

地形测量控制计算手册

首都钢铁公司工程处测量队 编



测绘出版社

地形测量控制计算手册

首都钢铁公司工程处测量队 编

测绘出版社

地形测量控制计算手册
首都钢铁公司工程处测量队编

*

测绘出版社出版
北京印刷一厂印刷
新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

*

开本 $787 \times 1092 \frac{1}{16}$ ·印张 $16\frac{5}{8}$ ·字数 400千字

1980年10月第一版·1980年10月第一次印刷

印数1—15,100册·定价1.70元

统一书号: 15039·新149

前 言

为了适应祖国实现四个现代化的需要，加快发展测绘事业的步伐，我们根据多年实践经验并参照兄弟单位的平差方法，编写了这本《地形测量控制计算手册》。供从事地形测量和工程测量的同志们在内业计算时参考使用。

手册中，为了较详细地说明计算方法与步骤，所采用的表格不够简练，请同志们在实际作业中加以改进和选择。

手册编写过程中，曾得到哈尔滨冶金测量学校的大力帮助及审查，也得到兄弟单位的热情支持。我们在此表示衷心感谢。

手册的编写工作，是在我单位领导的组织下由本公司勘探队陈友发和我队律全忠、张仁信、庞丽君等同志分头编写，最后由庞丽君同志整理而完成的。

由于我们水平低、缺乏编写经验，手册中存在不妥和错误之处在所难免，请读者批评指正。

编 者

一九七九、九

目 录

第一章 平差计算基础知识	1
§ 1-1 常用代号及其相互关系	1
§ 1-2 闭合差及其计算公式	2
§ 1-3 计算前的准备工作	5
§ 1-4 计算中常遇到的问题	7
第二章 导线网平差计算	9
§ 2-1 单一附和导线平差计算	9
§ 2-2 单一闭合导线平差计算	11
§ 2-3 单一结点导线网平差计算	18
§ 2-4 导线网等权代替法平差计算	25
§ 2-5 导线网逐渐趋近法平差计算	36
§ 2-6 多边形导线网环形平差法	37
第三章 水准网平差计算	58
§ 3-1 单一水准路线平差计算	58
§ 3-2 单一结点水准网平差计算	60
§ 3-3 水准网等权代替法平差计算	64
§ 3-4 水准网逐渐趋近法平差计算	65
§ 3-5 自由水准网环形平差法	65
第四章 测角交会法平差计算	75
§ 4-1 测角交会点的各种图形	75
§ 4-2 单三角形前方交会点平差计算	77
§ 4-3 双三角形前方交会计算	85
§ 4-4 折线形前方交会计算	91
§ 4-5 双三角形侧方交会计算	92
§ 4-6 单三角形侧方交会计算	97
§ 4-7 三个三角形后方交会计算	99
§ 4-8 四个方向后方交会计算	110
§ 4-9 双三角形后方交会计算	115
§ 4-10 图解解析法计算后方交会点	122
§ 4-11 似加权法计算后方交会点	122
§ 4-12 找数法计算后方交会点	127
第五章 线形三角锁近似平差	130
§ 5-1 线形锁近似平差的方法和步骤	130
§ 5-2 线形锁的几种图形及其闭合差	131
§ 5-3 内定向线形锁近似平差	133

§ 5-4 外定向线形锁近似平差	148
§ 5-5 无定向线形锁近似平差	153
§ 5-6 余切公式交会法计算线形锁	158
§ 5-7 直接求边法计算线形锁	160
第六章 小三角锁(网)近似平差	166
§ 6-1 固定边间小三角锁近似平差	166
§ 6-2 基线边间小三角锁近似平差	175
§ 6-3 中点多边形(半网形)近似平差	178
§ 6-4 大地四边形近似平差	188
§ 6-5 固定角内插入一点近似平差	198
第七章 典型图形平差	204
§ 7-1 固定角内插入一点平差	204
§ 7-2 固定角内插入二点平差	212
§ 7-3 三角形内插入一点平差	222
§ 7-4 大地四边形平差	228
§ 7-5 中点多边形平差	236
§ 7-6 半网形平差	247
第八章 三角高程测量平差	250
§ 8-1 三角高程测量	250
§ 8-2 高差计算公式	250
§ 8-3 交会点高程计算	250
§ 8-4 高程导线的计算	251
§ 8-5 三角高程网逐渐趋近法平差	251
§ 8-6 三角高程网多边形平差法	258

