及它的定位问题就更易于着手,并且可以求得比较精确的结果。但是,我们知道天文和大地测量只能在陆地上进行,而陆地只占地球表面的 30%,并且各大陆又是被大洋所分割。在过去,我们找不到一种方法可以将远隔重洋的大地测量系统联系起来。一种设想是利用重力测量数据将每一个大地测量系统的原点(或几个基本点)的垂线加以纠正,也就是说将这些点上的天文测定的经纬度加上垂线偏差的改正,使每一个大地测量系统的基准面都平行于一个统一的椭球面。然后再进行整体的平差,以求出一个与实际地球十分吻合的参考椭球面。要实现这种理想,需要整个地球的重力测量资料,而在计算点的周围又需要十分密集的重力点。目前世界的重力测量是不能满足这种要求的,特别是在广大的海洋上,目前所进行的工作是微不足道的。自从人类成功地发射人造卫星之后,用大地测量方法将两个被大洋分隔的大地测量系统互相联系起来已经成为可能。因为,人们可以利用人造卫星作为一个空中目标,在两个不同系统的三角点上进行同步观测,从一个系统过渡到另一个系统。美国在 1964 年以后,曾先后发射了大地测量卫星安娜(ANNA)和塞可尔(SEGOR)。前者上面安有一个闪光灯,按规定时间发出闪光,以便在彼此分隔的大地测量系统的测站上应用弹道摄影机进行同步观测。从测量学中,我们知道,只要在地面上三个已知坐标点上测量未知点的方向,我们就可以用前方交会方法将此未知点的坐标计算出来。这是测量学上的

所谓前方交会法。反过来,如果在一个点上观测三个已知坐标点的方向,我们也可以确定这个点的坐标,这就是测量学上的所谓后方交会法。所以,如果我们在一个大地测量系统中,至少在三个点上同时对卫星进行摄影,求出卫星在不同时刻的一系列的坐标,而在另一系统的一些点上,也同时进行摄影,我们就可以通过卫星的坐标来确定其相对坐标。如此,我们将两个系统联系起来。

在这项工作中,我们所采用的方法是用摄影机对天空摄影。在底片上,同时照出卫星和恒星。我们就利用卫星在恒星之间的相对位置以确定卫星的坐标。这种方法可使卫星的坐标不受测量地点垂线偏差的影响,同时也避免了由于大气折光所产生的误差。这是比应用摄影经纬仪观测优越的地方。因为应用摄影经纬仪所测出的高度和方向(或地面的赤经和赤纬)都将受到垂线偏差以及大气折光的影响。但是,应用这种方法,要获得所需要的精度就产生一系列的困难。首先,闪光灯必须具备足够的亮度,不然就不能在一、二千公里以外,将光点照在摄影底片之上;同时,闪光时间又必须极短。安娜上所用的是氙充气灯闪光时间1.2毫秒,每次闪光的光输出为8,800烛光·秒,必须应用大型的弹道摄影机来摄影。目前所采用的是PG-1,000弹道摄影机,此机焦距为1,000毫米,孔径200毫米,再加上快速的感光片,可以摄取9等星。至于卫星必须定向,方能使它的闪光达到地面之上;又如恒星位置必须加以修正,等等,都必须一一予以解决。所谓塞可尔是“顺序核对距离”的缩写。卫星上装有一个脉冲转换器在接收到地面所发射的电波后,立即将它转换成两种不同的频率回复地面。分析了这两个不同频率的周相移动,可以改正电离层对电波的折射影响。地面上一共四个电子观测站,三个设置在同一个坐标系统的三角点上,另一个则设置在待联测的坐标系统的一个点上。应用调频的往返相位差,可以确定各点与卫星之间的距离,因而确定后面所说的三角点的坐标与前面三点的坐标的相对关系。在卫星通过这个观测范围的七分钟时间内,可以进行8,400次距离测量,或四个测站共进行33,000次测量。这些数据都直接记录在磁带上,输入电子计算机进行计算。

以上所说的联系方法,不论地面站所采用的观测方法是光学的或是电子测距的,都必须在两边的观测站上能够同时看到卫星。我们称这种方法为卫星大地测量学中的几何法。如果两边的测站相离太远,不能同时观测卫星,我们就必须采用另一种途径。我们可以在一个坐标系统的测站上观测卫星,推算它的轨道,等到卫星到达另一个坐标系统的上空时,再在这个系统的测站上进行观测,根据所推算出来的卫星位置,以推求这些测站的坐标。这就是卫星大地测量学中的所谓轨道法。后一种方法的联测精度当然要比前者差得多。

