

# 抗震结构计算理论和方法

李 桂 青 著



地 震 出 版 社

1985年

# 抗震结构计算理论和方法

李 桂 青 著

地 震 出 版 社

1985年

## 内 容 提 要

本书系统阐述抗震结构的计算理论和方法,共分四篇。第一篇是结构动力学基础,着重介绍弹性体系自由振动的计算方法。第二篇是弹性及弹塑性抗震理论,着重介绍我国抗震规范中地震荷载计算方法的理论基础,系统阐述结构地震反应的直接动力法。第三篇主要介绍随机振动的振型分析法及其在风、地震作用下结构反应分析中的应用,并扼要阐述了动力可靠性理论。第四篇介绍框架轻板建筑、高层建筑及高耸结构的抗震试验研究结果及理论分析方法,列有便于工程应用的大量图表或简化公式。

本书可供工业与民用建筑、结构工程和建筑力学专业的大学生、研究生、工程技术人员、科学研究工作者和教学工作者参考。

## 抗震结构计算理论和方法

李桂青 著

\*

地 震 出 版 社 出 版

北京复兴路63号

北京·新村印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

\*

787×1092 1/16 26印张 643千字

1985年3月北京第一版 1985年3月北京第一次印刷

统一书号 13180·243 定价:5.00元

印数:00,001—13,000

## 序 言

本书是在著者的《结构动力学》、《概率论及其应用》两本讲义的基础上写成的，曾对我院工业与民用建筑专业的大学生、研究生讲授过多次，其部分内容还在湖北、辽宁、苏州、石家庄等省市建筑学会举办的专题讲座上讲过，这次出版时又进行了一次较大的修改。

著者在五十年代曾是王光远教授的研究生，书中有关变截面杆的振动、高耸结构的动力计算以及随机振动等章节都是在王老师指导下所进行的研究工作的总结。在撰写本书时又得到王老师的许多指导，并承他审阅书稿，提出许多宝贵意见，著者谨表衷心的感谢。

本书共分四篇。第一篇是结构动力学基础，着重介绍弹性体系自由振动的计算方法。它主要取材于王光远教授和著者的有关讲义及我们共同的研究成果。在写法上力求概念清晰，通俗易懂，同时特别注意了静力与动力计算的联系，普通代数与矩阵代数的联系。一些重要章节还提出了学习要点，进行详细总结，列举大量实例。从著者多年的教学实践看，这部分内容不仅易于为研究生、大学生所接受，而且便于工程技术人员自学。

第二篇是弹性及弹塑性抗震理论，着重介绍我国规范中地震荷载计算方法的理论基础，系统阐述结构地震反应的直接动力法，即逐步积分法。

第三篇是随机振动，主要讨论随机振动的振型分析法、地震作用及结构反应的概率分析。同时还系统综述了近年发展起来的动力可靠性理论，即安全度理论，以及我们的研究成果。值得指出，动力可靠性理论还是正在发展中的一门新兴学科，国外虽然从七十年代以来发表了大量文献<sup>[66-84]</sup>，取得了一些进展，但主要限于单自由度体系，而且对输入特性也做了很多限制。国内近年来对安全度理论是日益重视的，但目前仅侧重于静力方面。因此本书对动力可靠性的系统介绍，对于进一步开展这方面的研究工作会有一定促进作用。

第四篇介绍著者近年来对框架轻板建筑、高层建筑及高耸结构振动计算及抗震性能的研究成果。本篇有著者亲自所做的大量试验和现场实测资料，以及在试验研究的基础上提出的计算方法。在高耸结构一章中，列有大量实用图表，很便于工程应用。本篇中有关框架轻板建筑整体破坏性和非破坏性的试验研究，是武汉建材学院抗震研究室分别与石家庄市建材局、苏州市建筑科学研究所共同完成的；动测资料及数据处理，主要是由欧四媛工程师负责并组织有关同志完成的；静测方面主要是由薛松山、胡炎林讲师负责并组织有关同志完成的。著者谨表示衷心感谢。

本书可供工业及民用建筑、工程结构和建筑力学专业的大学生、研究生、工程技术人员、科学工作者和教学工作者参考。除第三篇涉及随机过程理论外，其余各章均只要求一般结构力学、高等数学及矩阵代数的基础知识。

限于著者水平，书中必定存在一些缺点、错误，敬希读者批评指正。

武汉建材学院 李桂青

李桂青

## 常 用 符 号

除特殊说明者外,各符号代表意义如下:

$P(t)$ ——随时间变化的集中荷载

$P_0$ ——集中荷载的幅值

$p, q$ ——荷载分布集度

$t$ ——时间

$m$ ——集中质量(在个别地方代表力矩分布集度)

$\bar{m}, \bar{m}(x), \bar{m}$ ——质量分布集度

$m(x)$ ——风压脉动系数

$r$ ——半径

$\theta$ ——简谐周期荷载的圆频率

$E$ ——杨氏弹性模量

$G$ ——剪力弹性模量

$\sigma, \varepsilon$ ——应力、应变

$\sigma_s, \sigma_L$ ——屈服强度、极限强度

$\sigma_0, \varepsilon_0$ ——应力、应变的幅值

$U$ ——位能

$V$ ——动能

$S$ ——恢复力

$\tau_{ij}, \delta_{ij}$ ——刚度系数、柔度系数

$u$ ——线位移

$\varphi$ ——角位移

$u_0, v_0$ ——初位移、初速度

$J$ ——截面惯性矩

$J_0$ ——转动惯量

$F$ ——截面面积

$w, W$ ——重量(在有些章节内代表功)

