

经济管理科学·生命科学·人文科学等专业适用

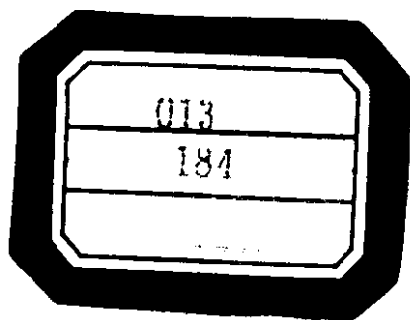
文科高等数学

下册

刘光旭 萧永震 樊鸿康 编著

南开大学出版社

Mathematics The Music of Reason · A Universal Language



1718785

文科高等数学

下册

刘光旭 萧永震 樊鸿康 编著

741/242/29



南开大学出版社



北师大图 B1332735

文科高等数学

下册

刘光旭 萧永震 樊鸿康 编著

南开大学出版社出版

(天津八里台南开大学校内)

邮编 300071 电话 3508542

新华书店天津发行所发行

天津市宝坻县第二印刷厂印刷

1996年2月第1版

1996年2月第1次印刷

开本:850×1168 1/32

印张:15.25

字数:380千

印数:1—8000

ISBN 7-310-00905-3

0.95 定价:17.50元

内容提要

本书根据文科学生特点,对传统的高等数学内容作了删繁就简、避难从易、注重实用的处理.该书用大量实例讲解数学原理和方法,并辅以直观有趣的插图,便于读者自学与应用.

本书为与教学内容相配合,摘引部分名家格言、介绍一些数学家的趣闻轶事,阐述数学与文化的联系,在提高学生数学素质方面有所创新.数学方法与计算机的使用相结合是本书的另一特点.各篇之末还附有“教学目标与目标检测”,供师生参考使用.

本书可作人文科学、社会科学、生命科学以及财经管理等专业的本科、专科高等数学课教材.

目 录

(第二篇 线性代数)

第一章 行列式 (4)

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

§ 1.1 行列式的定义 (5)

§ 1.2 行列式的性质及其计算 (17)

§ 1.3 克莱姆法则 (35)

附录一 伽罗瓦——近世代数的奠基者 (46)

第二章 矩阵代数 (50)

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

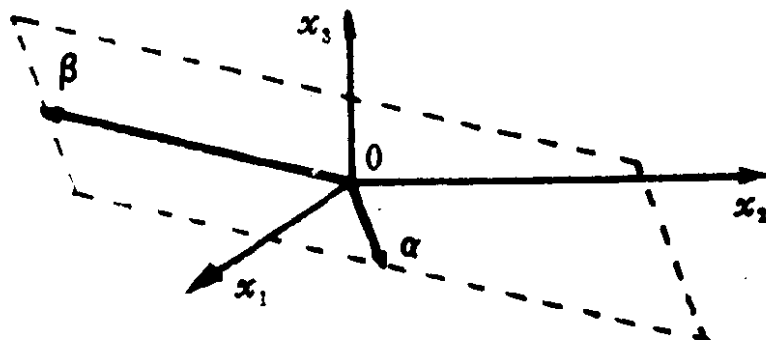
§ 2.1 矩阵及其运算 (52)

§ 2.2 逆矩阵及其性质 (77)

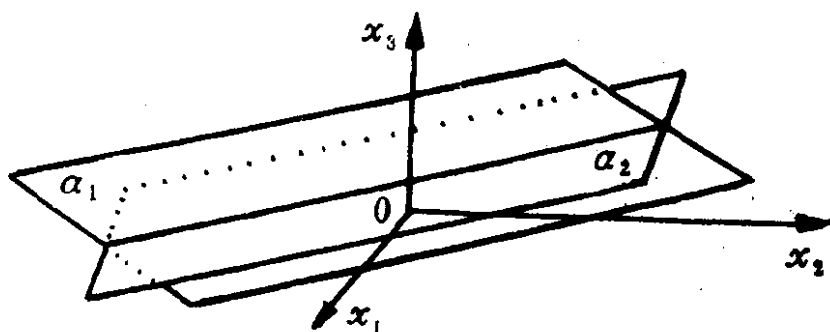
§ 2.3 矩阵的初等变换及矩阵的秩 (88)