由此可见,现代的空间研究对于地球形状研究提出了比过去更高和更严格的要求;同时,也为这项研究提供了过去所不易取得的优越条件。这样,就大大地推动了本门学科的飞速发展。

现在,我们再具体地说明一下,地球形状的研究对象是什么。地球的表面是极为复杂

的。其中大约70%是海洋,而30%则为大陆。在大陆之上,高度在500米以下,比较平坦的地区约占半数,即占地球表面的15%左右,其它则为高山地区。其中,最高的高原,如我国的青藏高原,平均高度达5,000米,而地球上最高的山峰——珠穆朗玛峰则高达8,882米。海洋为海水所掩盖,表面是很平缓的。但是,海底地形的复杂性也不亚于大陆。太平洋中的一些深海沟,如马利亚纳海沟(在关岛之东南)和菲律宾海沟等深度都在万米以上。在陆地之上,我们可以用测量方法将各地的高低测绘出来,制成不同比例尺的地形图;在海洋上,我们也可以应用测深的方法,将海底的起伏测量出来。同样,可以绘成海底的地形图。海底的深度是以海洋面作为起算面的。虽然海洋面经常受到潮汐的作用、风浪以及海流的影响,而时有波动,但是大体上来说,还是比较平缓和稳定的。在陆地之上,我们应用水准测量方法测量各地的高度,这个高度也是从海平面起算的。世界上比较大的国家,一般都在沿海设置一个或几个验潮站,经过长期的观测,确定这个地区的平均海平面,这是高度测量的起算面。由此可知,大陆上的所谓高度,就是地面高出平均海平面向陆地底部延伸面的高度。我们在前面已经提到,这个面名为大地水准面,这是德国学者李斯丁所给的定义。大地水准面虽然也是一个很复杂的面,但是比实际的地球表面——高山地区可以高达几公里,海洋深处可以下陷十公里——就平缓得多了。从总的方面来看,整个地球的大地水准面大致和一个旋转椭球面很接近。所谓旋转椭球面就是一个平面椭圆曲线,以短轴为轴旋转所成的曲面。这个曲面是很规则的,我们可以用简单的数学公式来表达它。它是最接近于整个地球的大地水准面的。所以,我们称这个椭球(面)为总的椭球(面)或地球椭球(面)。前面所提到的不同国家所采用的参考椭球一般也是旋转椭球,但是它们的大小和扁率就不一定与总的椭球相同,同时它们的中心也不一定象总的椭球那样,必须严格地与地球重心相合为一。

严格地说,总的大地水准面和一个旋转椭球面还是有比较大的偏差的。例如,大地水准面的赤道就不是个圆,而是更接近于一个椭圆。根据最近的研究,它的长短半径相差104米,长径方向在西经 15° 线上。此外,南北半球的极半径,也不完全相等,相差15米左右。除此之外,还有一些比较大的地区,下陷40—50米,如太平洋的中部和大西洋西部;又有一些地区则隆起30余米,如印度洋和太平洋东部。至于其他较小的局部偏差就更多了。地球形状学的主要目的,一方面就是要研究地球椭球的大小和它的扁率,而另一方面则要研究上述的大地水准面的区域性和局部性的偏差。研究这种偏差对于大地测量本身来说,是很重要的。因为,我们已经说过,水准测量是以大地水准面为起算面的。如果后者偏出于我们所假定的椭球面,我们所推算出来的高度(这里是指高出地球椭球面,或其他所采用的参考椭球面),就存在误差。在地面上直接丈量的基线,或应用光速或微波测距仪所测出的扩大边的边长,都必须化算到椭球面上的长度。如果高度差了10米,则基线长度将产生六十多万分之一的误差,高度差20米,误差就将为三十万分之一。这是现代的大地测量所不能忽视的。其次,对于卫星观测站来说,我们必须知道它对于地心的

三维坐标,即从测站到地心的矢径和它的经纬度,或者以地心为原点,地轴为一轴的直角坐标。假如我们不能准确地知道大地水准面高出于椭球面的高度,我们就不可能算出地点到地心的矢径的长度(因而也不能得到直角坐标的正确数值)。这种误差将直接影响观测数据的精确度。所以,地球形状研究中的两个项目——地球椭球的大小和扁率,以及大地水准面的偏差,在近代的大地测量和空间科学中具有同等重要的意义。

