

# 水声学基础

顾金海 叶学千 编

国防工业出版社

# 水声学基础

顾金海 叶学千 编

国防工业出版社

## 内 容 提 要

本书内容分为二部分：前一部分为绪论和声学基础知识，主要介绍声的基本概念和定义以及平面声波、球面声波和柱面声波的特性；后一部分为水声学的基本内容，包括声呐方程和水声的发射、接收、传播、目标反射，以及作为声呐设备干扰背景的海洋混响和水声噪声。

本书力求把水声基本理论和水声工程设计密切结合起来。

本书是水声工程专业教材，也可作为从事水声工程设计和科研人员的参考书。

## 水声学基础

顾金海 叶学千 编

\*

国防工业出版社出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

\*

787×1092<sup>1</sup>/<sub>16</sub> 印张 12 279千字

1981年7月第一版 1981年7月第一次印刷 印数：0,001—2,000册

统一书号：15034·2224 定价：1.20元

# 前 言

本教材系根据 1978~1980 年全国造船专业统编教材会议通过的《水声学基础》教材大纲编写的。教材内容主要取材于我们多年来为该课程授课的讲义和兄弟院校的有关教材和讲义。在这次编写中又作了新的补充和修改。计划学时为 80 学时。

《水声学基础》是水声工程专业的专业基础课，通过学习要掌握水声学的某些基本理论，以及在声呐设备总体设计中的应用。为此把水声学基础理论和声呐设备的工程设计结合起来，是组织本教材内容的指导思想。同时考虑到，一般水声工程专业四年制教学计划中不再另设声学基础方面的课程。所以全书的内容分成二部分。前一部分为声学基础知识，介绍声学的某些基本概念和定义，主要包括：理想流体介质中声波波动方程，无界空间中平面声波，球面声波和柱面声波的特性，以及平面波在平面液态介质上的反射、折射和在介质层上的透射，后一部分是水声学的有关内容。根据教学大纲要求，各章内容均按照声呐参数的要求进行编写。所以为了建立声呐参数的基本概念，独立编写了“声呐方程”一章。从这一章以后便是单独根据方程中所引出的声呐参数逐章进行介绍。即水声的发射、接收、水声传播和目标反射，最后是作为声呐设备干扰背景的海洋混响和水声噪声。我们认为如此安排：从水声工程设计的要求来看内容较为合理，同时构成了工程水声学较为完整的体系。

全书共分九章，其中绪论，声学基础知识，声波的辐射，声波的接收，目标反射是由叶学千同志编写的；声呐方程，声在海中传播，海中混响，水声噪声是由顾金海同志编写的。哈尔滨船舶工程学院杨士莪教授安排落实了全书的审阅工作，该院五系的陆根源、钱秋珊等同志认真细致地审阅了全书的初稿，提出了许多宝贵的意见。我们对此表示衷心的感谢。在编写过程中我院雷家煜和贡淑怡两同志也为教材作了许多整理和修改工作。在制订教材大纲过程中，还得到了许多有关工厂、科研单位和兄弟院校的支持，对大纲提出了很多建设性的意见，在此一并致谢。

由于编者水平有限，对教材中的许多问题推敲不够，错误之处在所难免，恳请同志们批评指正。

编 者

# 目 录

第一章 绪论	1	§ 5-3 脉冲接收	68
§ 1-1 水声学研究对象	1	§ 5-4 接收器指向性	70
§ 1-2 水声学发展简史	2	第六章 声在海中的传播	72
§ 1-3 水声学在四个现代化中的作用	3	§ 6-1 声在海中传播损失的概念	72
第二章 声学基础知识	4	§ 6-2 海洋的基本声学特性	79
§ 2-1 声的基本概念	4	§ 6-3 波动理论概要	87
§ 2-2 理想流体介质中声波波动方程的建立	6	§ 6-4 射线理论概要	95
§ 2-3 声场中的能量关系	13	§ 6-5 深海典型水文条件下的传播损失计算	107
§ 2-4 平面声波	15	§ 6-6 声在均匀浅海中传播的概念和传播损失的计算	127
§ 2-5 球面声波	18	第七章 目标反射	136
§ 2-6 柱面声波	21	§ 7-1 克希霍夫积分公式	136
§ 2-7 平面声波反射、折射和透射	24	§ 7-2 夫累涅尔半波带近似法	139
§ 2-8 介质层的反射与透射	31	§ 7-3 任意曲面的散射波强度	141
第三章 声呐方程	36	§ 7-4 目标强度	144
§ 3-1 声呐系统的工作原理和声呐方程概述	36	§ 7-5 回波信号特征	146
§ 3-2 声呐方程的建立	38	§ 7-6 舰体及尾流上的声散射	149
§ 3-3 声呐参数及各种组合	44	第八章 海洋中的混响	151
§ 3-4 小结和举例	45	§ 8-1 海洋介质中声波的散射	151
第四章 声波辐射	47	§ 8-2 混响的形成及其分类	156
§ 4-1 声势 (速度势)	47	§ 8-3 体积混响的计算和体积混响级 $RL_v$	157
§ 4-2 辐射的基本情况	48	§ 8-4 海面混响的计算和海面混响级 $RL_s$	166
§ 4-3 辐射的方向性	56	§ 8-5 海底混响的计算和海底混响级 $RL_b$	171
§ 4-4 辐射声源级	62	第九章 水声噪声	178
§ 4-5 限制声呐发射功率的因素	63	§ 9-1 噪声的基本概念和频谱分析	178
第五章 声波接收	65	§ 9-2 海洋自然噪声	181
§ 5-1 接收器表面声压	65	§ 9-3 舰船辐射噪声	184
§ 5-2 接收的失真	68	§ 9-4 舰船自噪声	186

