面向21世纪课程教材
Textbook Series for 21st Century

# 电路原理

## （下 册）

周守昌 主编

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

面 向 2 1 世 纪 课 程 教 材
Textbook Series for 21st Century

# 电路原理

## （下 册）

周守昌 主编

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

(京)112 号

## 内容简介

本书是教育部“高等教育面向21世纪教学内容和课程体系改革计划”的研究成果，是面向21世纪课程教材和教育部“九五”重点教材。全书分为上、下两册，其中上册为必修内容，包括传统的电路理论和一些现代电路理论的观点；下册为选修内容，系统深入地介绍了现代电路理论的内容。全书内容充实，论述透彻，便于自学。在一些传统内容的讲述上有独到之处。

本书可以满足电气信息类专业对电路理论的要求，也可供其他专业选用和社会读者阅读。

**图书在版编目(CIP)数据**

电路原理　下册/周守昌主编.—北京：高等教育出版社，1999

ISBN 7-04-007683-7

Ⅰ.电…　Ⅱ.周…　Ⅲ.电路理论-高等学校-教材　Ⅳ.TM13

中国版本图书馆 CIP 数据核字（1999）第 30608 号

电路原理(下册)
周守昌　主编

| | | | |
|---|---|---|---|
| **出版发行** | 高等教育出版社 | | |
| **社　　址** | 北京市东城区沙滩后街 55 号 | **邮政编码** | 100009 |
| **电　　话** | 010-64054588 | **传　　真** | 010-64014048 |
| **网　　址** | http://www.hep.edu.cn | | |
| **经　　销** | 新华书店北京发行所 | | |
| **印　　刷** | 国防工业出版社印刷厂 | | |
| **纸张供应** | 山东高唐纸业集团总公司 | | |
| **开　　本** | 787×960　1/16 | **版　　次** | 1999 年 9 月第 1 版 |
| **印　　张** | 11.75 | **印　　次** | 1999 年 9 月第 1 次印刷 |
| **字　　数** | 210 000 | **定　　价** | 12.90 元 |

面向21世纪课程教材

普通高等教育“九五”
国家教委重点教材

责任编辑　林　宇
封面设计　张　楠
责任绘图　李维平
版式设计　周顺银
责任校对　马桂兰
责任印制　杨　明

# 目　　录

# 第一章

图论是数学领域的一个重要分支，是研究自然科学、工程技术、经济管理以及社会问题的一个重要工具。网络图论是图论在网络理论中的应用。现代大型复杂网络的分析计算，都是借助于电子计算机进行的，要将网络结构的信息送入计算机就需要借用网络图论的知识。

本章主要介绍网络图论的基本知识，这是学习本书第二章和第三章的基础。

## §1－1 网络的图

在电路原理(上册)中介绍特勒根定理时，曾对网络的图作了粗浅介绍，下面将进行系统讨论。

对于任何一个由集中参数元件组成的网络 N，如果暂时撇开元件的性质，只考虑元件之间的联接情况，可将网络中的每一个元件(即支路)用一条线段代替(线段长、短、曲、直不论)，并仍称之为支路；将每一个元件的端点或若干个元件相联接的点(即节点)用一个圆点表示，并仍称之为节点。如此得到的一个点、线的集合，称为网络 N 的图，或线形图，用符号 G 代表。

图 1－1－1(a)表示一个无源网络 $N_1$ 和它的图 $G_1$。

对于网络中的独立源和受控源，除了可以单独作为一个支路处理外，也可采用下述方法处理：将电压源(含受控电压源)连同串联的无源元件作为网络的一个复合支路，在图 G 中用一个支路表示；将电流源(含受控电流源)连同并联的无源元件作为网络的一个复合支路，在图 G 中也用一个支路表示。网络中由无源元件、电压源、电流源串并联组成的部分也可作为一个复合支路，在图 G 中用一个支路表示。图 1－1－1(b)所示网络 $N_2$ 的图 $G_2$ 就是按这种方法处理的。本章对于独立源和受控源均采用上述复合支路处理法。