第一章 平差计算基础知识

平差计算是控制测量工作的一重要环节，能否尽快提出准确成果直接关系到下一步测量工作的进行。作为一个计算者除了要有认真负责、精心细致、刻苦耐劳的精神外，还应该对平差理论有所了解，能够掌握各种平差方法和计算中的技巧。因此对常用的计算公式、各种元素的代号及其相互关系等的熟练掌握是非常必要的。本章介绍有关平差计算的基础知识。

§ 1-1 常用代号及其相互关系

一、在如图1-1的测量平面直角坐标系中：

- x ——点的纵坐标值
- y ——点的横坐标值
- Δx ——两点间纵坐标增量
- Δy ——两点间横坐标增量
- $\Delta x_{AB} = x_B - x_A$
- $\Delta y_{AB} = y_B - y_A$
- α ——坐标方位角
- R ——象限角
- S ——两点间距离

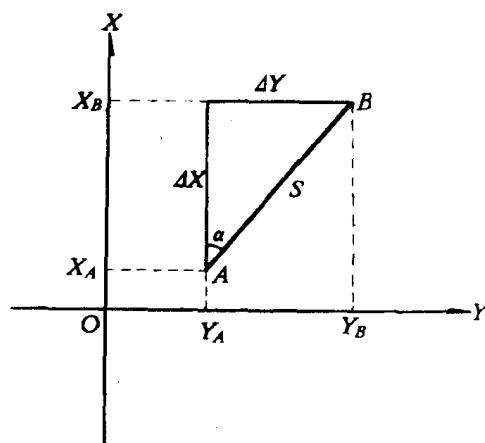


图 1-1

二、坐标增量的符号同方位角的关系：

表 1-1

α	象 限	Δx 的 符 号	Δy 的 符 号
$0^\circ \sim 90^\circ$	I	+	+
$90^\circ \sim 180^\circ$	II	-	+
$180^\circ \sim 270^\circ$	III	-	-
$270^\circ \sim 360^\circ$	IV	+	-

三、方位角同象限角的关系：

表 1-2

方 向	象 限	α	R	由 α 求 R	由 R 求 α
北 偏 东	I	$0^\circ \sim 90^\circ$	$0^\circ \sim 90^\circ$	$R = \alpha$	$\alpha = R$
南 偏 东	II	$90^\circ \sim 180^\circ$	$0^\circ \sim 90^\circ$	$R = 180^\circ - \alpha$	$\alpha = 180^\circ - R$
南 偏 西	III	$180^\circ \sim 270^\circ$	$0^\circ \sim 90^\circ$	$R = \alpha - 180^\circ$	$\alpha = 180^\circ + R$
北 偏 西	IV	$270^\circ \sim 360^\circ$	$0^\circ \sim 90^\circ$	$R = 360^\circ - \alpha$	$\alpha = 360^\circ - R$

四、方位角、边长、坐标增量三者之间的关系:

(一) 由边长、方位角求坐标增量:

$$\left. \begin{aligned} \Delta y &= S \cdot \sin \alpha \\ \Delta x &= S \cdot \cos \alpha \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

$$\left. \begin{aligned} \lg \Delta y &= \lg S + \lg \sin \alpha \\ \lg \Delta x &= \lg S + \lg \cos \alpha \end{aligned} \right\} \quad (1-2)$$

(二) 由坐标增量、边长求方位角:

$$\left. \begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{\Delta y}{S} \\ \cos \alpha &= \frac{\Delta x}{S} \end{aligned} \right\} \quad (1-3)$$

$$\left. \begin{aligned} \lg \sin \alpha &= \lg \Delta y - \lg S \\ \lg \cos \alpha &= \lg \Delta x - \lg S \end{aligned} \right\} \quad (1-4)$$

(三) 由坐标增量求方位角:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ \operatorname{ctg} \alpha &= \frac{\Delta x}{\Delta y} \end{aligned} \right\} \quad (1-5)$$

$$\left. \begin{aligned} \lg \operatorname{tg} \alpha &= \lg \Delta y - \lg \Delta x \\ \lg \operatorname{ctg} \alpha &= \lg \Delta x - \lg \Delta y \end{aligned} \right\} \quad (1-6)$$

(四) 由坐标增量、方位角求边长:

$$S = \frac{\Delta y}{\sin \alpha} = \frac{\Delta x}{\cos \alpha} \quad (1-7)$$

$$\lg S = \lg \Delta y - \lg \sin \alpha = \lg \Delta x - \lg \cos \alpha \quad (1-8)$$

(五) 由坐标增量求边长:

$$S = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \quad (1-9)$$

§ 1-2 闭合差及其计算公式

在测量中, 由于观测误差的存在, 使之观测成果不能满足一定的几何条件(即观测值与理论值不符)则产生闭合差。

下面结合各章算例中的图形, 介绍几种闭合差的计算公式。

一、单一附和导线(图1-2)方位角闭合差

由起算边方位角加上线路上所有角度总和(指线路前进方向的左角), 再减角个数 n 乘以 180° 的值应等于终止边方位角, 如不等其不符值便是方位角闭合差 f_β 。