# 第一章 绪 论

## § 1-1 水声学研究对象

任一学科的建立和发展，都基于政治经济、生产发展及人民生活的需要。这点早为科学技术发展史所证明。例如意大利由于山洪暴发成灾，促使流体力学的最早建立；沿海国家由于贸易往来的需要，最早发展造船工业。而在沙漠地区决不可能首先去研究流体力学和造船技术。

水声学的发展也不例外，第一次世界大战时，由于德国潜艇的出现，人们逐渐认识到加强水声研究的迫切需要，因为潜艇下潜后，搜索敌舰，发射鱼雷，编队通讯等全有赖于水下声波的作用。电磁波由于在水中传播时能量衰减过快而不能适用。为此，西方国家就调集了各方面有关的工程师来研制用于水中的声学设备，于是形成了一个新的技术部门，这就是目前所说的水声工程。与此同时，还有许多科学家，从事研究水下声辐射、传播和接收的物理规律，这就是所说的水声物理。水声物理和水声工程二者有着理论与应用的相互依存关系。随着军事的日益需要与海洋开发事业的发展，水声物理与水声工程逐渐发展为一门新兴的学科——水声学。

水声学的研究对象大致可分为声在海水介质中辐射、传播和接收的规律；换能器原理与设计以及水声技术等三个方面。

声在海中传播时，能量有损失，波形有畸变，同时在边界面上产生反射、散射和形成混响等现象，同时在海中由于存在海洋自然噪声，各类舰艇辐射噪声，这些对声呐的设计与使用关系十分密切，这正是本书所要讨论的主要内容。

水声换能器在声呐中的地位类似于无线电设备中的天线，是在海水中发射和接收声波的声学系统。目前使用最广泛的是压电式和磁致伸缩式两类，前者主要材料是锆钛酸铅(PZT)，后者最常用的是镍，镍钴合金等。现代声呐往往把若干换能器排列成一定形状(圆柱形，平板形和球形等)，组成换能器基阵，在瞬间内可发射出兆瓦功率，在接收时可形成几分之一度的尖锐指向性图。这部分内容由“水声换能器及基阵”课程来讨论。

水声技术主要可分两个方面：一是设计声呐的技术；二是处理声呐信号的技术。现代声呐种类繁多，从运载声呐的载体来分，可分为舰壳声呐，拖曳声呐，直升飞机吊放式声呐，海底固定声呐及声呐浮标等；从其功能上可以分为远距离警戒声呐，中距离瞄准声呐，近距离高分辨力的探雷声呐，鱼探仪，测深仪以及用于海洋勘探及导航用的多卜勒声呐等；按其工作方式可以分为主动式或被动式两大类声呐。如何根据使用海区的特点，根据战术指标及技术指标设计新型的声呐，这是水声技术所要解决的问题。同时由于声信号在海中传播及从目标反射的过程中，从频率、波形到脉冲宽度都会有畸变，而且回波信号是在强大的干扰背景上接收的，因此如何提高信噪比，从强干扰中检测弱信号，发现和识别目标，这就是水声信号处理的任务。由于电子计算机的高速发展，数字电路及大规模集成电路的

广泛应用，声呐信号处理中大量采用了数字电路，发展了许多复杂的技术，如自适应检测技术，序贯检测技术，多途径信号积累处理技术，快速傅立叶变换分析技术以及全息显示等，这些内容由“水声信号检测”课程来讨论。

本书内容是“水声换能器及基阵”、“水声信号检测”等课程的基础。

## § 1-2 水声学发展简史

对水下声的最早记载是 1490 年意大利达·芬奇作出的。他写道：“如船停航，将长管一端插入水中，而将管的开口放在耳旁，能听到远处航船”。距今已近五百年。1827 年由瑞士物理学家科拉顿 (D. Colladon) 和德国数学家斯特姆 (C. Sturm) 合作，在日内瓦湖中用敲击大钟进行了人类第一次测量声在水中传播速度的实验。

1840 年焦耳发现了磁致伸缩效应，1880 年皮埃尔·居里发现了压电效应，在此基础上发展了水声压电换能器和磁致伸缩换能器，能在水中把电能转换成声能发射到水中去，而当换能器表面接收到声能后又转换为电能，经过放大后送到终端电子设备去显示或处理。

第一次世界大战后期，德国潜艇给协约国海上交通造成的威胁，进一步促进了军用声呐的发展。法国著名物理学家朗之万制出了石英压电换能器，并利用了真空管放大器，1918 年第一次收到了潜艇回波。这是电子学首次应用于水声，所以只有在换能器问世以及放大微弱信号的技术发展以后，水声的广泛利用才成为可能，水声的发展才变为迅速。