根据网络的图的定义和绘制原则，网络的图只表示网络中各支路的联接情

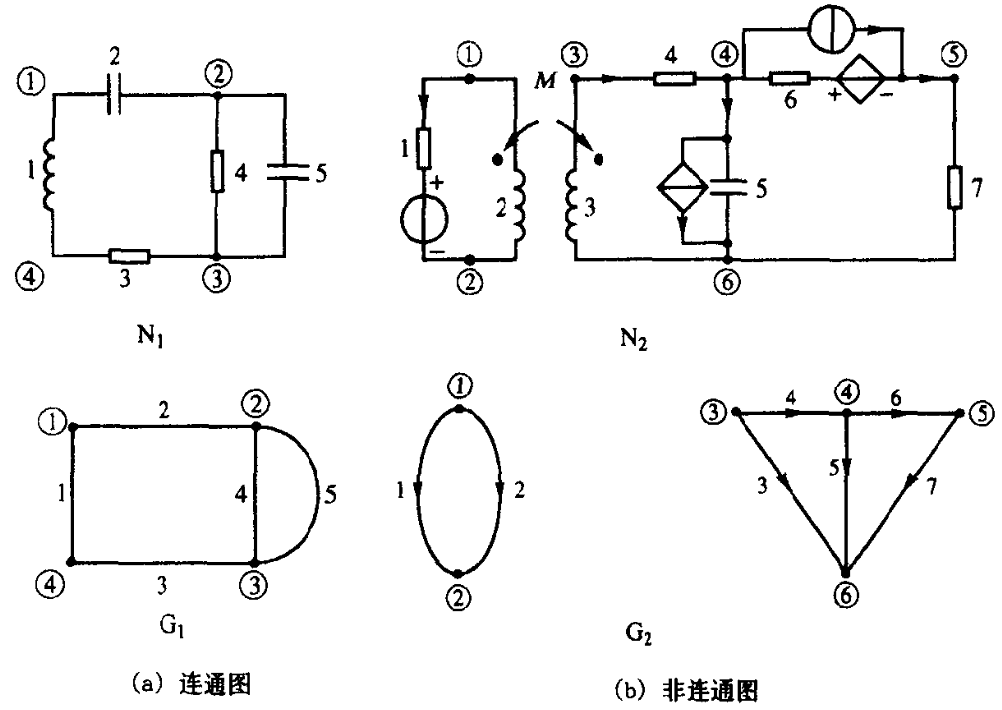



图 1-1-1 网络及网络的图

况,而不涉及元件的性质。因此,可以说网络的图只是用以表示网络的几何结构(或拓扑结构)的图形。此外,网络的图中的支路和节点与相应网络中的支路和节点是一一对应的。

应当指出,网络中的互感表示存在于耦合电感元件之间的磁耦合关系,从属于元件的性质,而不从属于网络的几何性质,因此,在反映网络各支路联接情况的图中不予表现。

在网络分析中,一般都要规定网络各支路电流、电压的参考方向。在网络的图中也可规定各支路的参考方向。标明各支路参考方向的图称为有向图。图 1-1-1(b)中的 $G_2$ 就是有向图。为了分析方便起见,有向图中每一支路的参考方向均取与网络中相应支路一致的参考方向。

如果图 $G_a$ 中的每一个节点和支路都是图 G 中的节点和支路,即图 $G_a$ 是图 G 的一部分,则 $G_a$ 叫做 G 的子图(subgraph)。图 1-1-2 中的 $G_a$、$G_b$、$G_c$ 都是 G 的子图。如果图 G 的子图 $G_a$ 和 $G_b$ 包含了 G 的所有支路和节点,而且 $G_a$ 和 $G_b$ 又没有公共的支路,则 $G_a$ 和 $G_b$ 互为补图(complement subgraph)。图 1-1-2 中,$G_a$ 是 $G_b$ 的补图,$G_b$ 也是 $G_a$ 的补图。

由 $m$ 条不同的支路和 $m+1$ 个不同的节点依次联接成的一条通路称为路径(path)。如图 1-1-2 的 G 中,支路 1、3、6 即构成一条路径,节点③和节点④是此路径的始端节点和终端节点,节点①和节点②为中间节点,此路径包括的