$\bar{w}$ ——重量分布集度

$Q$ ——剪力

$M$ ——力矩(弯矩)

$\gamma, \gamma_0$ ——初相角或与初始条件有关的参数(在有些章节内代表质量、刚度等变化规律的参数)

$\beta$ ——阻尼系数或动力系数(在有些章节内代表质量、刚度、相关函数等变化规律的参数)

$\nu$ ——阻尼参数

$n$ ——衰减系数(在有些章节内代表机器每分钟的转数或具有其它意义的整数)

$\xi$ ——临界阻尼比(有时也代表一个变量)

$R$ ——阻尼力

$I_m$ ——惯性力

$\lambda$ ——对数衰减率

$\omega$ ——不计阻尼时的圆频率

$\omega'$ ——考虑阻尼时的圆频率

$\beta_0$ ——荷载频率与结构自振频率的比值

# 目 录

## 第一篇 结构动力学基础

|                          |        |
|--------------------------|--------|
| 第一章 概论                   | ( 1 )  |
| § 1.1 静力荷载与动力荷载          | ( 2 )  |
| § 1.2 结构动力学的任务           | ( 4 )  |
| § 1.3 弹性体系的自由度           | ( 5 )  |
| § 1.4 弹性体系振动的衰减          | ( 6 )  |
| § 1.5 动力弹性模量及动力刚度        | ( 8 )  |
| 第二章 单自由度体系的振动            | ( 10 ) |
| § 2.1 不计阻尼时的自由振动         | ( 10 ) |
| § 2.2 考虑阻尼时的自由振动         | ( 15 ) |
| § 2.3 在任意荷载作用下的强迫振动      | ( 21 ) |
| § 2.4 在简谐荷载作用下的强迫振动      | ( 22 ) |
| § 2.5 纯强迫振动——动力系数        | ( 26 ) |
| § 2.6 振动的合成——拍           | ( 29 ) |
| § 2.7 在周期荷载作用下的振动        | ( 30 ) |
| § 2.8 在突加荷载作用下的振动        | ( 33 ) |
| § 2.9 线性递减的荷载            | ( 34 ) |
| § 2.10 冲量荷载              | ( 34 ) |
| § 2.11 地面运动的干扰           | ( 36 ) |
| § 2.12 强迫振动的数值计算方法       | ( 37 ) |
| § 2.13 强迫振动计算的频谱方法       | ( 39 ) |
| § 2.14 强迫振动理论的工程应用       | ( 41 ) |
| 第三章 多自由度体系的自由振动          | ( 44 ) |
| § 3.1 概论                 | ( 44 ) |
| § 3.2 两个自由度体系的振动         | ( 44 ) |
| § 3.3 任意多个(有限)自由度体系的振动   | ( 50 ) |
| § 3.4 振型的正交性             | ( 58 ) |
| § 3.5 计算自振频率及振型的矩阵迭代法    | ( 60 ) |
| § 3.6 试算法                | ( 68 ) |
| 第四章 无限自由度体系              | ( 73 ) |
| § 4.1 等截面弹性直杆的弯曲自由振动     | ( 73 ) |
| § 4.2 单跨梁的弯曲自由振动         | ( 75 ) |
| § 4.3 具有复杂边界条件的单跨梁弯曲自由振动 | ( 80 ) |