附录二 凯莱——矩阵论的创始者 (118)

第三章 向量空间 (120)



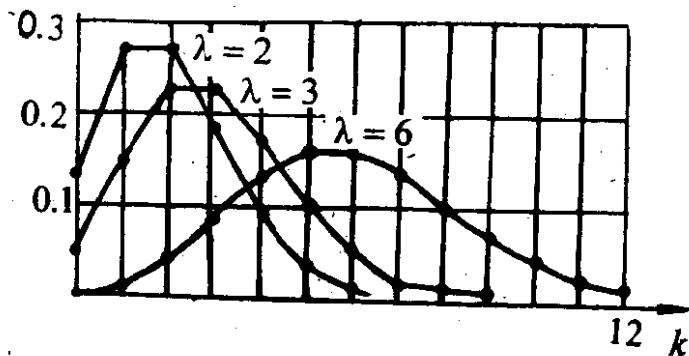
§ 3.1 n 维向量空间	(121)
§ 3.2 向量间的线性关系	(124)
§ 3.3 向量组的等价与向量组的秩	(135)
§ 3.4 线性空间简介	(144)
附录三 格拉斯曼 —— n 维空间的创立者	(153)
第四章 线性方程组	(156)



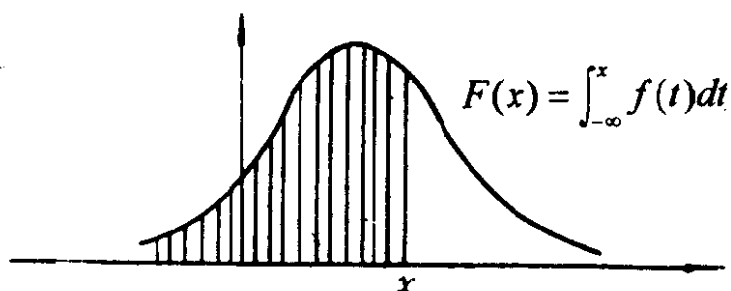
§ 4.1 线性方程组的消元解法	(157)
§ 4.2 线性方程组解的结构	(178)
§ 4.3 二元线性规划图解法	(197)
附录四 《九章算术》—— 世上最早的一部数学巨著	(208)
附录 A 习题答案	(211)
附录 B 教学目标及目标检测	(224)

(第三篇 概率与数理统计)

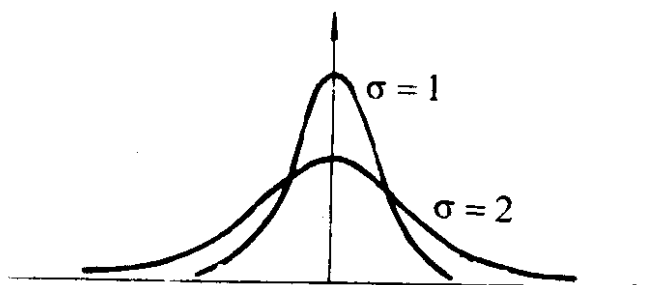
第一章 概率的基本概念	(238)
--------------------------	--------------



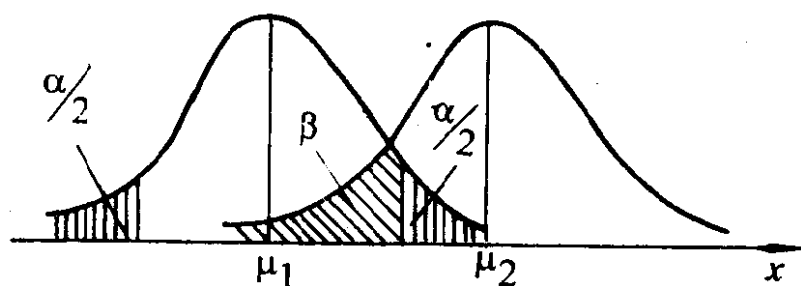
§ 1.1	概率论的创立与发展	(238)
§ 1.2	随机试验	(241)
§ 1.3	随机事件与样本空间	(243)
§ 1.4	频率与概率	(249)
§ 1.5	等可能概型(古典概型)	(252)
§ 1.6	条件概率	(256)
§ 1.7	独立性	(262)
§ 1.8	独立试验序列	(265)
附录一	费尔马——一位善于猜想的数学家	(272)
第二章	随机变量及其分布	(275)