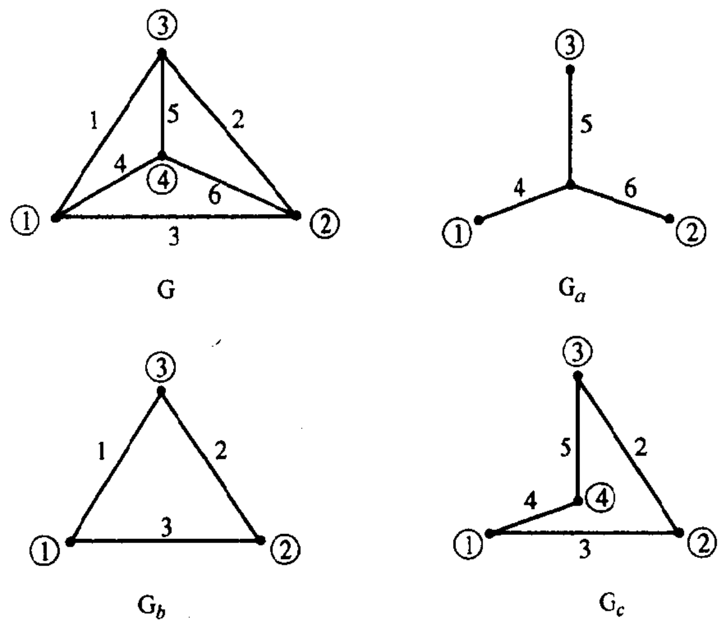
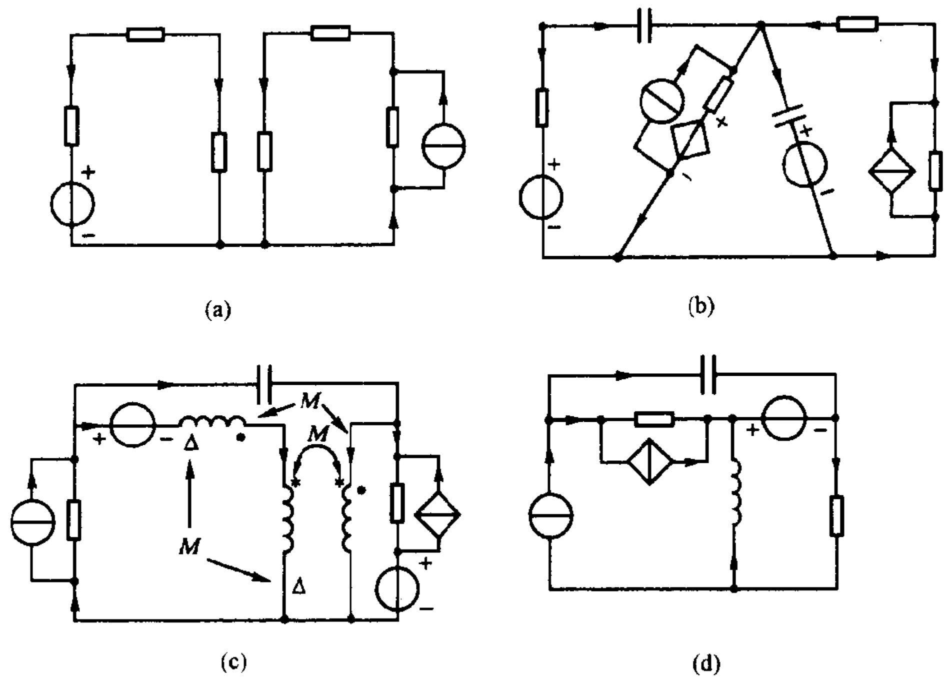



图 1-1-2　图及其子图与补图

支路数 $m=3$，节点数 $m+1=4$。

如果路径的始端节点和终端节点重合，这样的路径称为回路。在图1-1-2的 G 中，支路 1、2、3 构成一个回路，支路 1、4、5 也构成一个回路。

在图 G 中，如果任意两个节点之间至少有一条路径存在，则此图称为连通图(connected graph)，否则就称为非连通图(disconnected graph)。图 1-1-1 中的 $G_1$ 是连通图，$G_2$ 是非连通图。本书主要讨论连通图。




题 1-1-1 图

**练习题**

1-1-1 绘出题1-1-1图所示电路的有向图。

## §1-2 树和树余·树支和连支

任一连通图 G 中符合下列三个条件的子图叫做 G 的树(tree),用 T 表示。

(1) 该子图也是一个连通图;

(2) 该子图中包含了连通图 G 的全部节点;