|            |                           |              |
|------------|---------------------------|--------------|
| § 4.4      | 具有若干集中质量及弹簧支座的等截面梁的弯曲自由振动 | (83)         |
| § 4.5      | 弹性地基上等截面梁的弯曲自由振动          | (84)         |
| § 4.6      | 常轴向力对于等截面梁弯曲自由振动的影响       | (87)         |
| § 4.7      | 等截面杆的剪切振动                 | (88)         |
| § 4.8      | 具有复杂边界条件的单跨梁剪切自由振动        | (93)         |
| § 4.9      | 具有若干集中质量及弹簧支座的等截面梁的剪切自由振动 | (94)         |
| § 4.10     | 弹性地基上等截面剪切梁的自由振动          | (95)         |
| § 4.11     | 等截面杆的纵向及扭转自由振动            | (96)         |
| § 4.12     | 剪切变形和转动惯量的影响              | (98)         |
| § 4.13     | 振型的正交性                    | (102)        |
| § 4.14     | 弹性体系自由振动的积分方程             | (104)        |
| <b>第五章</b> | <b>变截面杆</b>               | <b>(107)</b> |
| § 5.1      | 贝塞尔函数简述                   | (107)        |
| § 5.2      | 计算简图的选择                   | (110)        |
| § 5.3      | 变截面杆纵向、剪切及扭转自由振动          | (111)        |
| § 5.4      | 附有若干集中质量的变截面杆的纵向自由振动      | (116)        |
| § 5.5      | 阶形杆的纵向自由振动                | (118)        |
| § 5.6      | 变截面杆的弯曲自由振动               | (119)        |
| <b>第六章</b> | <b>自由振动的近似计算</b>          | <b>(123)</b> |
| § 6.1      | 概论                        | (123)        |
| § 6.2      | 集中质量法                     | (124)        |
| § 6.3      | 能量法                       | (129)        |
| § 6.4      | 折算梁法                      | (134)        |
| § 6.5      | 里兹(Ritz)变分法               | (135)        |
| § 6.6      | 加权残数法                     | (138)        |
| § 6.7      | 渐近法                       | (140)        |
| <b>第七章</b> | <b>弹性体系的强迫振动</b>          | <b>(143)</b> |
| § 7.1      | 概述                        | (143)        |
| § 7.2      | 正则坐标                      | (144)        |
| § 7.3      | 无阻尼体系的强迫振动                | (145)        |
| § 7.4      | 有阻尼体系的振动方程                | (153)        |
| § 7.5      | 无阻尼体系在谐振荷载作用下的纯强迫振动       | (161)        |
| § 7.6      | 有阻尼体系在谐振荷载作用下的纯强迫振动       | (164)        |
| <b>第八章</b> | <b>有限单元法</b>              | <b>(166)</b> |
| § 8.1      | 基本概念                      | (166)        |
| § 8.2      | 直杆的剪切、轴向和扭转振动             | (167)        |
| § 8.3      | 直杆的弯曲振动                   | (176)        |
| § 8.4      | 框架分析                      | (181)        |

## 第二篇 弹性及弹塑性抗震理论

|                             |       |
|-----------------------------|-------|
| 第九章 地震动概论                   | (186) |
| § 9.1 概述                    | (186) |
| § 9.2 地震的成因与类型              | (186) |
| § 9.3 地震的震级与烈度              | (187) |
| § 9.4 地震造成的破坏现象             | (190) |
| 第十章 地震荷载                    | (193) |
| § 10.1 概述                   | (193) |
| § 10.2 振型分析法                | (196) |
| § 10.3 拟静力法                 | (201) |
| § 10.4 结构影响系数               | (203) |
| 第十一章 结构地震反应的直接动力法           | (207) |
| § 11.1 概述                   | (207) |
| § 11.2 单自由度弹塑性体系            | (207) |
| § 11.3 多自由度弹塑性体系            | (215) |
| § 11.4 土—结构体系的动力分析          | (221) |
| § 11.5 考虑材料非线性和几何非线性的杆元刚度矩阵 | (225) |

## 第三篇 随机 振 动

|                                   |       |
|-----------------------------------|-------|
| 第十二章 随机振动的振型分析法                   | (232) |
| § 12.1 具有空间相关性的随机荷载               | (232) |
| § 12.2 在脉动风压作用下结构振动的计算方法          | (234) |
| § 12.3 在风荷载与地震作用下结构反应的振型组合问题的若干分析 | (236) |
| 第十三章 地震作用及结构反应的概率分析方法             | (237) |
| § 13.1 简述                         | (237) |
| § 13.2 关于地震时地面运动的模型               | (237) |
| § 13.3 关于频谱密度和相关函数                | (240) |
| § 13.4 在地震作用下结构弹性反应的概率分析方法        | (243) |
| § 13.5 地震烈度的划分                    | (247) |
| § 13.6 地震谱曲线                      | (247) |
| § 13.7 振型组合方法及概率分析                | (257) |
| 第十四章 动力可靠性理论                      | (260) |
| § 14.1 概述                         | (260) |
| § 14.2 线性体系                       | (269) |
| § 14.3 非线性体系                      | (284) |

## 第四篇 几类结构的振动分析

|             |       |
|-------------|-------|
| 第十五章 框架轻板建筑 | (291) |
|-------------|-------|

|                   |                                      |              |
|-------------------|--------------------------------------|--------------|
| § 15.1            | 框架轻板建筑简介·····                        | (291)        |
| § 15.2            | 框架轻板建筑的动力特性·····                     | (293)        |
| § 15.3            | 苏州 78 型框架轻板建筑非破坏性整体试验研究·····         | (306)        |
| § 15.4            | 石家庄 KQ 79 型框架轻板建筑三层空框架整体破坏性试验研究····· | (317)        |
| § 15.5            | 墙板对整体刚度及动力特性的影响·····                 | (352)        |
| § 15.6            | 抗震设计中的几个问题·····                      | (331)        |
| <b>第十六章</b>       | <b>多层及高层建筑·····</b>                  | <b>(337)</b> |
| § 16.1            | 概述·····                              | (337)        |
| § 16.2            | 多层及高层框架建筑自由振动的近似计算·····              | (342)        |
| § 16.3            | 剪力墙及框架-剪力墙结构自由振动的近似计算·····           | (351)        |
| § 16.4            | 多层及高层建筑结构的电算法·····                   | (363)        |
| § 16.5            | 高层建筑自振周期的实测结果·····                   | (369)        |
| § 16.6            | 剪力墙的延伸率及结构影响系数·····                  | (370)        |
| § 16.7            | 高层建筑的地震荷载·····                       | (372)        |
| <b>第十七章</b>       | <b>高耸结构·····</b>                     | <b>(375)</b> |
| § 17.1            | 实测结果及震害概述·····                       | (375)        |
| § 17.2            | 自由振动的计算方法·····                       | (376)        |
| § 17.3            | 电视塔的模型试验·····                        | (392)        |
| § 17.4            | 水平及竖向地震的联合作用·····                    | (395)        |
| <b>参考文献</b> ····· |                                      | <b>(398)</b> |