(一) 按左角计算:

$$f_\beta = \alpha_{AB} + [\beta_k] - n \cdot 180^\circ - \alpha_{CD} \quad (1-10)$$

式中 $[\beta_k]$ 为线路左角观测值总和。

(二) 按右角计算:

$$f_\beta = \alpha_{AB} + n \cdot 180^\circ - [\beta_k] - \alpha_{CD} \quad (1-11)$$

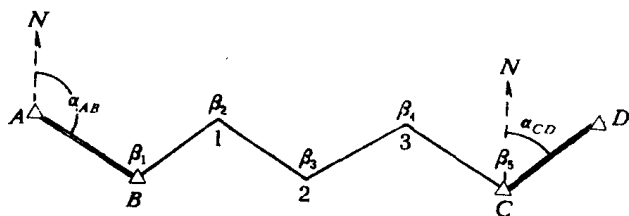


图 1-2

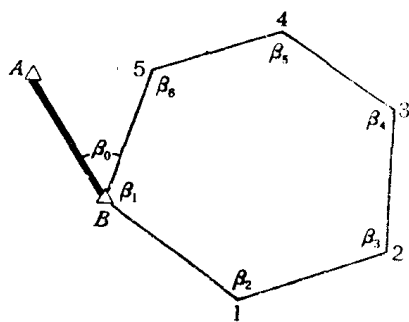


图 1-3

式中 $[\beta_k]$ 为线路右角观测值总和。

二、单一闭合导线(图1-3)方位角闭合差

单一闭合导线的几何图形是多边形, 其内角之和应等于多边形的边数减 2 乘以 180° 的积。则内角观测值总和 $[\beta]$ 与其理论值 $(n-2) \times 180^\circ$ 的差便是方位角闭合差 W_β 。即:

$$W_\beta = [\beta] - (n-2) \times 180^\circ \quad (1-12)$$

三、单一附合导线坐标增量闭合差(参照图1-2)

单一附合导线的起算点坐标值加上线路坐标增量总和(代数和)应等于终止点坐标值。则线路坐标增量计算值总和 $[\Delta x']$ 或 $[\Delta y']$ 与导线起点和终点的坐标差相减的差数便是增量闭合差 f_x 或 f_y 。即:

$$\left. \begin{aligned} f_x &= [\Delta x'] - \Delta x_{BC} \\ f_y &= [\Delta y'] - \Delta y_{BC} \end{aligned} \right\} \quad (1-13)$$

四、单一闭合导线坐标增量闭合差

单一闭合导线的坐标增量总和(代数和)应等于零。则线路坐标增量计算值总和 $[\Delta x']$ 或 $[\Delta y']$ 便分别为增量闭合差 W_x 或 W_y 。即:

$$\left. \begin{aligned} W_x &= [\Delta x'] \\ W_y &= [\Delta y'] \end{aligned} \right\} \quad (1-14)$$

五、单一附合水准路线(图1-4)高差闭合差

单一附合水准路线起算点高程加上线路高差总和应等于终止点高程值。则线路高差观测值总和(代数和) $\sum h$ 与起终点高程差相减的差数便是高差闭合差 f_h 。即:

$$f_h = \sum h - (H_B - H_A) \quad (1-15)$$

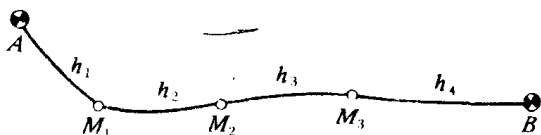


图 1-4

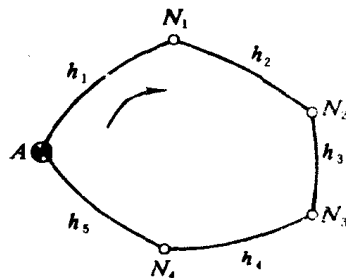


图 1-5

六、单一闭合水准路线(图1-5)高差闭合差

单一闭合水准路线高差总和(代数和)应等于零。则线路高差观测值总和 $\sum h$ 便是高差

闭合差 f_h 。即：

$$f_h = \sum h \quad (1-16)$$

七、三角锁、网(如图1-6、图1-7)的各项闭合差

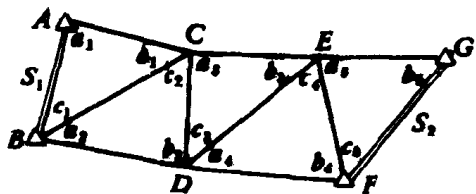


图 1-6

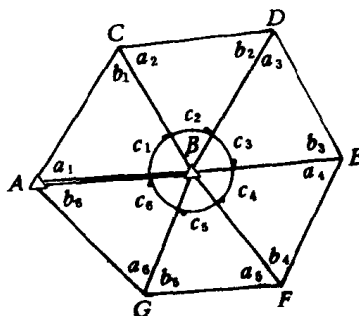


图 1-7

图中 a_i 表示对前进边的求距角; b_i 表示对已知边的求距角; c_i 表示对第三边的间隔角。
(a_i 、 b_i 、 c_i 为观测值, (a_i)、(b_i)、(c_i) 表示平差值)

(一) 三角形闭合差

由于三角形内角之和应为 180° , 则三角形闭合差 W_i 等于三角形内角观测值总和与 180° 相减的差:

$$W_1 = a_1 + b_1 + c_1 - 180^\circ$$

$$W_2 = a_2 + b_2 + c_2 - 180^\circ$$

$$W_5 = a_5 + b_5 + c_5 - 180^\circ$$

$$\text{即: } W_i = a_i + b_i + c_i - 180^\circ \quad (1-17)$$

改正数条件方程式为:

$$V a_i + V b_i + V c_i + W_i = 0 \quad (1-18)$$

式中 i 表示三角形号, $V a_i$ 、 $V b_i$ 、 $V c_i$ 表示角度改正数。

(二) 水平条件闭合差

由于中点多边形的中点处水平角总和应满足 360° 的条件: $(C_i) = 360^\circ$, 则水平条件闭合差 W_0 的计算式为:

$$W_0 = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + C_5 - 360^\circ$$

$$\text{即: } W_0 = [C_i] - 360^\circ \quad (1-19)$$

改正数条件方程式为:

$$[V c_i] + W_0 = 0 \quad (1-20)$$

(三) 极条件闭合差(自由项)

在如图1-7的图形里,仅使图形条件(三角形条件)和水平条件满足还不能保证几何图形的完全闭合。因为采用带有误差的角值从任一边(或已知边)出发,通过一连串三角形 I、II、III、IV、V 计算各边的边长,最后回到出发边,结果所推算出的边长与原来的边长不相等。为了消除这个矛盾,必须加入一个极条件。由正弦定律得条件方程式:

$$\frac{\sin(a_1) \cdot \sin(a_2) \cdot \sin(a_3) \cdot \sin(a_4) \cdot \sin(a_5)}{\sin(b_1) \cdot \sin(b_2) \cdot \sin(b_3) \cdot \sin(b_4) \cdot \sin(b_5)} = 1 \quad (1-21)$$

化为对数形式是:

$$\lg \sin(a_1) + \lg \sin(a_2) + \lg \sin(a_3) + \lg \sin(a_4) + \lg \sin(a_5) - \lg \sin(b_1) - \lg \sin(b_2) - \lg \sin(b_3) - \lg \sin(b_4) - \lg \sin(b_5) = 0 \quad (1-22)$$

由于角度误差所致, 往往使上述方程式不能满足, 用对已知边(出发边)的各角正弦对数总和减对前进边的各角对数总和所得的差数便是极条件闭合差, 以 W_s 表示。其方程式为:

$$W_s = \sum \lg \sin a_i - \sum \lg \sin b_i \quad (1-23)$$

最后线性式为:

$$[\delta_{a_i} V_{a_i}] - [\delta_{b_i} V_{b_i}] + W_s = 0 \quad (1-24)$$

如果图形是边到边的三角锁或半网等(如图1-6), 求 W_s 的方程式为:

$$W_s = (\sum \lg \sin a_i + \lg S_1) - (\sum \lg \sin b_i + \lg S_2) \quad (1-25)$$

式中 $\sum \lg \sin a_i$ 为对前进边各角正弦对数总和; $\sum \lg \sin b_i$ 为对已知边各角正弦对数总和; $\lg S_1$ 为起始边边长对数; $\lg S_2$ 为终止边边长对数。

公式(1-24)中的 δ_{a_i} 是以对前进边的 a_i 角为引数查取的正弦对数秒差; δ_{b_i} 是以对已知边的 b_i 角为引数查取的正弦对数秒差。(δ_{a_i} 与 δ_{b_i} 均以对数第六位为单位)