(3) 该子图中不包含任何回路。

例如图 1-2-1(b)、(c)、(d)所示的子图 $T_1$、$T_2$、$T_3$,都是图 1-2-1(a)的连

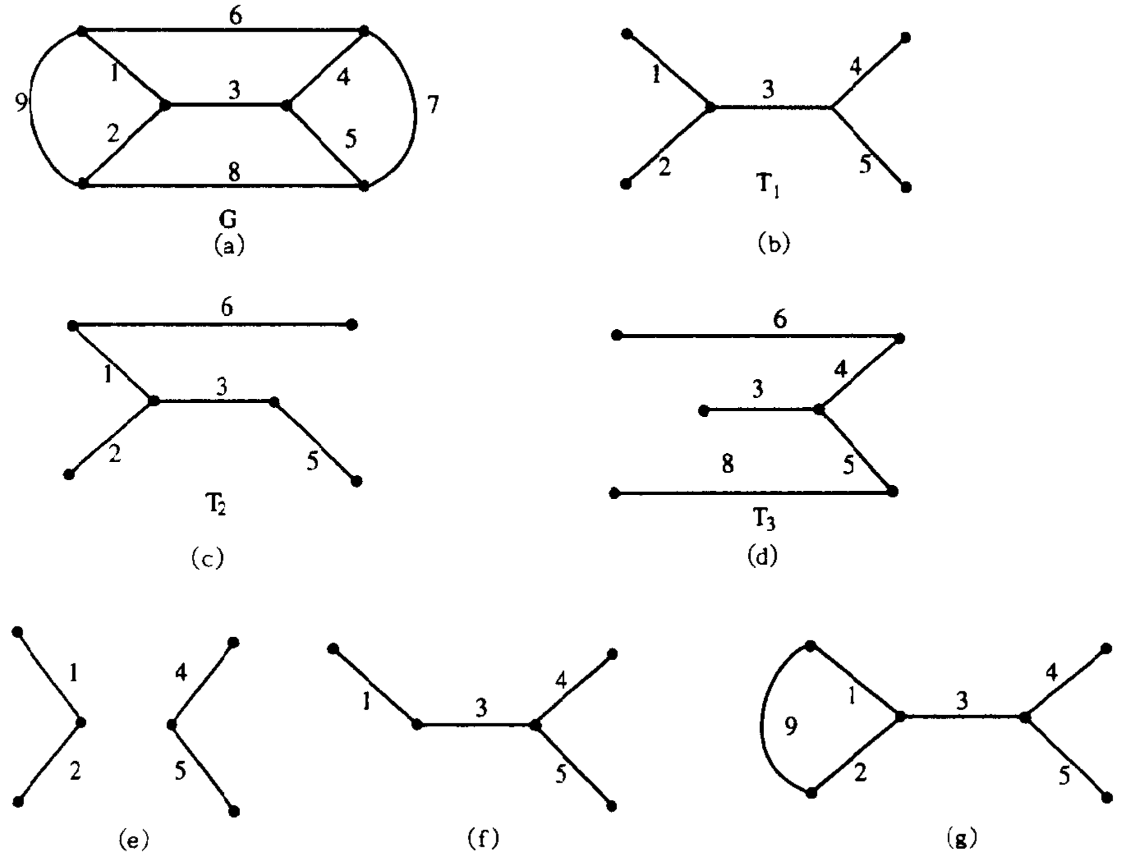



图 1-2-1 说明树的图

通图 G 的树。它们都满足以上三个条件。但图 1-2-1(e)、(f)、(g)所示的子图则不是 G 的树,因为图 1-2-1(e)是不连通的,图 1-2-1(f)没有包含 G 的全部节点,图 1-2-1(g)含有回路。

连通图中与树互补的子图叫做树余(cotree)。与图 1-2-1(b)、(d)的树 $T_1$、$T_3$ 对应的树余分别表示在图 1-2-2(a)、(b)中。由此可知:树余可以含有回

路，可以不包含 G 的全部节点，可以是不连通的。

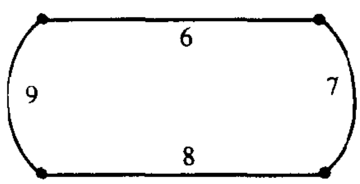
树中的支路叫做树支(tree branch)，树余中的支路叫做连支(link)。对树 $T_1$[图 1-2-1(b)]而言，图 1-2-1(a)所示连通图 G 中的支路 1、2、3、4、5 为树支，支路 6、7、8、9 为连支。