# 第一篇 结构动力学基础

## 第一章 概 论

### § 1.1 静力荷载与动力荷载

荷载是指对结构的外界作用，它引起结构的变形、内力等等。荷载种类繁多，但按其作用的特性及效应来说，可以概括为静力荷载与动力荷载两类。

静力荷载是缓慢地加到结构上的荷载，其大小、方向及着力点位置是不变的，或者变化极为缓慢。在这种荷载作用下，结构各质点没有加速度，或者加速度极小，与荷载本身比较起来其影响可以略去不计。

动力荷载则是随时间迅速改变的，在它的作用下，结构各质点的加速度不能忽视。

静力荷载与动力荷载是相对的，有条件的，而不是绝对的。某种性质的荷载对于有些结构来说可以看作是静力的，而对于另一些结构则必须视为动力的。实际上我们经常碰到的荷载，除了结构的自重以外，几乎都具有一定的动力性质。例如图 1.1 所示的荷载，在施加于结构的过程中是由零逐渐增至  $P_0$  ( $P_0 = \text{常数}$ ) 值的，若加载时间  $t_0$  为 10 秒钟左右，则它对于极柔性的结构则必须视为动力荷载，而对刚性结构来说，则仍可视作静力荷载。关于这个问题，以后大家会理解得更清楚。

下面我们介绍几类工程上常见的动力荷载。

#### 1. 冲击荷载或冲量荷载

具有冲击性质的荷载很多，但通常所讲的冲击荷载大都指的是可以视为瞬时冲量的荷载，以下称为冲量荷载。这类荷载的特点是数值极大，但作用时间极短，它对结构的作用主

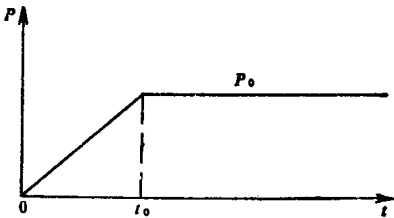


图 1.1

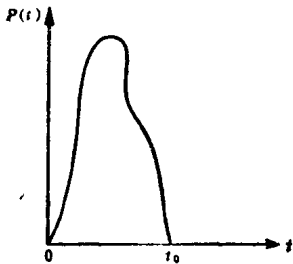


图 1.2

要取决于  $\int_0^{t_0} P(t) dt$  (图 1.2)，而与  $P(t)$  的大小及随时间的变化规律无关，或者关系不大。

为简化计算，常将这类荷载作为瞬时冲量来处理。当然，冲量荷载对结构产生的动力作用，除与荷载有关外，还与结构的动力性质有密切的联系。

物体间的碰撞作用，如汽锤在桩头上的碰撞、发射火箭的反推力等等都属于冲量荷载。此外，由爆炸产生的冲击波压力，若其作用时间  $t_0$  远小于结构的自振周期，也可以视为冲量荷载。

当然，作用时间不是很短但却以冲击方式施加于结构的荷载，也可以叫做冲击荷载，不过在计算其动力效应时所采用的方法将不同于冲量荷载的情形。

2. 突加荷载

荷载突然以其全部大小施加于结构上，然后即保持不变，继续作用在结构上，这种荷载称为突加荷载。

有些荷载，如吊车制动力，是迅速加在结构上，然后在足够长的一段时间里（与结构自振周期相比）基本上保持不变，则可近似地作为突加荷载处理（图 1.3）。

3. 简谐周期荷载

周期荷载是指按相同时间间隔重现的荷载。所谓简谐周期荷载，乃指按正弦或余弦规律改变的周期荷载，通常称为振动荷载。这种荷载在工程上最为常见，主要是机器运转时因转子具有偏心质量而产生的。