八、多边形闭合差

在线形锁平差中需要进行多边形闭合差的计算。计算公式与(1-12)相同, 只是 $[\beta]$ 中包括定向角 ϕ_1 、 ϕ_2 。如图1-8中多边形 $ACDEF$ 的闭合差计算公式为:

$$W_{\text{多}} = \phi_1 + c_1 + c_2 + a_3 + b_3 + c_4 + \phi_2 - (4 - 2)180^\circ$$

由于线形锁的锁部位置有不同, 则计算多边形闭合差的公式也有变化, 请详见第五章所述。

九、固定角条件闭合差

如图1-9在固定角内插点的图形, 除三角形条件外, 还存在固定角条件:

$$(c_1) + (c_2) + (c_3) - \angle B = 0 \quad (1-26)$$

由于 c_i 角有误差便产生固定角条件闭合差 W_B :

$$W_B = c_1 + c_2 + c_3 - \angle B \quad (1-27)$$

式中 (c_i) 为平差后角值, $\angle B = \alpha_{BC} - \alpha_{BA}$

§ 1-3 计算前的准备工作

平差计算开始之前, 除了对外业成果作全面检核: 衡量各项限差是否符合规范要求、起算点的等级及数据的抄录是否准确外, 还必须要有周密的计划和充分的准备工作。

一、平差方法的选择

测量平差计算的方法很多, 若选择不当对计算效率有很大影响, 所以有必要进行探讨。

控制网的布设, 随着测量地区、地物条件的限制, 待定点、已知点的个数和分布的情况不同, 可以组成各种各样的图形。还由于测量的目的不同, 在控制网的精度要求方面也

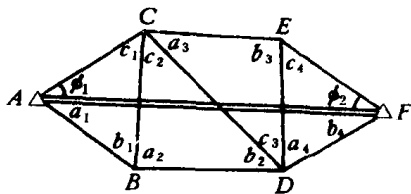


图 1-8

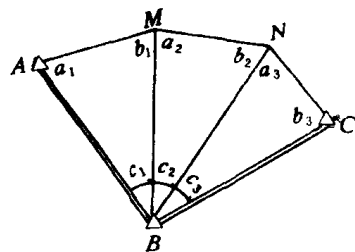


图 1-9

不一样。所以选择平差方法时应考虑下列各项因素：控制网的等级和特殊要求；控制网的图形结构；本单位的计算工具和技术水平等来选择经济合理的平差方法。

由于五等以下的控制范围不大，外业精度不高，加上边长较短而角度误差对三角点的位置影响很小，一般多采用近似平差。近似平差就是在平差时只考虑图形条件、方位角条件，对极条件（边或基线条件）只用简单的方法分配闭合差，都不考虑坐标条件方程式。

有的单位五等点还是用严密平差，他们认为网形简单时严密平差和近似平差工作量相差不大，这就根据各单位的技术水平和工作习惯而定。

本手册中所介绍的各种平差方法，就是根据各种平差方法的特点和大比例尺控制测量的精度要求来选择的，供大家作业时参考。

二、根据需要进行起算边方位角和边长的反算：见表1-3、表1-4。

表 1-3 方位角边长反算(用对数)

点 名	起点 I	A
	起点 II	B
Y_I		612.748
Y_{II}		582.215
$Y_{II} - Y_I$		+ 30.533
λ_{II}		164.924
λ_I		269.457
$\lambda_{II} - \lambda_I$		- 104.533
$\lg(Y_{II} - Y_I)$		1.4847695
$\lg(\lambda_{II} - \lambda_I)$		- 2.0192534
$\lg \lg \alpha_{I, II}$		9.4655161
$\alpha_{I, II}$		163° 43' 03"
$\lg(Y_{II} - Y_I)$		1.4847695
$\lg \sin \alpha_{I, II}$		- 9.4477370
$\lg S_{I, II}$		2.0370325
$\lg(\lambda_{II} - \lambda_I)$		2.0192534
$\lg \cos \alpha_{I, II}$		- 9.9822219
$\log S_{I, II}$		2.0370315
中数 $\lg S_{I, II}$		2.0370320
$S_{I, II}$		108.901

表 1-4 方位角边长反算(用计算机)

点 名 B	III ₃₅
点 名 A	III ₃₄
Y_B	335.279
Y_A	333.803
λ_B	177.254
λ_A	15.300
$Y_B - Y_A$	+ 101.476
$\lambda_B - \lambda_A$	+ 131.954
$\lg \alpha_{AB}$	0.7690256
α_{AB}	37° 33' 10"
$S = \frac{Y_B - Y_A}{\sin \alpha_{AB}}$	166.461
$S = \frac{\lambda_B - \lambda_A}{\cos \alpha_{AB}}$	166.461
S_{AB} 中数	166.461

