

深基坑支护结构实用内力计算手册

黄 强 编著



中国建筑工业出版社

深基坑支护结构实用内力计算手册

黄 强 编著

中国建筑工业出版社

(京)新登字 035 号

本手册以目前我国深基坑支护结构设计常用的朗肯-库伦土压力理论及等值梁法为基本假定,推导出基坑上下不同土层、基坑内外侧不同土层的悬臂、单层及多层支点支护结构分析所关心的支护结构内力、嵌固深度及最大受力点位置系数计算公式,并根据不同地面超载、不同土层内聚力及内摩擦角 φ 值制成便于设计人员应用的系数表。本手册具有较强的实用性,可用于一般工程支护结构内力计算,特别适用于手算。本手册可供岩土工程技术人员和研究人员应用,也可作为大学高年级学生及研究生参考用书。

深基坑支护结构实用内力计算手册

黄 强 编著

*

中国建筑工业出版社出版、发行(北京西郊百万庄)

新华书店 经销

中国建筑工业出版社印刷厂印刷(北京阜外南礼士路)

*

开本:787×1092 毫米 1/16 印张:24 $\frac{1}{4}$ 字数:590 千字

1995年10月第一版 1995年10月第一次印刷

印数:1—8,100 册 定价:36.00 元

ISBN 7-112-02616-4

TU • 1990(7705)

版权所有 翻印必究

如有印装质量问题,可寄本社退换

(邮政编码 100037)

目 录

主要符号

1 概述	1
1.1 深基坑支护结构内力计算特点及现状	1
1.2 支护结构受力分类	2
1.2.1 悬臂式支护结构	2
1.2.2 单(多)支点混合支护结构	3
1.2.3 重力式支护结构	3
1.2.4 拱式支护结构	4
1.3 深基坑支护结构计算模型	4
1.3.1 側向土压力计算模型	5
1.3.2 水平支点力计算模型	6
1.3.3 支护结构的嵌固深度分析模型	6
2 側向土压力	8
2.1 库伦土压力理论	8
2.2 朗肯土压力理论	11
2.3 分层土土压力计算	18
3 悬臂式支护结构内力	19
3.1 基坑上下不同土层支护结构内力	19
3.1.1 结构内力及几何参数计算公式	20
3.1.2 结构内力计算特性	23
3.2 基坑内外侧不同 c 、 φ 值的结构内力	30
3.2.1 结构内力及几何参数计算公式	31
3.2.2 结构内力计算特性	33
4 单层支点混合支护结构内力计算	44
4.1 基坑上下不同土层支护结构内力及支点力	44
4.2 基坑内外侧不同土质的结构内力及支点力	49
4.3 结构内力计算特性	53
5 多层支点混合支护结构内力计算	55
5.1 均质土中多层支点混合支护结构内力及各层支点力	55
5.2 基坑内外侧不同土质多层支点混合支护结构内力及支点力	63
6 支护结构实用内力计算表	68
6.1 基坑上下不同土层悬臂式支护结构内力计算表	69
6.2 基坑内外侧不同土质悬臂式支护结构内力系数表	115
6.3 基坑上下不同土质单层支点混合支护结构内力及支点力系数表	134

6.4	基坑内外侧不同土质单层支点混合支护结构内力及支点力系数表	207
6.5	均质土多层支点混合支护结构内力及支点力系数表	256
6.6	基坑内外侧不同土质多层支点混合支护结构内力及支点力系数表	307
7	算例	356
7.1	基坑面上下不同土层悬臂式支护结构算例	356
7.2	基坑内外侧不同土质悬臂式支护结构算例	359
7.3	基坑上下不同土层单支点混合支护结构算例	361
7.4	基坑内外侧不同土质单层支点混合支护结构计算	365
7.5	多层支点混合支护结构计算	368

1 概 述

深基坑支护结构设计技术是近十多年来在我国逐步涉及的技术难题。深基坑的护壁，不仅要保证基坑内能正常作业且安全，便于基坑挖土，而且要防止基底及坑外土体移动，避免基坑周围地面下沉，保证基坑附近建筑物、地下管线、电缆及道路的正常运行。基坑支护的难题在具体工程实践中所见不同，设计方法也随之变化。随着我国高层建筑不断增加，根据建筑物使用功能及构造要求，基础埋深也随之不断增加。悬臂式支护结构已无法满足上述基坑支护结构的使用要求，多层次支点（锚杆或支撑）混合支护结构已为大部分深基坑支护结构设计所采用。本书通过对现行深基坑支护结构内力计算方法的分析研究，给出了受设计人员欢迎的表格形式，使复杂的深基坑支护结构内力计算简化为十分简便的查表计算形式，对于复杂地层的分析，此表也可为定性分析提供方便。

1.1 深基坑支护结构内力计算特点及现状

深基坑支护结构内力计算是一个古老的传统课题，同时又是一个综合性的岩土工程难题。它既涉及土力学中典型的强度与稳定问题，又包含了变形问题，同时还涉及到土与支护结构的共同作用问题。对这些问题的认识及其对策的研究，是随着土力学理论、分析技术、测试仪器以及施工机械、施工技术的进步而逐步完善的。