例如，一个每分钟转速为  $n$  的机器，其旋转部分有一不平衡质量  $m$ ，它与转轴的距离为  $r$ （图 1.4），则将产生的离心力为：

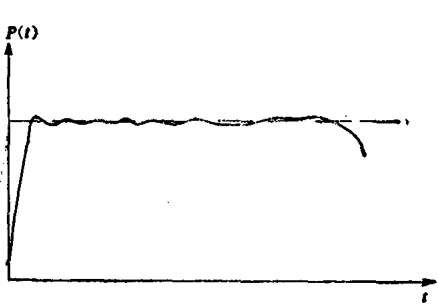


图 1.3

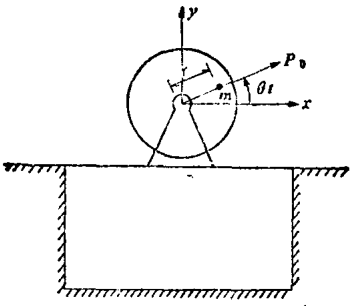


图 1.4

$$P_0 = m r \theta^2, \theta = \frac{n \pi}{30}. \tag{1.1}$$

显然，在机器运转时， $P_0$  的方向将不断变化，它沿  $x$ ， $y$  向的分量为：

$$P_x(t) = P_0 \cos \theta t, \quad P_y(t) = P_0 \sin \theta t. \tag{1.2}$$

上式表明，竖直分量与水平分量都是简谐周期荷载。

4. 移动式振动荷载

若振动荷载的位置不断变化，则称移动式振动荷载。例如，机车行驶时，由于车轮的不平衡质量产生的离心力就是移动式振动荷载。

5. 移动式冲击荷载

运行中的机车，若其车轮之轮缘有一缺口，则车轮每转一周，都会冲击一次铁轨，但冲击位置是不断变化的。这种荷载称为移动式冲击荷载。

6. 基础的运动（图 1.5）

很显然，基础的运动也会引起结构的振动，因而也属于动力荷载的一种，而且是十分重

要的一类动力荷载。

引起基础运动的原因甚多，如锻锤冲击、机车行驶、地震以及地下爆炸等等。

我国地震区分布很广，且地震的破坏力很大，因此必须充分重视对这类荷载的研究。

### 7. 脉动风压

风速、风压的大量实测资料表明：在一次大风过程中，当风力最强时，任意固定高度处的风压总是围绕其平均值平稳地变化（图 1.6）。因此，我们可以把风压分解为稳定风压与脉动风压两种类型。

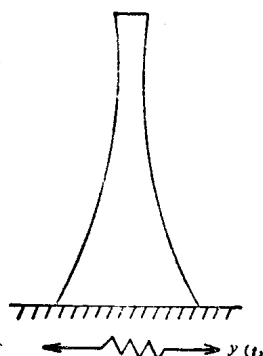


图 1.5



图 1.6

稳定风压对结构的作用一般说来是静力的，而脉动风压产生的效应则比较复杂，它对于一般刚性结构的动力作用很小，为简化计算，可以视为静力荷载。但对于高耸结构，如工业烟囱、水塔、电视塔以及各种高柔塔架和高层建筑，则必须视为动力荷载。我国过去在这方面的研究甚少，起步较晚，但近年来的进展较快，已取得一些成果<sup>[1-4]</sup>。

### 8. 稳定风压对于圆柱形高耸构筑物的动力作用<sup>[5,6]</sup>

许多实验和实测资料表明，稳定风压对圆柱形高耸构筑物除产生静力作用外，还会在垂直于气流的方向引起振动。这是由于平行的气流绕过构筑物时，在其尾部及靠近尾部的两侧产生强度很大的旋涡（图 1.7）。当一侧的旋涡恰好离开构筑物时，通过此侧的气流速度增加并取最大值，根据伯努利定律，作用在此侧的压力减少并取最小值，因而就在垂直于气流方向产生了压力差。而当两侧的旋涡周期地交错离开构筑物时，就在垂直于气流方向产生相应的周期性的压力差，从而引起构筑物沿垂直于气流方向的振动。而当周期性的旋涡离开构筑物的频率与构筑物的自振频率一致时即产生

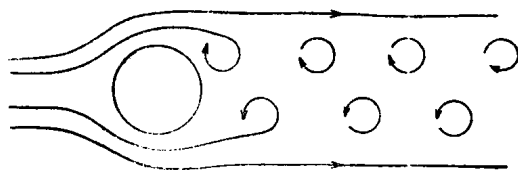


图 1.7

共振。这是一种很特殊的动力问题，目前在理论上研究得还很不够。

### 9. 罐中液体反应或受压液体、气体在管中流动时产生的动压力

这种荷载与运行情况有密切关系，也比较复杂，对于各种具体问题必须进行具体的调查研究和现场实测。

### 10. 各种爆炸产生的冲击波压力

由爆炸产生的对建筑物的冲击波压力，如图 1.8 a 所示。一般说来，核爆炸产生的冲击波压力，持续时间  $t_0$  要长一些，而负压在各种爆炸中是不考虑的。在进行振动计算时，通常将冲击波压力简化为线性衰减至零的荷载（图 1.8 b），而当  $t_0$  远小于结构的自振周期时，则视为冲量荷载。

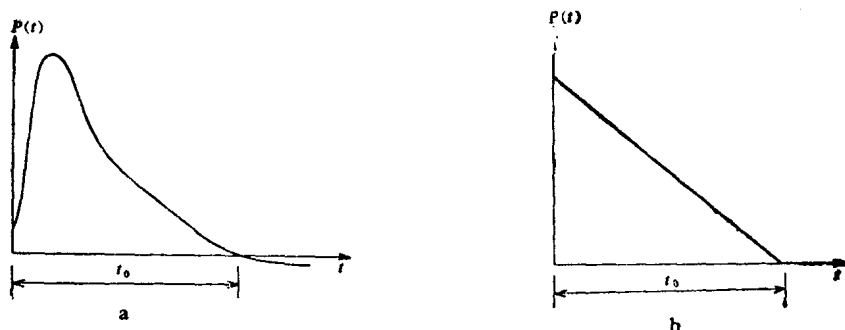


图 1.8

以上各种动力荷载，一般也常统称为干扰作用或干扰力。值得指出，我们实际工作中所遇到的各种干扰作用，几乎都具有一定的随机性，或者说偶然性，其数值或变化规律很难在事前作准确的预测，这就是所谓的随机荷载。不过，在很多情况下，由于随机性的影响不大，从而可以不作随机荷载处理。近年来，一般认为必须把地震荷载、脉动风压等视为随机荷载，用概率理论进行研究。在这方面，我国已取得不少成果<sup>[7-14]</sup>。