第一次世界大战后，使用了磁致伸缩换能器，解决了石英的昂贵和不易加工的问题。同时电子学的进展使信号放大、处理及显示等都有了很好的技术基础，于是声呐技术日趋完善。到了第二次世界大战，被击沉的潜艇中，有 60% 是依靠水声设备发现的，所以水声设备就成为舰艇观察水下目标的耳目。

水声设备的发展与大量使用，促使人们对声在海洋中传播规律的认识日益深刻。二十年代末，三十年代初，船用回声定位站发现了许多异常现象。同样一个声呐在不同的海区，不同的季节，作用距离有很大的变化。有时早晨能收到良好的回波，但到下午回波就变得很差，甚至根本收不到。后来逐渐了解，这是由于海水介质传播特性的缘故，当存在负温度梯度时，声向海底折射，而使目标处于影区，搜索不到。同时声呐在发出声脉冲后，除目标回波外，还出现了许多杂乱无章的回波，经过研究发现有混响。由于对声在大海中的传播机理进行了大量系统的研究，对声的传播、吸收、混响、反射、折射、起伏等一系列现象都有了初步的了解，并建立起相应的理论。

随着对水声传播规律的掌握和电子学、信号处理技术的发展，声呐逐渐使用低频、大功率和新的信号处理技术。此外，声自导鱼雷、水声通讯等军事上的应用也都有了很大的发展。同时近十余年来，水声学在海洋开发（海底石油勘探、矿藏开探等）和海洋研究中也都有广泛应用。除测深仪外，渔探仪、声导航、海底地貌测绘、深潜及水下施工、船舶打捞及海底考古等方面都在利用水声学的成就。

由于远程火箭和洲际导弹的制造成功，要求潜艇长期在水下活动。而随着潜艇水下活动能力的增加，作为水下探测工具的水声设备必须综合现代科技的发展，设计出新型的声呐设备。不论是声呐设备的整体设计、方案论证、参数选择、最佳处理及战术使用，均和

水声学有密切的关系。

### § 1-3 水声学在四个现代化中的作用

水声学在国防上、渔业上、航运和开发海洋方面都有极为重要的意义。

#### (一) 在国防上的应用

近代潜艇上通常装有多部各种功用的声呐，如警戒声呐、攻击声呐、侦察声呐、导航声呐、对抗声呐、水下通讯机等，用它们来进行侦察、搜索、测向、测距、跟踪、识别以及攻击等。因此潜艇在海中执行任务时，声呐便是它的耳目，而声呐设计的基础就是水声学。除上述舰载声呐外，远程警戒岸用声呐站、海底固定式声呐站、航空兵声呐，从空中、海面及水下组成水声警戒网。

此外在鱼雷和水雷上也可装上小型声呐站。声自导鱼雷可以在海中不断探测被攻击的目标，根据探测结果发出指令，修改鱼雷航向、航速，以准确命中目标。声学水雷当它接收到敌舰噪声后，可以自动启动，追踪敌舰并把它炸毁。

#### (二) 在渔业上的应用

海洋拥有丰富的水产资源，据估计约有 1350 亿吨，在不破坏生态平衡的情况下，每年可提供 30 亿吨水产品，可供 300 亿人口食用。在海洋中捕鱼用的鱼探仪，也是声呐的一种形式，它根据鱼群回波信号的强弱来判断鱼群大小、种类、密集程度及其方位。同时，渔业工作者还用声学方法来诱鱼、驱鱼，以提高鱼获量。

#### (三) 航运和开发海洋上的应用

目前常用的多卜勒导航声呐和卫星导航系统相结合，可以精确地测出船的位置，进行水下导航、定位、航程累计以及帮助大吨位的货轮、油轮安全靠岸。

在开发海洋资源中，水声设备更显示其重要作用，如水下施工，大陆架石油、天然气勘探和开采中，都必须用到水声设备。

由此可见，水声学在国防上、渔业上、航运以及海洋开发上都有广泛地应用和重要的作用。



## 第二章 声学基础知识

无论在水下或空气中，到处都存在声波。声波可以准确地加以控制，从一处传递到另一处，作为传递或获得信息的载体。

现代声呐系统的设计，涉及到水声学、电子学、信号处理、控制理论以及计算机和微处理机的应用。本章只介绍作为一个水声工程工作者所要掌握的最基本的声学知识。

利用这些基本的声学理论，将建立对声呐站设计和预报十分有用的声呐方程。以后各章就分别讨论声呐方程中的各个指标，然后讨论声呐站工作的环境（海水或称信道）中的声波传播的某些现象和规律。

### § 2-1 声的基本概念

#### (一) 基本概念

从普通物理中已知，声能是机械能的一种形式。声波的产生必须具有两个条件，一是声源，二是弹性介质。当声源发生振动后，周围的介质质点就随之振动而产生位移，在流体介质空间就形成介质的疏密，而形成了声波传播，见图 2-1。