§ 2.1	随机变量	(275)
§ 2.2	离散型随机变量及其概率分布	(277)
§ 2.3	随机变量的分布函数	(282)
§ 2.4	连续型随机变量	(285)
§ 2.5	随机变量函数的分布	(292)
附录二	帕斯卡——一位意志坚强的数学家	(299)
第三章	随机变量的数字特征	(302)

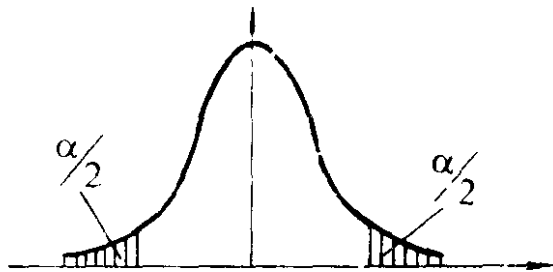


§ 3.1	数学期望	(302)
§ 3.2	方差	(310)
§ 3.3	矩及车贝晓夫不等式	(315)
附录三	车贝晓夫——彼得堡数学学派的奠基人和领袖	(319)
第四章	统计推断与决策	(322)



§ 4.1	简单随机抽样	(323)
§ 4.2	抽样分布	(326)
§ 4.3	估计量及其性质	(329)
§ 4.4	矩法估计与极大似然估计	(331)
§ 4.5	总体期望(均值)的区间估计	(337)
§ 4.6	估计总体参数时确定样本额的方法	(340)
§ 4.7	假设检验的概述	(343)
§ 4.8	单个正态总体均值的检验	(348)
§ 4.9	非正态总体均值检验及总体比例检验	(354)
§ 4.10	两个正态总体均值之差的检验	(356)
§ 4.11	两个非正态总体均值之差的检验	(358)
§ 4.12	两个总体比例之差的假设检验	(359)
§ 4.13	两个正态总体方差比的假设检验	(362)
§ 4.14	两个总体均值之差检验的样本额的确定和检验功效的计算	(363)
§ 4.15	统计决策的基本概念	(369)
§ 4.16	优先选择和必然等值的计算	(377)
§ 4.17	贝叶斯决策	(381)
附录四	雅格布·贝努利——一个数学家家族中的明星	(386)

第五章 抽样调查技术 (388)



§ 5.1 概念与概述 (388)

§ 5.2 简单随机抽样 (392)

§ 5.3 分层抽样 (398)

§ 5.4 二阶抽样 (410)

§ 5.5 等距抽样 (424)

附录五 索菲娅·柯瓦列夫斯卡娅——世界上第一个女数学博士:
..... (430)

附录 A 教学目标及目标检验 (433)

附录 B 习题答案 (450)

附录 C 常用统计数值表 (456)

第二篇 线性代数

一个国家只有数学蓬勃发展，才能表现它的国力强大。

——拿破仑(Napoléon)

代数是慷慨的，它提供给你的常常比你要求的还多。

——达朗贝尔(J. R. d' Alembert)

发展,各类专业人员都在学习和应用线性代数,而且各种实际问题大多数都可线性化或用线性的方法逼近实际问题从而得到解决.由于电子计算机的发展,线性化了的问题又可以很快的计算出来.所以线性代数这门学科越来越显示出其重要性,它已经并继续为我国四化建设作出巨大贡献.