在另一方面,人造地球卫星围绕地球运行的轨道,由于受到外界的干扰,而产生偏差。这些干扰中一个很重要的因素,就是由于地球不规则的形状所产生的。举例来说,如果地球是一个球体,其内部物质的分布又十分均匀(密度相等或成层分布),则卫星轨道应该是一个椭圆,轨道平面在空中的位置不变,同时,椭圆长轴(即所谓拱线)的方向也不变。由于地球是扁的,轨道平面就绕着地轴而旋转,同时,拱线也在轨道平面上旋转。旋转的速度随着地球扁率大小而异,同时,也由于轨道倾角的大小而不同。这是地球形状对卫星轨道影响中最大的一项。至于上面所提到的地球赤道的扁率以及大地水准面的起伏不平,都可以使卫星轨道产生不规则的运动,这就是轨道研究中的所谓摄动。如果我们对于地球的正确形状研究清楚了,上述的摄动就可以从理论上推算出来,因而也就可以对卫星的轨道加以修正。当然,这个问题也是同一问题的两个侧面。一方面,我们需要对正确的地球形状了解得更清楚,以便使轨道的推算更为准确,同时,反过来卫星轨道的偏差也正是研究地球形状的一个重要依据。所以,这个问题也只能采取逐步接近的办法,并且也只有与大地测量和重力测量资料进行综合研究,才能得到比较可靠的结果。

地球不规则形状对于卫星轨道的摄动实际上是通过地球重力场的不规则而起作用的。从力学的概念来看,人造卫星的运行是在地球重力场内进行的。重力场的不规则分布,必然使轨道产生偏差。这也是由于地球形状的不规则,当然,也与地球内部物质分布不均匀有关。但是,我们也可以从反面来看。由于地球重力场的不规则分布,才产生了大地水准面的起伏不平。由此可见,地球形状的研究和地球重力场的研究实际上是同一个问题的两个侧面,不过一则表现于水准面的起伏,一则表现于重力场的变化。大地水准面实际上是一个等位面,也就是说,在这个面上重力位到处相等。在另一方面,重力就是重力位对于垂线的一次导数。因此,大地水准面的形状与地球的重力场是密切关联的,重力位则为它们相联系的纽带。重力是地球引力和由于地球自转所形成的离心力的合力,后者的数量很小,只有引力的 $1/288$ (赤道上,其他地方则更小)。离心力只与纬度有关,高度的影响很小。高度相差一、二百米,也不致产生明显的误差。所以,对我们来说,重力的变化,主要是引力的变化。我们在前面已经提到,研究大地水准面的形状主要是研究它在不同地点偏离标准椭球面(地球椭球面或其他的参考椭球面)的偏差。我们在前面称这种偏离为起伏。在以后文中,我们采用常用的专门名词——高程异常。任何一个椭球都将在它的周围形成一个引力场。我们可以根据椭球的大小和扁率以及离心力的大小,推导出一个理论公式。根据这个公式所计算出的不同纬度的重力值名为正常重力值。地面上实

测的重力值,经过归算到大地水准面之后,与正常重力值之差称为重力异常。如果整个地球都进行了重力测量,达到足够的密度,我们就可以根据这种分布在全球的重力异常值计算出任何一个地点的高程异常。但是,由于地球上重力资料的不完备,使上述的理论无从实现。重力资料的欠缺,首先在海洋上。虽然在二十年代,早已找到了在海洋上进行重力测量的方法,但是半个世纪过去了,海洋上的重力数据仍是寥寥可数。这主要是由于人们对于重力资料的重要性认识不足。只是到了六十年代,在空间科学的飞速发展的推动下,一些国家才对海洋重力测量重视起来。十多年来,虽然进行了不少工作,但是,对于广阔海洋来说,还是很稀少的。至于大陆,则在某些高山和交通不便的地区,也还有不少空白点。近年来,人们应用人造地球卫星的观测资料,对于地球的引力场做了不少的研究。目前已推导出地球引力场的球谐函数表达式达到 16 阶。地球的引力场(或重力场)是很难用数学公式表达的。16 阶 16 级的球谐函数公式一共包含 283 个系数^[2]。但也只能表示经纬度各为 10° 多的面积的平均值。局部的细小差异仍无法表示出来。这种研究,对于人造卫星轨道的计算可以提供一种依据,但对于地球形状的研究则仍嫌过于粗略。必须与地面测量进行综合研究,才能获得精确的结果。

在本节中,作者已将地球形状和地球重力场问题作了扼要的说明,介绍了这两项研究的主要内容,它们之间的关系,以及它们在近代的大地测量和空间科学发展中的地位。在本书以后的各章中,将从理论上探讨这些问题。