当振动器表面向右振动时，介质质点受压缩，如图中  $A$ 、 $B$ 、 $C$  所示；当振动器表面向左振动时，就形成负压而产生稀疏，如图中  $P$ 、 $Q$ 、 $R$  所示。注意图中沿传播方向的声压变化，其平均值并不等于零，在空气中则为该处大气压，在水中则为该处静压力。

在无限均匀介质中，当声波发射后，观察其某一瞬间情况，见图 2-2。

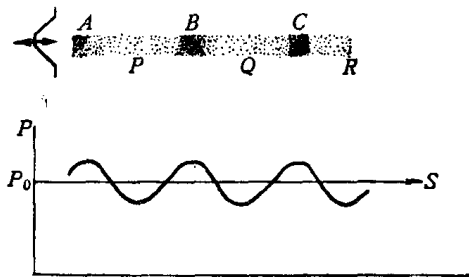


图2-1 介质疏密形成声波传播

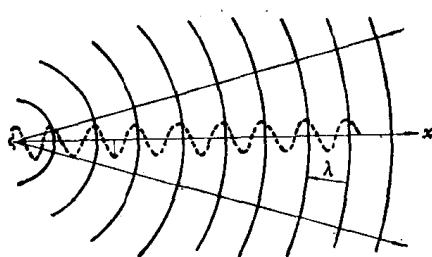


图2-2 声波发射后某一瞬间情况

图中圆弧代表波阵面，波阵面是声场中振动相位相同的点所连成的面。图中所示是一特例，代表振动的瞬时峰值位置该处质点位移( $\xi_0$ )最大。两个峰值间的距离是  $\lambda$ ，称为波长。用声射线（即声线）来表示声波传播的方向，既方便又明了。从图上也可看出，远离声源处，波阵面的曲率很小，在有限范围内，波阵面近乎平面，声线近似平行线，波的性质也和平面波的性质相近。

要注意两点：

(1) 声波传播并非介质质点本身的传播，而是质点振动形式的传播。所以必须把质点的振动速度(振速)和声波在介质中的传播速度(声速)区别开来。

(2) 图 2-1 和图 2-2 用曲线代表波动的概念, 和在电磁波、弦绳的振动中是完全不同的。后者质点的位移同其传播方向相垂直, 故称横波。而流体介质中声波质点的位移同其传播方向相平行, 故称纵波。故而在图 2-1 和图 2-2 中所画出的位移( $\xi_0$ )垂直于  $x$  轴, 仅仅是为了表意上的方便, 不能混淆两者概念。

## (二) 声波分类

声波按其频率的高低, 波阵面的几何形状以及质点的振动情况可有不同的分类。

### (1) 按频率分有:

可听声——可听声是频率在人耳听觉高低极限间的声波, 一般在 20~20000 赫间。

次声——次声是频率低于人耳听觉低限的声波, 一般为 20 赫以下。

超声——超声是频率超过人耳听觉高限的声波, 一般为 20000 赫以上。

现代声学研究的范围已经扩展到  $10^{-4} \sim 10^{14}$  赫。

### (2) 按波阵面的几何形状分有:

平面声波——平面声波是波阵面为平行平面的声波。

球面声波——球面声波是波阵面为同心球面的声波。

柱面声波——柱面声波是波阵面为同轴柱面的声波。

### (3) 按质点振动情况分有:

纵波(也称压缩波)——纵波是介质中质点振动方向与波的传播方向一致的波。如空气中的声波和海水中的声波。

横波——横波是介质中质点沿  $y$  轴方向位移, 以波的形式沿  $x$  方向传播的波。如弦绳的振动波。

## (三) 声波基本物理量

声波所及空间称为声场, 常用下列基本物理量描述声场:

(1) 声压——声压  $p = P - P_0$ , 式中  $P$  为介质中存在声波时某点的压强,  $P_0$  为没有声波时介质中该点的压强。由此可见, 声压是由于声场存在而使介质产生的压力变化。声压是空间和时间的函数  $p = p(x, y, z, t)$ 。

瞬时声压——在某点的瞬时声压等于在该点的瞬时总压力减去静压力。

由于声压瞬时值可正可负。所以当  $p > 0$  时, 这时介质被压缩。反之当  $p < 0$  时, 介质被稀疏。若在一个周期内声压的最大值称为声压的振幅, 用  $p_0$  表示, 则在该周期内声压的均方根值称为有效值  $p_{eff}$ , 即:

$$p_{eff} = \sqrt{\overline{p^2}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T p^2 dt}$$

对于简谐声波来说, 声压的有效值和振幅间的关系为  $p_{eff} = \frac{p_0}{\sqrt{2}}$ 。

有效声压——在某点的有效声压是该点在一段时间中瞬时声压的均方根值(rms)。在周期性声压的情况下, 这段时间应取为周期的整倍数, 对非周期性连续声波, 这段时间应取得足够长, 长到它的长度不再影响计算结果的程度。

声压的常用单位是微巴。在实际生活中, 微风吹动树叶声, 声压约为 0.001 微巴; 在

房间内大声讲话的声压约为 1 微巴；在距船舶 100 米处收到的船舶噪声声压约为 10~100 微巴。

(2) 质点振速——质点振速是介质中某一无穷小的部分因声波通过而引起的相对于没有声波作用时的振动速度。常用的单位是厘米/秒。振速以  $\vec{u} = \vec{u}(x, y, z, t)$  表示。