## § 1.2 结构动力学的任务

结构动力学是研究在动荷载作用下结构的强度、刚度及稳定性的一门科学。

所谓强度问题，主要是保证结构具有足够的承载能力而又不浪费材料。所谓刚度问题，主要是控制结构的变形不超过允许值。所谓稳定问题，从静力方面讲，是关于平衡形式或变形速度是否有突变的问题。大家知道，很多结构当所受荷载（一般为使结构受压的荷载）逐渐增大时，可能因荷载的量变而使结构的平衡形式或变形速度发生质的变化，这就是第一类稳定问题或第二类稳定问题。但荷载只是使结构丧失稳定的条件，而能否丧失稳定，取决于结构本身的几何、力学特性。众所周知，轴向压力无论怎么增大，也不能使短柱丧失稳定。动力稳定问题也是这样，除了与荷载有关外，还取决于结构的阻尼、频率等固有特性。

一般来说，动荷载对结构的动力作用，或者说动力效应，与静力效应是不同的。动荷载对结构的作用不但决定于荷载的大小及其随时间的变化规律，而且与结构的动力特性有极大的关系。动荷载产生的动力效应有时可以远远大于相应的静力效应，甚至一个不大的动荷载就可以使结构遭受严重破坏。但是，如果设计得当，动力效应并不比静力效应大很多，甚至还可以远远小于相应的静力效应。这说明研究结构在动荷载作用下的合理计算方法及设计原理是有重大实际意义的。但是，我们学习结构动力学，还不仅仅是了解荷载与结构的动力特性以及结构在动力荷载作用下的计算方法，还应该更积极地去探索如何改变动力荷载的特性，减少以致避免动力影响，或者变不利为有利。同时，还应该研究在一定的条件及一定动力荷载作用下结构最合理的形式、最合理的质量分布及刚度分布等等，力求使设计成为最优方案。

地震是一种具有大规模破坏力的荷载，因此对地震问题的研究是与国计民生密切相关的重大课题。当前应加强对地震预报、地震区场地选择、建筑物的抗震性能、破坏机理、抗震设计方法及控制地震等方面的研究。

显然，随着工业的日益发展，结构动力学的作用必将日益增加。但是由于动荷载作用下

结构的反应比较复杂，有关研究的时间还不太长，实践经验还不很多，因此结构动力学还远远地落后于结构静力学，有待今后进一步研究和发展。

### § 1.3 弹性体系的自由度

结构动力学中弹性体系自由度的概念与静力问题或稳定问题中自由度的概念是不相同的，在这里我们先讲一下它的特点和定义。

在结构动力学中，自由度就是弹性体系在一切可能变形中，决定其所有质点的位置所需要的独立几何参数的数目。下面用几个例子加以说明。

先看图 1.9 a 所示的梁，自重为  $q$  公斤/米，则此体系相当于具有无限多个质量为  $q dx/g$  的质点（图 1.9 b），因而要完全确定这一体系所有质点的位置就需无限多个独立的几何参数，所以它是具有无限多个自由度的体系。

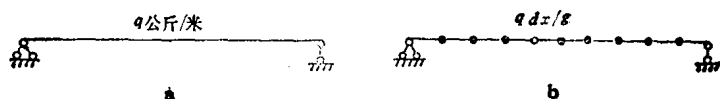


图 1.9

由此看来，一切实际存在的结构无一不是无限自由度体系。但是由于自由度的增多，一般将引起计算量的增加，或分析上的困难，因而不得不抓住主要矛盾，略去次要因素，将问题加以简化。例如图 1.10 所示的梁，如果其上的集中质量很大（例如一重型设备），则往往可以略去梁的质量，而简化为具有一个质体的体系。一个质体在平面内的位置，一般来说，需要三个独立参数才能确定，即二个独立的线位移和一个角位移。但是在许多情况下，质体角位移的影响不大，为简化计算可以略去不计，从而可以把一个集中质体看作是集中质点。以后如果不特别加以注明，一般都是这样处理的。再考虑到梁的轴向变形不大，从而就可以把图 1.10 所示的体系视为单自由度体系。

在工程上可以简化为单自由度体系的问题是很多的，例如图 1.11 所示的刚架，如果不



图 1.10



图 1.11

计梁、柱的轴向变形（下同），且梁的质量及刚度远大于柱的质量及刚度时，则可以不计柱的质量及梁的变形，从而简化为仅具有一个自由度的体系。有时候，柱的质量并不很小，但为简化计算，将柱的一部分质量集中于柱顶，一部分质量集中于柱基，经过这样一番处理以后，仍可将如图 1.11 之类的体系视为单自由度体系。用类似的办法把结构简化为单自由度体系的问题，以后还将比较详细地讨论。