在网络图论中，如同网络理论一样，对偶概念也是普遍存在的，例如上述树和树余互为对偶，树支和连支互为对偶。

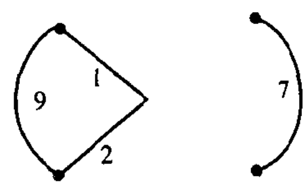
根据树的定义可知：

(1) 树中任意两个节点之间只可能有一条路径。如若不然，势必构成回路，而与树的定义不符。

既然树中任意两节点之间只有一条路径，那么，割断任一树支，必使树的全部节点被分割为相互分离的两组，而每一组节点仍然是连通的。



(a) 图1-2-1(b)的树余



(b) 图1-2-1(d)的树余

图 1-2-2　图 1-2-1 中树 $T_1$ 和 $T_3$ 的树余

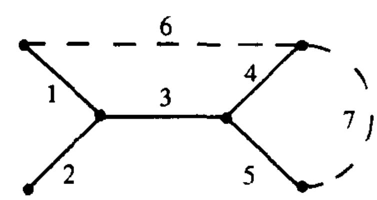


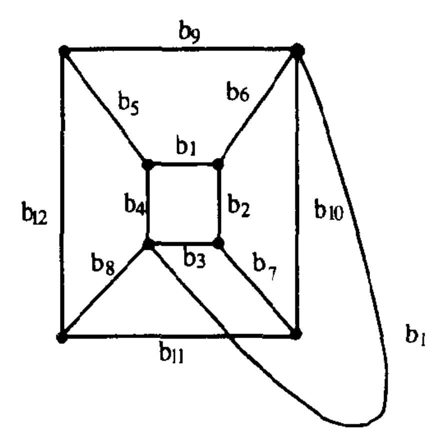
图 1-2-3　说明基本回路的图

(2) 在树中任意两节点之间增加一条连支，则此连支必定与该两节点间的树支路径构成回路。这种只含一个连支的回路叫做基本回路(fundamental loop)。由每一连支决定的基本回路是唯一的。否则树中必有回路，从而违反树的定义。例如在图 1-2-1(b)中增加连支 6，(见图 1-2-3，图中实线为树支，虚线为连支)，则连支 6 与树支 1、3、4 构成一个基本回路。显然，连支 6 决不会再与另外的树支构成第二个基本回路。又如连支 7 也只能与树支 4、5 构成一个基本回路。

任一连通图 G 中可以选出许多种不同的树。但树一经选定之后，图 G 的所有支路中，哪些是树支，哪些是连支，就完全确定了。一种树中的树支支路，对另一种树则可能是连支。

## 练习题

1-2-1　题 1-2-1 图为某网络的图，试判断下列各支路集中，哪些支路集可以构成一种树，哪些支路集为对应于某一种树的树余，并绘出该树的图。



题 1-2-1 图

(1) 支路 $b_5,b_1,b_6,b_{13},b_8,b_{11},b_7$;

(2) 支路 $b_2,b_4,b_6,b_{11},b_{12},b_{13}$;

(3) 支路 $b_2,b_3,b_7,b_5,b_9,b_{12},b_{13}$;

(4) 支路 $b_2,b_4,b_5,b_7,b_8,b_9,b_{13}$。

## §1-3 割 集

任一连通图 G 中,符合下列两个条件的支路集叫做图 G 的割集(cut set),用符号 $C_k(a,b,\cdots)$表示(括号内 $a,b,\cdots$表示属于该支路集的支路编号):

(1) 该支路集中的所有支路被移去(但所有节点予以保留)后,原连通图留下的图形将是两个彼此分离而又各自连通的子图[①];

(2) 该支路集中,当保留任一支路,而将其余的所有支路移去后,原连通图留下的图形仍然是连通的。

条件(2)表明,割集是满足条件(1)的为数最少的支路的集合。

在图 1-3-1 所示的连通图中,支路集 $C_1(3,6,8)$和 $C_2(4,5,6,8)$都是割集。它们都满足以上两个条件。但支路集{3,6,5,8,7}和{3,6,2,8}则不是割集。因为把支路集{3,6,5,8,7}移去后,原连通图被分离为三个(而不是两个)不连通的子图,这与作为割集的条件(1)不符;把支路集{3,6,2,8}中的支路 2 保留下来,而只移去其余三个支路,留下的图形仍被分离为两个非连通的子图,这与作为割集的条件(2)不符。