### (3) 阻抗

声阻抗——介质在波阵面上一定面积上的声阻抗( $Z_A$ )是这面积上的有效声压( $P$ )与经过这面积的有效容积速度( $U$ )的复数比，用式子表示声阻抗为：

$$Z_A = \frac{P}{U} \quad (2-1)$$

声阻抗的单位是牛顿·秒/米<sup>5</sup>(MKS)，达因·秒/厘米<sup>5</sup>(CGS)。

声阻抗率——声阻抗率( $Z_s$ )是介质中一点的有效声压对在该点的有效质点振速的复数比。单位是瑞利，即牛顿·秒/米<sup>3</sup>(MKS)，达因·秒/厘米<sup>3</sup>(CGS)。所以瑞利即是 1 牛顿/米<sup>2</sup> 声压所产生 1 米/秒的质点振速的声阻抗率。对于均匀无限理想介质中的平面声波，声阻抗率等于介质密度与声速的乘积( $\rho c$ )，声阻抗率也称声特性阻抗，它和电学中一无限长无耗传输线中的特性阻抗相似。

(4) 声功率与声强度——声功率是声源在一单位时间内辐射出的声能量，常用单位是瓦特。声强度是垂直于波阵面上的单位面积上的声功率，单位为瓦/米<sup>2</sup>。在一些声学文献中常用瓦/厘米<sup>2</sup>来表示，这单位等于以 10<sup>7</sup> 尔格/秒·厘米<sup>2</sup>表示的数值。

### (5) 声压级、声强级和声功率级

声压级(SPL)——一个声波的声压级(以分贝为单位)等于所测得的声波的有效声压  $P$ ，与基准声压  $P_{ref}$  的比值的常用对数乘以 20，即：

$$SPL = 20 \log \frac{P}{P_{ref}} \text{ (分贝)} \quad (2-2)$$

常用的基准声压有：

- ①  $P_{ref} = 2 \times 10^{-4}$  微巴 ( $2 \times 10^{-5}$  牛顿/米<sup>2</sup>)；
- ②  $P_{ref} = 1$  微巴 (0.1 牛顿/米<sup>2</sup>)。

基准声压①一般用在关于听觉测量以及空气中声级和噪声的测量，较少用于固体和液体中的声压级测量；②广泛使用于换能器的校准和液体中的声压级测量。这两种基准声压，几乎整整相差 74 分贝，因此在使用时对基准声压必须说明。

声强级(IL)——一个声波的声强级(以分贝为单位)等于这声波的强度  $I$  与基准强度  $I_{ref}$  的常用对数乘以 10，即：

$$IL = 10 \log \frac{I}{I_{ref}} \text{ (分贝)} \quad (2-3)$$

通常基准声强取  $10^{-12}$  瓦/米<sup>2</sup> (或  $10^{-16}$  瓦/厘米<sup>2</sup>)。

声功率级(PWL)——一个声波的声功率级(以分贝为单位)等于声源辐射的声功率与基准声功率之比，取常用对数乘 10。

## § 2-2 理想流体介质中声波波动方程的建立

### (一) 问题的提出

在流体中要产生声波，则必须首先产生振动。如在海水中利用金属镍或钛酸钡陶瓷，

将电能转换为机械能使在海水中产生声压，而形成声波。因此要研究声波传播，首先要研究同声波产生有关的第一个参量——声压  $p(x, y, z, t)$ 。而声波必须在弹性介质中才能传播，所以根据弹性介质压缩和膨胀的特性，我们可以知道，当声压( $p$ )在空间和时间上有变化时，也将引起弹性介质若干物理参量的变化，如体积的变化（也即密度的变化），在体积（密度）变化的同时，质点的振速( $\bar{u}$ )也在变化。

为了定量地研究声波在介质中传播的规律，就必须首先了解介质运动时这些物理量——压强、密度、振速——之间的基本关系，从而推导出描述介质声场物理量的波动方程式，然后根据振源的特点和介质的边界特点（初始条件和边界条件）求出合适的解。这些物理量的时间和空间坐标函数便可表征声场中各点声振动随时间变化的规律。因为我们求出了声压  $p$  和振速  $u$  依赖于时间和空间位置的函数，即  $p(x, y, z, t)$ ,  $\bar{u}(x, y, z, t)$  后，就能求出声场内一点的  $p$  和  $\bar{u}$  的瞬时值，以及它们之间的相位关系。

在描述声场的特征时，我们采用了分布函数，这样可以认为  $p, \bar{u}$  是属于空间点而不是属于介质中某个运动着的质点的，当质点流经该点时，就取得该点数值。