三、按计算方法准备好表格、用纸和文具用品、计算机、函数表或对数表等。

在使用计算机之前，要检查计算机有无跳位现象。其方法可在计算机数盘上拨出 037 037 037，顺摇 3 次（相当于上述数字乘以 3）应等于 111 111 111，再继续摇 3 次（相当于 037 037 037 × 6）应等于 222 222 222。如果得数不对说明计算机有跳位现象，应停止使用或修理。

在使用计算机当中，要注意下列事项才能防止由于计算机齿轮磨损和使用不慎所产生

的跳位现象。

(一) 操作中, 不要猛力转动摇把, 用力要均匀、适当。

(二) 操作中, 动作要协调。如移位时一定要在停止摇把的转动之后进行, 否则易产生故障与跳位现象。

§ 1-4 计算中常遇到的问题

一、为了避免由于凑整误差的迅速积累而影响计算结果的精度, 在计算中通用以下规则:

(一) 若数值中被舍去部分的数值大于所保留的末位的0.5, 则末位加1。如凑整数字7.87056 到小数后三位得7.871。

(二) 若数值中被舍去部分的数值小于所保留的末位的0.5, 则末位不变。如凑整数字7.87049 到小数后三位得7.870。

(三) 若数值中被舍去部分的数值等于所保留的末位的0.5, 则需将末位凑整为偶数(即单进双不进)。例如凑整数字7.87650与7.87550到小数后三位均得数为7.876。

(四) 加减运算时, 要以小数位数最少的项为标准, 其余各项均凑整成比该项多保留一位的数。如: $36.3 + 3.76 - 0.2281 + 0.0467 = 39.8786$, 应为: $36.3 + 3.76 - 0.23 + 0.05 = 39.88$ 。

(五) 作乘、除、乘方和开方运算时, 若各因子的有效数字个数不同, 则以各因子中“数字”个数最少的为标准, 其余各因子及乘积或商均凑整成比该因子多一个“数字”的数, 而与小数点的位置无关。例如: $111.11 \times 0.11 = 12.221$, 应为: $111 \times 0.11 = 12.2$ 。又如:

$$\frac{10.105 \times 0.3}{0.9326} = 3.25, \text{ 应为: } \frac{10.1 \times 0.3}{0.93} = 3.2。$$

应用以上规则时, 要结合实际情况。如: 已知A点坐标 $x_A = 103.4$ 而 $\angle x_{AP} = +0.463$, 计算准确到毫米的待定点P的坐标值 x_P 时, 应为: $x_P = 103.400 + 0.463 = 103.863$ 而不应为:

$$x_P = 103.4 + 0.46 = 103.86。 \text{ 又如在三角锁的边长计算中, 应为: } S_2 = \frac{163.400 \times 0.9634245}{0.9427583} =$$

$$166.982 \text{ 而不应为: } S_2 = \frac{163.4 \times 0.96342}{0.94276} = 166.98。 \text{ 这即说明在取各数值的位数或各因}$$

子的数字个数时, 一定要考虑到计量单位和计算结果的精度要求。

二、对数与真数的相互运算: 一般说来, 对 n 个“数字”的数值采用对数运算时, 取用 n 位对数表便可满足要求。

(一) 真数变对数: 对数的首数等于真数的整数位数减1。如: $\lg 145.02 = 2.161428$, $\lg 0.515 = \bar{1}.711807 = 9.711807$ (对数的首数为负数者, 可用10减首数得正值的首数)。

(二) 对数反真数: 真数的整数位数等于对数的首数加1。如: 对数1.663720反真数为46.102, 而对数 $\bar{2}.663720$ 或8.663720反真数为0.046102。

(三) 对数相加的和, 如首数大于10可以减掉10。对数相减时如被减数的首数小于减数的首数, 可将被减数的首数加10后再相减。为了计算方便与减少产生错误的机会, 可在查取对数时将作为减数的对数变为余对数而成为加数。即: $\lg Ay - \lg \sin \alpha = \lg Ay + \text{col} \lg \sin \alpha$, 如: $2.360458 - 9.604260 = 2.360458 + (10 - 9.604260) = 2.360458 + 0.395740 = 2.756198$ 。

(四) 以对数运算代替真数运算:

1. 真数相乘的积等于各因子取对数相加之和反查出的真数。如: $\Delta y = S \cdot \sin \alpha$ 用对数运算取 $\lg \Delta y = \lg S + \lg \sin \alpha$ 再反查出真数得 Δy 。

2. 真数相除的商等于各因子取对数相减的差 再反查出真数。如: $S = \frac{\Delta x}{\cos \alpha}$ 用对数运算取 $\lg S = \lg \Delta x - \lg \cos \alpha$ 再反查出真数得 S 。