我们伟大领袖毛主席教导我们说:“**实践、认识、再实践、再认识,这种形式,循环往复以至无穷,而实践和认识之每一循环的内容,都比较地进到了高一级的程度。这就是辩证唯物论的全部认识论,这就是辩证唯物论的知行统一观。**”地球形状学是大地测量学领域中的一门理论学科。它的发展是由于生产上的需要,是为了解决大地测量工作中的基础问题。两三百年来,大量的实际量测数据,以及大地测量工作对它的要求日益提高,使这门学科不断地向前发展。但是,时至今日,过去的传统概念,已愈来愈不能满足目前的需要。自从人类成功地发射了人造卫星的短短十多年中,地球形状研究上所获得的成就已经远远地超过了过去的 300 年。大地测量学以及这门理论学科——地球形状学已面临一个重大的变革。它的研究内容,过去的传统概念,都将发生划时代的改变。如何建立三维大地坐标系的问题,将代替过去的椭球面大小和形状的研究,同时,时间也将以第四个坐标进入坐标系之中^[2]。

§ 1.2. 古代学者对地球大小的测定

远在公元前六世纪,希腊的哲学家毕达哥拉斯就已经在著作中宣称大地是球形的。后来,亚里斯多德进一步证明了毕氏的观点,将大地为球形的概念肯定下来。但是,对于地球大小的估计则直到公元前二世纪才由伊拉托逊尼作出。他发现埃及的西彦(即现在

的阿斯旺)在夏至中午时,太阳可以直射井底,而在亚历山大里亚则在同一时刻,太阳向南偏出一个圆周的五分之一。他假设两地在同一子午线上,并且根据当时商队旅行的估计,假定其间距离为5,000斯达提(Stade, 古代希腊长度单位,约合现在180余米)。由此可以算出,地球周长为250,000斯达提,半径约为40,000斯达提,合现在7,400公里。与现代所知道的数据相差甚多。但是,问题并不在于他达到的精度,而是在那个时代,已经有了量测地球大小的概念。这是十分可贵的。在这以后的一千年中,历史上对于量地的问题没有任何记载。西方历史所记载的最早的量地工作是阿拉伯人在九世纪测量的。但是,根据我国新唐书天文志记载,则唐代太史监南宫说早在唐开元12年(公元725年),已经在河南平原开展了地面丈量工作^[27]。这个思想还可以追溯得更早。在六世纪时,隋朝的刘焯曾经向炀帝建议^[28]：“择河南平地,量数百里,南北使正。……同日度影,得其差率”。炀帝没有采纳他的意见,因此,使这一有意义的工作拖延了一百多年。当然,当时的目的是要进一步证实周髀算经所说的“周髀长八尺,勾之损益寸千里”之不可靠。唐开元12年,南宫说在僧一行的指导下,从滑州的白马台(即今河南滑县白马乡),中经开封的浚仪台、扶沟台到达上蔡的武津台(即今上蔡县东北45里之朱里店),丈量了一条长达240公里的子午线。同时,在四个台上观测夏至时的圭影长度。如果我们知道当时圭尺的长度,就不难从影长之差约略算出纬度差。根据近人的推算,纬度1°约合当时的351里又80步^[25]。据日本历史学家足立喜六的研究^[26],唐代的里有大程小程之分,大程一里为360步,合现在545.5米;小程一里为300步,合454.4米。一般通用是小程。按此数折算,则纬度1°的子午线长为160公里,较实际数字大了40%。但是,当时的地面丈量的精度是很高的。如用现在我们所知道的各台的纬度来推算,则纬度每度为112公里略多一些。比实际数字大了1.5%。丈量路线实际上与子午线倾斜约2°,也可以使所求结果略长。读者可参阅表1.1。

表 1.1

台 名	距 离		圭 影 长	纬 度	纬度 1° 子午线长
	唐 里	公 里			
白 马	198 里 79 步	90.1	5 寸 7 分	35° 32'	} 112.7 公里
浚 仪*	167 里 281 步	76.3	5 寸 3 分		
扶 沟	160 里 110 步	72.9	4 寸 4 分	34° 3'	} 112.4 公里
武 津			3 寸 8.5分	33° 24'.5	

* 浚仪台位置已无从查考。

公元827年,阿拉伯天文学家在美索不达米亚平原(现在伊拉克首都巴格达西北地区)进行了地面丈量。由此推算出来的地球周长为20,400,000艾伦。艾伦是当时阿拉伯的长度标准,后来发现它就是现在还保存在开罗的米基雅尺(Mikyās),约合0.54米。如此,则地球四分之一周长等于11,016,000米,即纬度1°的子午线长为122.4公里^[10a]。