为了决定压强、密度、振速三个物理量之间的关系，我们从物理概念出发来建立各量间相互关系的方程式，这三个方程是：

(1) 运动方程(牛顿第二定律的运用)——给出了  $p$  和  $\bar{u}$  之间的关系。

(2) 连续性方程(质量不灭定律的应用)——给出了  $\bar{u}$  和  $\rho$  之间的关系。

(3) 物态方程(绝热压缩定律的应用)——给出了  $p$  和  $\rho$  之间的关系。

联立以上三个方程，即可求出波动方程—— $p$  或  $\bar{u}$  和  $\rho$  对时间空间坐标的偏微分方程式。在上述三个方程的建立中，为了简化起见，我们假定：

(1) 介质是理想的介质，即声波在其中传播时没有能量的损耗。粘滞性流体中由于“内摩擦”作用以及介质的热传导作用都会引起能量的损耗，即介质对声能的吸收。现假定介质质点在振动时，没有粘滞阻力的作用，没有热量交换，即为绝热过程。

(2) 假定是小振幅声波，即满足：

$$\text{声压 } p \text{ 比静压强 } P_0 \text{ 要小得很多： } p \ll P_0; \quad (2-4)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{质点的位移 } \xi \text{ 比波长 } \lambda \text{ 小很多： } \xi \ll \lambda; \\ \text{质点振速 } |\bar{u}| \text{ 比声速 } c \text{ 小得很多： } |\bar{u}| \ll c. \end{array} \right\} \quad (2-5)$$

因此得到的是线性方程。关于大振幅声波(如爆炸波)，在传播过程中波形会产生失真，可参阅专门的文献。

(3) 介质在宏观上处于静止状态，并忽略体力（即介质体元本身的自重  $mg$ ）的作用。上述假定总称为理想流体介质小振幅假定，在实际中一般可以成立。

## (二) 运动方程

运动方程是牛顿第二定律在流体中质点运动的应用。在连续介质中，有声波作用时，各处压缩是不同的，因此各点压强不等。取介质中任意一小体积元来看，各面受力不平衡，因而可以建立该体积元的运动方程式。依牛顿第二定律：沿某轴向施于流体质点的力等于该质点质量与该方向上的加速度的乘积，即，

$$\vec{F} = M \frac{d\vec{u}}{dt} \quad (2-6)$$

我们从声场中取一体积元，其体积为 $\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$  (见图 2-3)。应该指出对于连续介质运动规律与对刚体运动规律的研究不同，我们不是观察介质体积元运动的历史经历，而是研究空间某点附近介质流经该处的情况，所以我们定义的质点振速不是某一体积元的特征量，而是任意体积元流经空间某点的特征量。

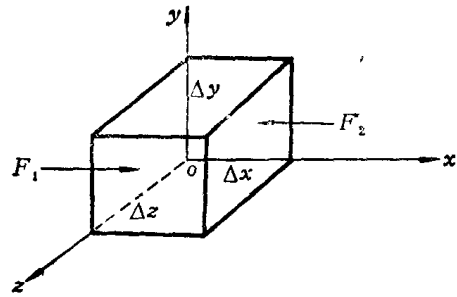


图2-3 声场中的体积元

设静止介质密度为 $\rho_0$ ，先考虑沿 $x$ 方向的力和介质运动间的关系。令体积元在侧面上作用的压强为 $p + P_0$ ，当 $\Delta x$ ， $\Delta y$ ， $\Delta z$ 取足够小时，可以认为在作用面上压力均匀，所以：

$$F_1 = (p + P_0) \Delta y \cdot \Delta z = (p + P_0) S \quad (2-7)$$

因为声压随坐标 $x$ 而变，在距离 $\Delta x$ 内， $p$ 改变了 $\Delta p$ ，所以右侧面上所受到的力是：

$$F_2 = F_1 - \Delta p \cdot S \quad (2-8)$$

故而体积元在 $x$ 方向所受到的合力为：

$$F_x = F_1 - F_2 = \Delta p \cdot S = \frac{\partial p}{\partial x} \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \quad (2-9)$$

体积元的质量为： $\rho \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$ ，在力 $F_x$ 作用下，所得到的在 $x$ 方向的加速度为 $\frac{\partial u_x}{\partial t}$ ，由牛顿第二定律得：

$$-\Delta p \cdot S = \rho S \cdot \Delta x \frac{\partial u_x}{\partial t}$$

$$-\frac{\Delta p}{\Delta x} = \rho \frac{\partial u_x}{\partial t}$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} -\frac{\Delta p}{\Delta x} = -\frac{\partial p}{\partial x}$$

由于在小振幅情况下，密度 $\rho$ 的变化很小，所以可设：

$$\rho \simeq \rho_0$$

故而得：

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho_0 \frac{\partial u_x}{\partial t}$$

同理可得：

$$-\frac{\partial p}{\partial y} = \rho_0 \frac{\partial u_y}{\partial t}$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z} = \rho_0 \frac{\partial u_z}{\partial t}$$

(2-10)

式中  $u_x$ 、 $u_y$ 、 $u_z$ ——分别为质点振速 $\vec{u}$ 在 $x$ ， $y$ ， $z$ 三个方向的分量。所以式(2-10)可表为：

$$\nabla p = -\rho_0 \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \quad (2-11)$$

上式表示了声场中 $p$ 和 $\vec{u}$ 之间的关系，即当流体中具有压力变化（压力梯度）时，介质就发生运动速度的变化。由于它根据牛顿第二定律推导，故名运动方程。