3. a^2 的幂等于 a 取对数乘以 2 再反查出真数。即 $2 \lg a$ 反真数。

4. $\sqrt{a}$ 的根等于 a 取对数除以 2 再反查出真数。即 $\frac{1}{2} \lg a$ 反真数。

第二章 导线网平差计算

在城市和工厂区，由于建筑物较多，通视条件很差而地形平坦便于量距，故常用导线测量方法来建立平面控制。

在导线测量时，总是用直接或间接的方法，将导线连接于三角点或高级导线点上，布设成单一附和导线(闭合导线)或互相交叉的结点网和环形网。

导线测量中，由于角度观测和边长丈量存在误差，则产生方位角闭合差和纵横坐标增量闭合差。导线平差的目的就是：通过按最小二乘法的原理，一并列出所有的条件方程式再组成和解算法方程式，求得边长和角度改正数的严密平差，或者按代权平均分配闭合差的原则，分别对方位角、纵横坐标进行平差的近似平差方法，使各项闭合差得到合理的分配，使导线各边的方位角、各点间的坐标增量符合已知数值或理论上的几何条件，求得各导线点的坐标平差值并对观测结果作精度评定。

本章选择六种图形的八个算例，分别介绍单一附和导线(闭合导线)按平均配赋法进行平差；单一结点导线网按带权平均值公式求结点平差值的方法；导线网采用等权代替法、逐渐趋近法以及环形平差法等近似平差的方法步骤。

§ 2-1 单一附和导线平差计算

由一已知边开始，布设成伸展形折线，最后附和到另一已知边的单一附和导线(如图2-1)，其平差计算的程序是：依据已知边的坐标方位角与导线角度观测值，计算出方位角

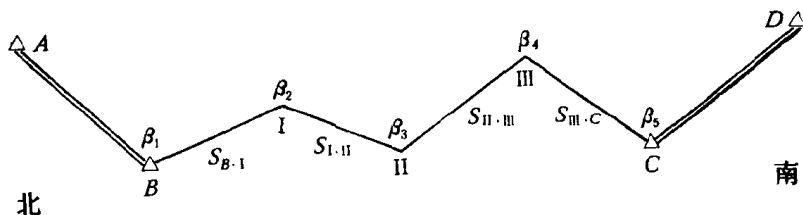


图 2-1

闭合差，并将此闭合差的反号值按角个数平均分配，求出各观测值的改正数及角平差值。再依起算边方位角和平差角顺次推算出各边方位角，并按各边方位角函数及与其相对应的边长计算出各点间坐标增量，然后求出增量闭合差及按边长成比例分配的增量改正数和增量平差值。最后依次由起算点坐标值及各增量平差值计算出各导线点坐标值并进行精度评定。

下面结合算例(一)、(二)详细介绍平差计算的方法步骤：

一、列表2-1，绘略图，填入起算数据。

二、在表2-2、表2-4中的①与②栏内填入点名(点号)及角度观测值。

三、加出各左角观测值总和得到 $[\beta_{\pm}]$ ，填入表中③栏内。

四、按公式(1-10)计算方位角闭合差 f_{β} 填入表中④栏内。

$$f_{\beta} = \alpha_{AB} + [\beta_{\pm}] - n \cdot 180^{\circ} - \alpha_{CD} = 236^{\circ}05'59'' + 813^{\circ}54'45'' - 5 \times 180^{\circ} - 150^{\circ}00'39'' = +5''$$

五、方位角闭合差的分配

1. 依公式计算角度改正数 V_{β_i} :

$$V_{\beta_i} = \frac{-f_{\beta}}{n} \quad (2-1)$$

计算出 $V_{\beta_1} = V_{\beta_2} = V_{\beta_3} = V_{\beta_4} = V_{\beta_5} = \frac{-(+5'')}{5} = -1''$ 填入表中5, 并检核 $[V_i] = -f_{\beta}$ 。

2. 将 V_i 值分别加入各角观测值中, 求出各改正后角值填入表中7。

六、推算方位角

由起算边方位角加减 180° (起算边方位角小于 180° 者加 180° 反之要减 180°), 再加两边夹角之平差值, 求出下一边的方位角。如: $\alpha_{B_1} = \alpha_{AB} \pm 180^\circ + \beta_1 = 236^\circ 05' 59'' - 180^\circ + 130^\circ 56' 17'' = 187^\circ 02' 16''$, $\alpha_{1II} = \alpha_{B_1} \pm 180^\circ + \beta_2 = 187^\circ 02' 16'' - 180^\circ + 195^\circ 17' 29'' = 202^\circ 19' 45''$ 。以此类推算出所有边的方位角填入表中8。并将终止边方位角的计算值与理论值相比较, 检核推算中是否有错误。