任何一门数学课程,总是在一个确定的集合中探讨问题的,本篇的线性代数就是在这样一个数的集合中讨论的:该集合对数的四则运算是封闭的,即该集合中任何两个数的和、差、积、商(除数不为零)仍属于该集合,这种数的集合称为**数域**.例如全体有理数为一数域,叫做**有理数域**,通常用 Q 表示;全体实数集合是**实数域**,用 R 表示;全体复数成为**复数域**,用 C 表示;而全体整数不成为数域,因为它对除法不封闭.我们讲的线性代数,若无特别声明,总是在实数域 R 中进行讨论,也就是我们所涉及到的元素,不论是常量或变量(未知量)均认为是实数.

数学中定理和公式的证明,往往对提高学生的数学素质,帮助学生理解定理和公式是不可缺少的.我们在编写这部分教材时,对此也给予了充分地注意.不过,由于篇幅的限制和考虑到文科的特点,有的定理的证明被删去了.

第一章 行列式

现代数学,这个最令人惊叹的智力创造,已经使人类心灵的眼光越过无限的时间,使人类心灵的手延伸到了无边无际的空间.

——伯特勒(N. M. Butler)

在那些能作乐曲的人们中,只有极少数具有音乐天才.然而,懂音乐,甚至能仿制乐曲,或者至少能欣赏音乐的人,却是大量的.我们相信,能够理解简单的数学思想的人,相对来说,不会少于通常所谓的音乐爱好者,并且只要能去掉人们从幼年时代的经验中大量形成的对数学的成见,那么他们的兴趣就会大大提高.

——拉德梅彻(H. Rademacher)

行列式是解线性方程组的有力工具,它在线性代数的理论和实际应用中都发挥着重要作用.

历史上早在 17 世纪和 18 世纪初,行列式在解线性方程组的过程中就得到了发展.最早引入行列式概念的是日本的关孝和

(1642—1708),他在《解优题之法》(1683年)(即解行列式之法)一书中作了介绍.关孝和的这一发现多半受惠和借鉴中国的《九章算术》.此外,瑞士的克莱姆(G. Cramer, 1704—1752)的“克莱姆法则”也于1750年出现.但这些都未能把行列式作为一个单独理论加以研究和阐述.直到1772年法国数学家范得蒙(Vandermonde, 1735—1796)才首先把行列式作为一个专门理论独立于线性方程组之外进行研究,所以人们称他是行列式理论的奠基者.

19世纪,行列式理论被柯西(A. L. Cauchy, 1789—1857,法)、肖克(F. Scherk, 1798—1885,法)、凯莱(A. Cayley, 1821—1895,英)和雅可比(C. Jacobi, 1804—1851,德)等大大完善和发展了.

§ 1.1 行列式的定义

一、二、三阶行列式的定义及二、三元线性方程组的解

1. 二、三阶行列式

用 2^2 个元素 $a_{ij}, i=1, 2, j=1, 2$, 排成二行(横的叫行)二列(纵的叫列)的形式

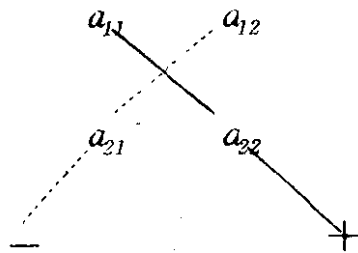
$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

表示代数和 $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$, 称为二阶行列式. 其中 a_{ij} 的第一个下标 i 表示所在的行, 第二个下标 j 表示所在的列, 则 a_{ij} 表示位于第 i 行第 j 列的那个元素. 即二阶行列式定义为