### (三) 连续性方程

连续性方程是物质不灭定律在流体中质点运动时的应用，由于介质的任何变化都不能导致物质的产生和消灭，如流进某区域与流出某区域的流体，在数量上存在差别时，则在该区域中流体的密度也必相应地改变，连续性方程式就是表达这一物理概念的数学式子。

我们仍然考虑图 2-3 的体积元  $\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$ ，设介质密度为  $\rho$ ，先考虑  $x$  方向的流动：在单位时间内介质从左面流入体积元的质量为  $\rho u_x \Delta y \Delta z$ ，在体积元很小时，在  $\Delta y \cdot \Delta z$  面上的  $u_x$  可以认为是均匀的。因为  $\rho$ ， $u_x$  都是坐标的函数，所以在同一单位时间内介质从右面流出体积元的质量为：

$$\left[ \rho u_x + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u_x) \Delta x \right] \Delta y \cdot \Delta z$$

因此得到在单位时间内，由于  $x$  方向的流动而得到的体积元内质量的增加为：

$$m_x = - \frac{\partial}{\partial x} (\rho u_x) \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$$

同理在  $y$ 、 $z$  方向：

$$m_y = - \frac{\partial}{\partial y} (\rho u_y) \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$$

$$m_z = - \frac{\partial}{\partial z} (\rho u_z) \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$$

因为在单位时间内，体积元内整个质量的总变化为上述三量之和，即：

$$m_{\Sigma} = - \left[ \frac{\partial}{\partial x} \rho u_x + \frac{\partial}{\partial y} \rho u_y + \frac{\partial}{\partial z} \rho u_z \right] \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$$

由于质量既不产生也不消灭，所以上述质量应相当于单位时间内体积元内由于流体密度的变化而引起的质量的增量：

$$- \frac{\partial}{\partial t} (\rho \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z) = - \left[ \frac{\partial}{\partial x} \rho u_x + \frac{\partial}{\partial y} \rho u_y + \frac{\partial}{\partial z} \rho u_z \right] \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$$

故有连续性方程：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \left[ \frac{\partial}{\partial x} (\rho u_x) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho u_y) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho u_z) \right]$$

由小振幅的假定， $\rho = \rho_0 (1 + \sigma)$ ，其压缩  $\sigma$  是微量，因此有：

$$\frac{\partial}{\partial x} \rho u_x = \frac{\partial}{\partial x} [(\rho_0 + \rho_0 \sigma) u_x] \approx \frac{\partial}{\partial x} \rho_0 u_x = \rho_0 \frac{\partial}{\partial x} u_x$$

这样就可得到简化了的连续性方程：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \rho_0 \nabla \cdot \vec{u} \quad (2-12)$$

上式表示当介质质点振速在空间发生变化（即存在速度散度）时，相应地发生密度的变化，速度散度为正时，相对密度变化为负。例如沿某轴向速度变化为正时，表示沿该轴向速度增大，这意味着流出体积的流体大于流入体积的流体，故密度减少。

### (四) 状态方程

介质在声波的作用下，引起压缩，膨胀的交替变化，因此介质各点的密度和压强均在变化，这就是介质的状态在变化。声波在理想介质中传播时，介质只发生密度的变化，而

并无热量的交换，也即看作是等熵绝热过程，因此对于理想气体，我们可以应用气体绝热压缩方程式：

$$\frac{P}{P_0} = \left( \frac{V_0}{V} \right)^\gamma$$

式中  $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ ， $c_p$ ——定压比热， $c_v$ ——定容比热。当介质压缩时，其密度  $\rho$  与体积  $V$  成反比，故有：

$$\frac{P}{P_0} = \left( \frac{V_0}{V} \right)^\gamma = \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma$$

∴

$$p = P - P_0$$

$$\frac{P - P_0}{P_0} = \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma$$

上式对时间  $t$  求微商得：

$$\frac{1}{P_0} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\gamma}{\rho_0} \rho^{(\gamma-1)} \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

在小振幅的假设下，上式保留一阶小量可取  $\rho \approx \rho_0$ ，故：

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\gamma P_0}{\rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

令  $\frac{\gamma P_0}{\rho} = c^2$ （ $c$  是气体中的声速，它等于  $\sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho}}$ ），就有：

$$\frac{\partial p}{\partial t} = c^2 \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (2-13)$$

上式即气体介质中的状态方程。

液体介质中状态方程式也可容易地得到如式 (2-13) 的同样形式。设压缩系数为单位压强所产生的相对体积变化，假定由压强  $dP$  所引起的体积变化为  $-dV$ ，则压缩系数：

$$\beta = -\frac{\frac{dV}{V}}{dP}$$

在绝热压缩情况下，可有：

$$p = P - P_0 = \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_{P=P_0, \rho=\rho_0} (\rho - \rho_0)$$

令  $\left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_{P=P_0, \rho=\rho_0} = c^2$ ，则：

$$\frac{\partial p}{\partial t} = c^2 \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