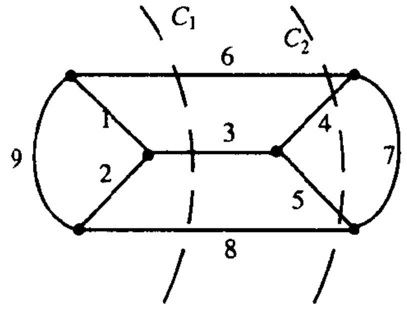


图 1-3-1 说明割集的图

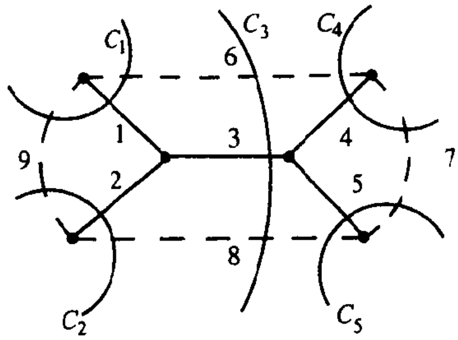


图 1-3-2 说明基本割集的图

对于具有 $s$ 个分离部分的非连通图,符合下列条件的支路集叫做割集:

(1) 该支路集中的所有支路被移去(但所有节点予以保留)后,原非连通图留下的图形将具有 $s+1$ 个分离部分;

(2) 该支路集中,当保留任一支路,而将其余的所有支路移去,原非连通图

① 这种子图也可以是一个孤立节点。

留下的图形仍然只具有 $s$ 个分离部分。

在图1-3-2所示连通图中，实线表示树支，虚线表示连支。根据树的定义，每一树支必定可以和若干连支一道构成一个割集。例如树支1与连支6、9构成割集 $C_1(1,6,9)$，其它树支与相应连支构成的割集分别为 $C_2(2,8,9)$，$C_3(3,6,8)$，$C_4(4,6,7)$，$C_5(5,7,8)$。这种只包含一个树支的割集叫做基本割集(fundamental cut set)。不难看出，每一树支只能与其所属各基本回路中的连支一道构成一个基本割集，而不可能与其它连支一道构成基本割集。因此，由每一树支决定的基本割集是唯一的。

最后必须指出，对任一较复杂的连通图G，可以选出很多个回路和割集。但树一经选定，连通图中互为对偶的基本回路和基本割集就完全确定了。下节我们将证明，对任一连通图，其基本割集数和基本回路数是完全确定的，而与树的选择无关。

**练习题**

1-3-1　在题1-3-1图所示某网络的图中，指出下列支路集中哪些是割集，哪些不是割集：

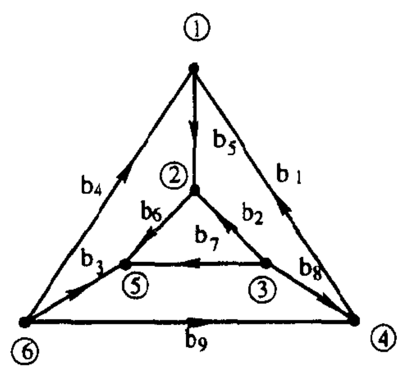
(1) $b_4, b_5, b_8, b_9$；

(2) $b_4, b_6, b_7, b_1$；

(3) $b_4, b_6, b_7, b_8, b_1$；

(4) $b_4, b_3, b_9$；

(5) $b_1, b_6, b_3, b_9$。




题　1-3-1图

## §1-4　图的基本回路数和基本割集数

一个节点数为 $n_t = n+1$ 支路数为 $b$ 的连通图G，无论如何选取树，恒具有 $n$ 个基本割集和 $b-n$ 个基本回路，现证明如下。

设想将连通图G的 $b$ 条支路全部去掉，原有的 $n_t$ 个节点全部保留。为了形成G的一种树，先用一条支路连接其中的两个节点；以后每增加一条支路，便可多连通一个节点。依此类推，把 $n_t = n+1$ 个节点全部连通以构成一种树时，显然至少需要 $n$ 条支路。若支路数多于 $n$，则必形成回路，而不成其为树。例如图1-4-1中，$n_t=6$，按上述方法，把6个节点全部连通，需要 $n=6-1=5$ 条支路(一种连通方式如图中实线所示)。若在任意两个节点，譬如节点④和节点⑤之间再增加一个支路 $x$，则支路3、4、$x$ 将形成一个回路。因此，无论按照什么方式，把图中全部节点连通，而又不形成回路，至少需要而且只需要 $n=n_t-1$ 条支