七、计算坐标增量

1. 按表1-2将方位角换算成象限角, 再以象限角为引数查取其函数或对数, 填入表2-2中的(11)与(12)或表2-4中的(11);

2. 由各边边长及与其相对应的方位角(象限角)函数或对数按公式(1-1)或公式(1-2)计算各点间坐标增量。如: $\Delta x'_{B_1} = S_{B_1} \cdot \cos \alpha_{B_1} = 310.713 \times 0.9924656 = 308.372$, $\Delta y'_{B_1} = S_{B_1} \cdot \sin \alpha_{B_1} = 310.713 \times 0.1225238 = 38.070$ 或 $\lg \Delta x'_{B_1} = \lg S_{B_1} + \lg \cos \alpha_{B_1} = 2.4923594 + 9.9967154 = 2.4890748$, $\lg \Delta y'_{B_1} = \lg S_{B_1} + \lg \sin \alpha_{B_1} = 2.4923594 + 9.0882203 = 1.5805797$, 再反查真数得: $\Delta x'_{B_1} = 308.372$, $\Delta y'_{B_1} = 38.070$ 。依此方法计算出所有点间坐标增量, 并根据方位角所在象限确定各增量的正负号(参照表1-1)。

八、计算增量闭合差

1. 取坐标增量计算值的代数和 $[\Delta x']$ 与 $[\Delta y']$;

2. 依公式(1-13)计算闭合差 f_x 与 f_y , 如: $f_x = [\Delta x'] - (x_C - x_B) = +0.034$, $f_y = [\Delta y'] - (y_C - y_B) = -0.026$ (见表中15、20)。

九、坐标增量闭合差的分配

当导线相对精度合乎规范要求后, 方可进行坐标增量闭合差的分配。

1. 按下式计算增量改正数 V_x 与 V_y :

$$\left. \begin{aligned} V_{x_i} &= \frac{-f_x}{[S]} \cdot S_i \\ V_{y_i} &= \frac{-f_y}{[S]} \cdot S_i \end{aligned} \right\} \quad (2-2)$$

如 $V_{x_{B_1}} = \frac{-f_x}{[S]} \cdot S_{B_1} = \frac{-(+0.034)}{1211.660} \times 310.713 = -0.009$, $V_{y_{B_1}} = \frac{-f_y}{[S]} \cdot S_{B_1} = \frac{-(-0.026)}{1211.660} \times 310.713 = +0.007$, 以此类推求出所有增量改正数填入表中(16)、(21), 并

要检核是否满足 $[V_x] = -f_x$ 和 $[V_y] = -f_y$ 的条件;

2. 将各改正数分别加入各相应的增量计算值内, 求出各增量改正后的数值分别填入表

中 23、24)。

十、计算各导线坐标值

用起算点的已知坐标值分别加上与其相邻的 I 点间的坐标增量, 求出 I 点的坐标值。再用 I 点坐标值分别加上与其相邻的 II 点间的坐标增量, 求出 II 点的坐标值。以此类推求出所有导线点的坐标值, 填入表中 25、26。并将导线终点 C 的坐标计算值与理论值相比较, 如果两者数值相等证明计算无误。(上面所说的:“坐标增量”指改正后的增量, 所说的:“加上”指取代数和)

十一、导线的精度评定

1. 导线的绝对误差 f_s 依下式计算:

$$f_s = \pm \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \quad (2-3)$$

2. 导线的相对精度 $\frac{1}{T}$ 依下式计算:

$$\frac{1}{T} = \frac{f_s}{[S]} \quad (2-4)$$

§ 2-2 单一闭合导线平差计算

单一闭合导线是由一已知点出发, 布置成闭合多边形扣到起始点上的闭合导线。由于图形的差别, 使之计算方位角闭合差与坐标增量闭合差的公式和附和导线有所不同, 而平差计算的方法步骤与附和导线基本相同。下面仅介绍闭合差计算公式, 计算步骤详见表 2-5、2-6。

一、依公式 (1-12) 计算方位角闭合差 W_β

$$W_\beta = [\beta] - (n-2) \times 180^\circ = 1259^\circ 59' 38'' - (9-2) \times 180^\circ = -22'' \text{ (见表 2-6 中 4)}$$

二、依公式 (1-14) 计算坐标增量闭合差 W_x 与 W_y

$$W_x = [\Delta x'] = +0.039, \quad W_y = [\Delta y'] = +0.011 \text{ (见表 2-6 中的 15、20)}$$