上式即液体介质中的状态方程，式中  $c$  为液体声速。

### (五) 波动方程式

从以上推导我们已知：

$$\text{运动方程：} \quad \nabla p = -\rho_0 \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \quad (2-11)$$

$$\text{连续性方程:} \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\rho_0 \nabla \cdot \vec{u} \quad (2-12)$$

$$\text{状态方程:} \quad \frac{\partial p}{\partial t} = c^2 \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (2-13)$$

联立上列三式, 从中消去  $p$ ,  $\vec{u}$ ,  $\rho$  三个变量中的任二个, 就可推导出另一量的波动方程式。下面我们求声压的波动方程式。

以式 (2-12) 代入式 (2-13), 有:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -c^2 \rho_0 \nabla \cdot \vec{u}$$

将上式对  $t$  求微商:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -c^2 \rho_0 \nabla \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial t}$$

以式 (2-11) 代入上式, 得:

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (2-14)$$

上式即理想流体介质中小振幅的声压波动方程。它表示声压在声场中的空间和时间的变化规律, 示出了某个瞬间声压在各个地点所取的值与某个地点不同时刻所取的值之间的关系, 所以波动方程式即为将时间和空间相联系的偏微分方程式。式中拉普拉斯运算符  $\nabla^2$  对不同坐标具有不同的形式, 由于不同形状的声源产生不同形式声波的传播, 因而根据不同声源形式选择不同坐标系可使问题大为简化。

拉普拉斯算子  $\nabla^2$  在直角坐标系中可写成:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (2-15)$$

在球坐标系中可写成:

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \quad (2-16)$$

式中  $r$  —— 半径;

$\varphi$  —— 方向角;

$\theta$  —— 极角。

在圆柱坐标系中可写成:

$$\nabla^2 = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (2-17)$$

式中  $r$  —— 圆柱截面半径;

$z$  ——  $z$  轴坐标;

$\varphi$  —— 方向角。

应该指出, 在推导波动方程时, 只是从介质的基本特性出发, 利用了牛顿第二定律, 物质不灭定律以及绝热压缩方程而求得的, 而并未涉及声源 (辐射形式) 及声场 (传播空间) 的具体情况, 因此波动方程也就只能反映声波在介质传播过程中一般的物理特征。故而在讨论波动方程的具体解时, 还必须知道初始条件和边界条件, 前者决定于声源的初始扰动, 即  $t = t_0$  的瞬间, 流体中声压的分布情况, 后者决定于流体声场的几何边界情况。



### (六) 速度势波动方程

用速度势表示的波动方程来描述声场具有方便之处。

我们从运动方程式 (2-11), 很容易求得质点振速为:

$$\vec{u} = -\frac{1}{\rho_0} \int \nabla p dt \quad (2-18)$$

根据上式, 只要取空间不同方向的压力梯度  $(\nabla p = \text{grad } p = \frac{\partial p}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial p}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial p}{\partial z} \vec{k})$ , 就可以求出相应方向的速度分量。

对于连续介质运动时, 如果不存在涡流, 则质点的振速可以用下式表示:

$$\vec{u} = -\nabla \phi \quad (2-19)$$

式中  $\phi(x, y, z, t)$ ——介质质点振动速度势函数, 其分速度为:

对直角坐标:

$$u_x = -\frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad u_y = -\frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad u_z = -\frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (2-20)$$

对球坐标:

$$u_r = -\frac{\partial \phi}{\partial r}, \quad u_\theta = -\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \theta}, \quad u_\varphi = -\frac{1}{r \sin \theta} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \varphi} \quad (2-21)$$

对柱坐标:

$$u_r = -\frac{\partial \phi}{\partial r}, \quad u_\varphi = -\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \varphi}, \quad u_z = -\frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (2-22)$$

我们将式 (2-18)、式 (2-19) 对时间微分, 就可得到速度势和声压  $p$  之间的关系为:

$$p = \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2-23)$$

将上式对时间积分得:

$$\phi = \frac{1}{\rho} \int p dt \quad (2-24)$$

上式积分号  $\int p dt$  表示声场中由声压所引起的冲量。因此速度势的物理概念是媒质中的各点, 当声波作用后, 由声压所引起的单位面积上的冲量变化 (增量), 由式 (2-19) 可看出, 这种冲量的空间负梯度表现为使媒质质点从静止状态变为具有振速  $\vec{u}$ 。

我们从连续性方程式 (2-12)、状态方程式 (2-13) 可有:

$$-\rho_0 \nabla \cdot \vec{u} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial p}{\partial t}$$

以式 (2-19)、(2-23) 代入上式, 可有:

$$\nabla^2 \phi = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad (2-25)$$

上式即为速度势波动方程式, 它和声压波动方程式 (2-14) 在形式上完全相同。由于速度势是无向量函数, 因而用它来描述声场和用声压来描述声场具有同样方便之处。此外, 由式 (2-19)、(2-23) 看出, 只要求出满足波动方程以及初始条件和边界条件的解  $\phi(x, y, z, t)$  就可通过微分求出  $p(x, y, z, t)$  及质点振速  $\vec{u}(x, y, z, t)$ 。由此可见, 波动方程反映了声场波动的物理特征, 也即反映了声场的波动本质。