路。如此形成的G的子图,正是一个树。故含有 $n_t = n+1$ 个节点的连通图的树支数恒等于 $n$。由此可见,树是连通全部节点所需要的为数最少的支路的集合。或者说,树是用最少的支路把全部节点连通起来所形成的一个子图。

因为每一树支必定可以和若干连支一道组成一个基本割集,所以,具有 $n_t = n+1$ 个节点的图G,恒具有 $n$ 个基本割集。

图G中除去了树的部分,剩下的就是树余。因此,树余中的连支数等于全部支路数 $b$ 减去树支数 $n$。由于每一连支必定可以和若干树支一道组成一个基本回路,所以,具有 $n_t = n+1$ 个节点、$b$ 条支路的图G,恒具有 $(b-n)$ 个基本回路。

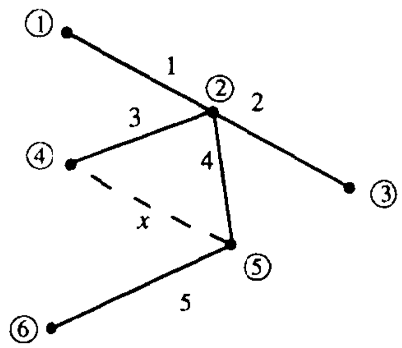



图1-4-1　树支数等于节点数减1的证明

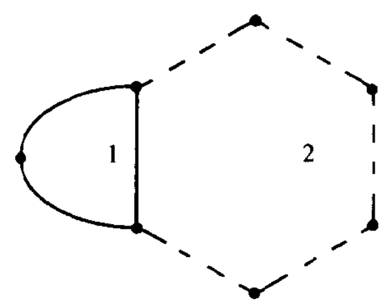



图1-4-2　证明 $m = b - n_t + 1 = l$

对于具有 $n_t$ 个节点、$b$ 条支路、$s$ 个分离部分的非连通图,在每一分离部分中选一树,则总树支数(即基本割集数)为 $n_t - s$,总连支数(即基本回路数)为 $b-(n_t - s) = b - n_t + s$。例如对于图1-1-1(b)中的非连通图,$s=2, n_t=6, b=7$,基本割集数为 $6-2=4$,基本回路数 $l=7-6+2=3$。

凡是能在一个平面上绘出,而又不致有两条支路在一个非节点处交叉的图,称为平面图(planar graph)。一个平面图的网孔数 $m$ 等于图的基本回路数 $l$,即

$$m = l = b-(n_t - 1) = b - n$$

现证明如下:

先设想一个单孔图,如图1-4-2的实线网孔1。显然,无论该网孔是由多少支路联成,节点数恒等于支路数(图中 $b = n_t = 3$),因而 $b - n_t + 1 = 1$,即等于网孔数。

从这个网孔的任一节点出发,经过网孔外部任意个串联起来的支路,最后仍回到原网孔的一个节点上,如图1-4-2虚线所示,这样就构成一个新的网孔2。从图中可以看出,在新网孔中,增加的节点数 $\Delta n_t$ 恒比增加的支路数 $\Delta b$ 少1(图中 $\Delta b = 5, \Delta n_t = 4$)。因此在增加了一个网孔之后,总支路数为 $b+\Delta b$,总节点数

为 $n_t+\Delta n_t$，而

$$(b+\Delta b)-(n_t+\Delta n_t)+1=(b-n_t)+(\Delta b-\Delta n_t)+1$$
$$=0+1+1=2$$

仍与总网孔数相等。依此类推，任意平面网络的网孔数

$$m=b-n_t+1=l(\text{基本回路数})$$

证毕。

**练习题**

1-4-1 求题 1-3-1 图所示图的基本回路数 $l$ 和网孔数 $m$。

# §1-5 关联矩阵

对于任何一个具有 $n_t=n+1$ 个节点、$b$ 条支路的网络的有向图，各节点与各支路的关联情况可用一个节点-支路关联矩阵(node-to-branch incidence matrix)$\boldsymbol{A}_a$ 来表述。$\boldsymbol{A}_a$ 的每一行对应于一个节点，每一列对应于一条支路，它的每一个元素 $a_{ik}$ 定义如下：