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}.$$

为了便于记忆, 给出下图以示计算二阶行列式的方法: 从左上到右下的实线联结的两个元素的乘积前冠以正号“+”, 从右上到

左下的虚线联结的两个元素的乘积前冠以负号“-”，再取代数和。



用 3^2 个元素 $a_{ij}, i=1, 2, 3, j=1, 2, 3$, 排成三行三列的形式

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

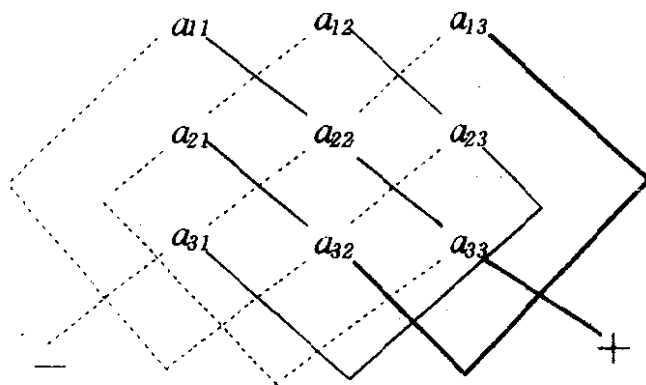
表示代数和

$$a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{13}a_{22}a_{31}$$

称为三阶行列式. 其中 a_{ij} 表示位于第 i 行第 j 列的元素.

为便于记忆, 也给出下图:



其中从左上到右下有三实线, 各实线联结的三个元素的乘积前冠以正号“+”, 而从右上到左下有三虚线, 各虚线联结的三元素的乘

积前冠以负号“-”，最后再取这六项的代数和。

2. 二、三元线性方程组用行列式表示其解

1° 对二元线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \end{cases}$$

由加减消元法已知，当 $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \neq 0$ 时，其唯一解为

$$x_1 = \frac{b_1 a_{22} - b_2 a_{12}}{a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}}, x_2 = \frac{b_2 a_{11} - b_1 a_{21}}{a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}}.$$

用行列式表示，当 $D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \neq 0$ 时，则

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}} = \frac{D_1}{D}, \quad x_2 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}} = \frac{D_2}{D}$$

其中 $D_i, i=1, 2$ ，表示系数行列式 D 的第 i 列用常数项列代替而得的行列式。

2° 对三元线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases}$$

用行列式表示其解如下：设方程组的系数行列式

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = D$$

而令

$$D_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, D_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix},$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}$$

当 $D \neq 0$ 时, 类似地用消元法可得其解为

$$x_1 = \frac{D_1}{D}, x_2 = \frac{D_2}{D}, x_3 = \frac{D_3}{D}.$$

3. 用余子式表示行列式

在三阶行列式中, 对于每个元素 a_{ij} , 划去 a_{ij} 所在之行和列, 余剩下的元素按原顺序组成二阶行列式, 记为 M_{ij} , 称为 a_{ij} 的余子式, 而称 $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$ 为 a_{ij} 的代数余子式. 例如三阶行列式 D

中 a_{23} 的余子式是 $M_{23} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$, a_{23} 的代数余子式 $A_{23} =$

$(-1)^{2+3} M_{23} = - \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$. 因此按三阶行列式定义得

$$\begin{aligned} D &= \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} M_{11} - a_{12} M_{12} + a_{13} M_{13} \\ &= a_{11} A_{11} + a_{12} A_{12} + a_{13} A_{13} \end{aligned}$$

称这个式子为行列式 D 按第一行展开的展开式. 可以验证, 三阶行列式 D 也可按第二行展开, 也可按第三行展开, 即

$$D = -a_{21} M_{21} + a_{22} M_{22} - a_{23} M_{23} = a_{21} A_{21} + a_{22} A_{22} + a_{23} A_{23}$$

$$D = a_{31} M_{31} - a_{32} M_{32} + a_{33} M_{33} = a_{31} A_{31} + a_{32} A_{32} + a_{33} A_{33}$$

将这三种展开式统一记为

$$D = \sum_{j=1}^3 (-1)^{i+j} a_{ij} M_{ij} = \sum_{j=1}^3 a_{ij} A_{ij}, i=1, 2, 3.$$

同样, 也可验证三阶行列式也可按任一系列展开

$$D = \sum_{i=1}^3 (-1)^{i+j} a_{ij} M_{ij} = \sum_{i=1}^3 a_{ij} A_{ij}, j=1, 2, 3.$$