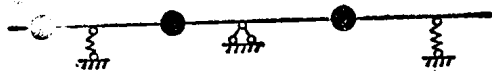


图 1.12

图 1.12 所示的体系具有三个集中质点，若梁的质量大于集中质量，或相差不大，则它为无限自由度体系。若梁的质量与集中质量相差很小，则一般可视为具有三个自由度的体系。

但若梁的刚度很大，弹性支座的刚度又很小，则此体系又可视为单自由度体系。

图 1.13 所示的体系，如不计横梁、竖柱的质量，则其自由度为 4。当体系的自由度不易直接看出时，可外加固定联系(如链杆)，使质点不发生任何线位移，则所需的最少外加联系的数目就是体系的自由度。例如图 1.13 所示的体系，需要外加 4 个链杆才能使质点固定，故其自由度为 4(图 1.14)。

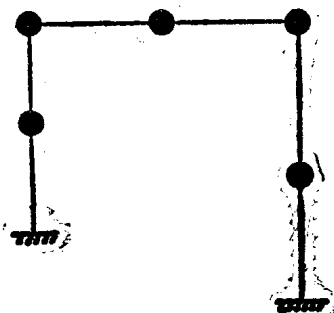


图 1.13

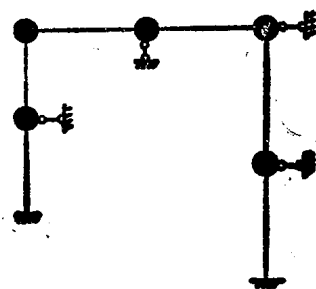


图 1.14

从上述可以看出，要判断体系自由度的数目，必须对具体情况作具体的分析。

### § 1.4 弹性体系振动的衰减

如对弹性体系施加某种干扰使其离开平衡位置，然后又去掉这种干扰，则体系将发生振动，这种振动称为自由振动。如果这个体系是理想的保守系，则自由振动的过程只是位能和动能相互转化的过程，而位能与动能之和不变，自由振动将无限地继续下去。但这与客观存在的实际现象并不符合。图 1.15 及图 1.16 分别是某钢结构电视塔模型和应城盐厂钢筋混凝土楼板在突然卸载下的自由振动记录，这二根曲线清楚地表明，自由振动的振幅并非恒定，而是逐渐减小，直至为零的。这种现象称为自由振动的衰减。



图 1.15 电视塔模型的自由振动

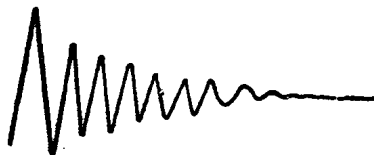


图 1.16 应城盐厂钢筋混凝土楼板的自由振动

弹性体系振动的衰减现象，说明在振动过程中伴随有能量的耗散。图 1.15 及 1.16 表明，不同材料、不同类型的结构在振动过程中能量耗散的情况是不同的。引起能量耗散的原因主要有以下几种。

1. 由于材料的内摩擦作用而使机械能逐渐转化为热能消失在周围介质中，这是能量耗散的重要原因。

大家知道，在弹性静力理论中，应力  $\sigma$  与应变  $\epsilon$  的关系总是采用线性关系，例如，

$$\sigma = E\varepsilon. \quad (1.3)$$

式中  $E$  为弹性模量。

按照线性定律,若加载时应力应变沿  $oA$  (图 1.17) 发展,则卸载时应力应变将沿  $Ao$  减小到零。材料在荷载下的变形能量,能够在卸载时完全复原。应力与应变的关系始终是单值的。但严格说来,这是不符合实际情况的。采用这种假定的目的是简化计算。这种简化对于大多数情况来说,反映了问题的本质,因此至今还在大量的静力问题中采用,在振动理论中,特别是在本书的第一篇中,一般都是从这个基本假定出发的。不过在研究振动衰减这个具体问题,必须采用更符合实际的假设,否则就不能解释衰减问题的本质。

精确的试验表明,应力应变曲线并不是完全弹性的。材料的变形伴随着内摩擦,要消耗部分能量,因此材料在加载时的变形能量,不能在卸载时全部恢复,使得应力应变曲线如图 1.18 所示。

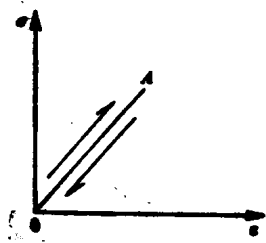


图 1.17

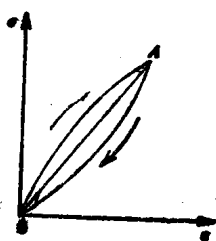


图 1.18

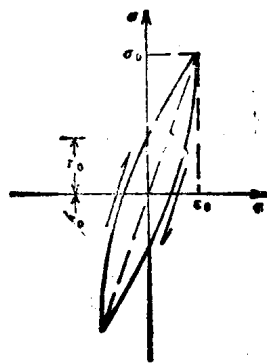


图 1.19

对于应力变化为对称振动的情况,一个循环的应力应变曲线如图 1.19 所示。从图 1.18 及图 1.19 可以看出:应变总是落后于应力,也就是说应力  $\sigma$  增加时应变  $\varepsilon$  增加较慢,而应力减小时,应变也减小得较慢,从而形成所谓“滞变回线”。滞变回线的面积是一个应力循环中单位体积材料内所耗散的能量,以  $\Delta U$  表示。与此对应的最大变形能量以  $U$  表示,显然  $U = \frac{1}{2}\sigma_0\varepsilon_0$ , 其中  $\sigma_0$ ,  $\varepsilon_0$  分别为最大应力与最大应变。通常把滞变回线的面积与最大位能的比值称为材料的耗散系数,以  $\psi$  表示:

$$\psi = \frac{\Delta U}{U}. \quad (1.4)$$

试验证明,耗散系数不仅随不同材料而异,而且与受力状态(剪切、拉压、弯曲等)及应力应变幅值等因素有关。有些实验资料指出:机械制造中所使用的某些材料(如合金钢及铜合金等)的  $\psi$  随应变的增加而迅速增加。但对建筑材料来说,仅当应变极小 ( $0-15^{-6}$ ) 时,  $\psi$  随应变的增加而增加,然后达到某一稳定值。从这稳定时的应变值开始,如果应变再增大,对于木材来说,系数  $\psi$  基本保持不变;对于钢来说,  $\psi$  有极其缓慢的增大;对钢筋混凝土来说,系数  $\psi$  保持不变到某一应变后又慢慢下降的趋势(图 1.20)。从实用观点来看,对于这些建筑材料可以认为在一般使用的应力应变幅值的范围内,  $\psi$  保持为常数。

材料耗散系数的大小,即滞变回线的面积,对于体系振动衰减有决定性的影响,而滞变

回线的形状则影响很小。表 1.1 给出了几种常用建筑材料在弯曲振动时的耗散系数，可供参考。

| 表 1.1 建筑材料在弯曲振动时的耗散系数 |                                                            |
|-----------------------|------------------------------------------------------------|
| 材 料                   | $1 \times 10^{-5} \leq \epsilon_0 \leq 100 \times 10^{-5}$ |
| 3 号 钢                 | 0.01—0.03                                                  |
| 木 材                   | 0.07—0.11                                                  |
| 混 凝 土                 | 0.26                                                       |
| 钢筋混凝土                 | 0.30                                                       |
| 砖 砌 体                 | 0.23                                                       |
| 各 种 橡 胶               | 0.2—1.2                                                    |
| 铝                     | 0.03—0.044                                                 |
| 玻 璃                   | 0.023                                                      |

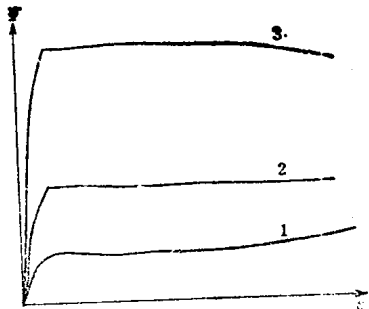


图 1.20  
1——3号钢； 2——木材；  
3——钢筋混凝土

2. 周围介质对振动的阻力。这种阻力主要决定于介质性质，同时也与结构形状、阻抗面积以及振动速度等因素有关，一些实验及实践经验证明，对一般工程结构的振动而言，空气阻力所耗散的能量只占总耗能的 1% 左右，即使对在振动中耗能甚小的钢烟囱这类结构来说，也不超过 5%。

3. 节点、支座联接间的摩擦阻力，这主要是由于构件之间或构件与支座间的相对运动所产生的。目前在这方面还研究得很少。

4. 通过支座基础散失一部分能量。体系振动时，显然要引起支座和地基的振动，又由于土壤的内摩擦等因素，使这种振动伴随着能量的耗散，这是通过地基散失能量的主要部分。其次是在土壤中产生的变形波向外传递而带走的能量，这部分一般较小。

上述使振动衰减的一些因素，统称为阻尼。体系的阻尼是体系重要的动力特性之一，它不仅对体系的自由振动有很大的影响，而且对于强迫振动来说也是很重要的。因而对阻尼的研究是有意义的。

§ 1.5 动力弹性模量及动力刚度

为了确定结构构件和结构体系的动力弹性模量及动力刚度，先介绍一下一般材料在静力与动力两种不同荷载作用下的一些性质，现以简单拉伸实验为例，简述如下。

1. 应力应变曲线与应变速度有很大关系

图 1.21 中的实线代表塑性材料应变速度很小（静力的）时的应力应变曲线；虚线代表应变速度很大时的曲线。从此图可以看出：材料屈服强度  $\sigma_y$  在动荷载下有很大提高，而且应变速度愈大，提高愈多。在冲击荷载作用下软钢的屈服强度  $\sigma_y$  可提高 2—3 倍。极限强度  $\sigma_l$  提高的程度比  $\sigma_y$  要小得多。

2. 应力在万分之几秒到几秒钟甚至更大范围内从零增至最大值时，动力弹性模量实际上可视为不变，且等于瞬时弹性模量。

3. 静力弹性模量一般是在加载很快的情况下测定的，因此与动力弹性模量实际上没有差别（图 1.21）。不仅钢材之类的金属材料如此，就是木材、混凝土等也是这样。只有橡皮、