(1) 若节点ⓘ与支路 $b_k$ 无关联，则 $a_{ik}=0$；

(2) 若节点ⓘ与支路 $b_k$ 有关联，且支路 $b_k$ 的参考方向是离开节点 $i$ 的(称为正向关联)，则 $a_{ik}=1$；

(3) 若节点ⓘ与支路 $b_k$ 有关联，且支路 $b_k$ 的参考方向是指向节点 $i$ 的(称为反向关联)。则 $a_{ik}=-1$。

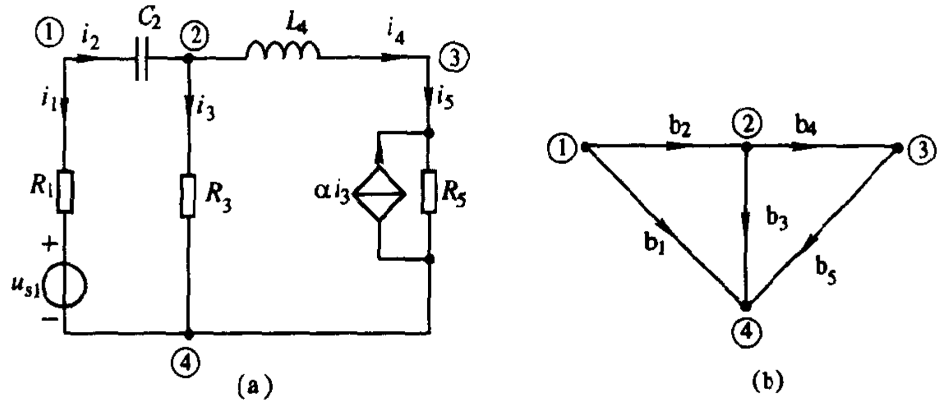



图 1-5-1 具有 4 个节点、5 条支路的网络及其有向图

以图 1-5-1(a)所示网络的有向图[图 1-5-1(b)]为例，其节点-支路关联矩阵为

$$
A_a=\begin{array}{c}\\ ① \\ ② \\ ③ \\ ④\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{ccccc} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5\end{array}\\ \begin{bmatrix}1 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1\\ -1 & 0 & -1 & 0 & -1\end{bmatrix}\end{array}
$$

从 $A_a$ 的每一行中可以看出对应节点所关联的支路和关联形式(正向关联或反向关联)。例如对于上例中 $A_a$ 的第2行,有

$$a_{21}=a_{25}=0 \qquad a_{22}=-1 \qquad a_{23}=a_{24}=1$$

说明与节点②相关联的支路是 $b_2$、$b_3$、$b_4$,并且 $b_2$ 的参考方向是指向节点②的,$b_3$ 和 $b_4$ 的参考方向是离开节点②的。从 $A_a$ 的每一列中可以看出对应支路所关联的节点和关联形式。例如对于上例中 $A_a$ 的第三列,有 $a_{13}=a_{33}=0$,$a_{23}=1$,$a_{43}=-1$,说明支路 $b_3$ 是联接在节点②与④之间,且其参考方向是由节点②指向节点④。

显然,$A_a$ 是一个 $n_t\times b$ 矩阵。

由于每一支路只能联接在两个节点上,且其参考方向必定是指向其中的一个节点,而离开另一个节点。因此,$A_a$ 中的每一列只能有两个非零元,并且一个非零元为1,另一个非零元为-1,即 $A_a$ 中每列元素之和为零。这说明 $A_a$ 的秩(rank)小于行数 $n_t$。

可以证明①,任一具有 $n_t$ 个节点、$b$ 条支路的有向图的矩阵 $A_a$ 的秩恒为 $n=n_t-1$,这说明矩阵 $A_a$ 中只有 $n$ 行是线性无关的。如果在有向图中任意选择一个节点作为参考节点,并且只对 $n=n_t-1$ 个非参考节点建立节点-支路关联矩阵,则此矩阵即是从矩阵 $A_a$ 中删去与参考节点相对应的一行的结果,称之为缩减的节点-支路关联矩阵(reduced node-to-branch incidence matrix),简称关联矩阵,用符号 $A$ 表示。显然,关联矩阵 $A$ 是一个 $n\times b$ 矩阵,其秩等于行数 $n$,其各行是线性无关的。图1-5-1以节点④为参考节点的关联矩阵为

$$
A=\begin{bmatrix}1 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1\end{bmatrix} \tag{1-5-1}
$$

一个有向图中参考节点的选择是任意的,参考节点选择得不同,关联矩阵

① 可参考江泽佳主编的《电路原理》(第二版)下册94页至95页。