与支护结构内力计算密切相关的是作用于结构上荷载的确定，支护结构上荷载的计算与一般上部结构内力计算所采用的静、动荷载不尽相同。深基坑支护结构的静荷载是指作用于结构上的土压力，动荷载并非直接作用于结构上而是通过土体传递到结构上。因此，深基坑支护结构内力计算区别于上部结构的内力计算特点主要在于动、静荷载的计算。

深基坑支护结构的作用荷载—土压力的计算是个十分复杂的课题。传统的库伦朗肯土压力理论适用于先筑墙后填土的挡土墙结构，而深基坑开挖的过程一般是先在地基内施工桩或墙，然后在内侧挖土；库伦朗肯理论适用于较长的挡土墙，属平面问题，而深基坑一般为矩形平面，具有一定的空间影响。基于上述问题，深基坑开挖支护结构土压力计算问题对经典的土压力理论提出了新的挑战。此前，大量的浅挖工程和无需支护的实践，使人们已经习惯于一般常规的“加载”的土力学方法（特别是一次性的单调加载过程）。土中应力与变形均无需作符合开挖边界的调整，但是现在不同了，基坑（特别是深基坑）开挖与支护的应力、变形分析将把不可忽视的卸载问题（还有应力路径的内容）及其引发的土体应力、强度、变形性质以及其变化提上岩土工程师的议事日程，提出需要深入研究的课题。于是也可以说，不断发展中的工程实践对岩土工程和岩土力学提出了新的研究和发展方向与要求。

深基坑支护结构作用荷载、内力计算实际上是一个典型的土与结构共同作用课题。作用于支护结构上的土压力应随着土与结构间的变形条件、支护结构刚度、支点力（锚杆或

内支撑)大小、支护体系的空间影响变化而变化。由于土体的受力性能随土体的含水量等改变，因此，土压力还随环境变化而改变。诸多影响因素使得土压力计算远比上部结构静荷载的计算更为复杂。

除基坑开挖面以上土压力计算问题之外，基坑开挖面以下的作用荷载计算也始终是一个较难确定的课题。亦即基坑支护结构嵌固部分的力学模型假定也是十分困难的，这些问题也需考虑应用结构与土共同作用原理加以解决。

由于我国深基坑支护结构研究起步较晚，在结构与土共同作用问题上的研究甚少，目前，工程设计中大部分还是以库伦朗肯土压力理论为基础计算深基坑支护结构上的作用荷载。进入90年代以后，我国已开始着手编制有关深基坑支护结构设计与施工的有关法规。

上述可见，深基坑支护结构内力计算具有其特点，与上部结构荷载计算不同。从发展的角度看，应充分考虑这些特点以形成更为符合实际的计算方法。但从目前现实的角度来看，朗肯土压力理论、等值梁法等传统而简单的办法还会在今后一段时期内广泛应用。

1.2 支护结构受力分类

支护结构型式多样，为适应于不同的地质及环境条件，设计者们针对不同的工程具体实际，往往会依据当地建筑材料、施工条件等设计出不同的支护型式。显然，目前工程所采用的支护结构型式多样，但其受力性能大致可划分为如下三类：悬臂式支护结构、单(多)支点混合结构、重力式挡土结构及拱式支护结构。

1.2.1 悬臂式支护结构

悬臂式支护结构的受力特点是指在开挖面以上无任何支点力作用，其受力条件比较明确，适用于土质条件较好、开挖较浅（一般在6m以内）的基坑支护。

目前悬臂式支护结构主要做法如下：

1. 桩排支挡结构

(1) 稀疏桩排

当边坡土质尚好地下水位较低时，可利用土拱作用，以稀疏桩排支挡边坡。

(2) 连续桩排

对于不能形成土拱作用的软土边坡，支挡桩必须连续密排。密排的钻孔桩可以互相搭连，或在桩身混凝土强度尚未形成时在相邻桩之间做一根素混凝土树根桩把钻孔桩排连接起来，从而形成一种既挡土又防渗的简易连续墙。

(3) 双排桩

当土软弱或开挖深度较大时，单排桩的横向刚度往往不能满足控制变形的要求。这时，可采用双排桩通过桩顶盖梁连成门式刚架式的整体，这种框架式桩排具有较大的侧向刚度，可以有效地限制边坡的侧向变形。

(4) 组合式桩排

1) 主桩与挡板组合 这实际上也是一种稀疏桩排支挡，只是桩距较大，利用挡板把桩间土的侧压力传递给主桩，同时起到一定的防渗作用。

2) 主桩与水泥土拱组合 以水泥搅拌桩相互搭接组成平面拱代替挡板，把侧压力传递给主桩。这种支挡具有良好的防渗效果，施工更方便，适用于更深的基坑。

3) 桩排与水泥土防渗墙组合 在地下水位高的软土地区,防渗是保证基坑支护成功的重要一环。采用稀疏桩排(单排或双排)挡土,水泥搅拌桩排是防渗的组合结构,被实践证明是经济有效的一种支护型式。

2. 地下连续墙

地下连续墙优点是对周围环境影响小,对地层条件适应性强,墙体长度可任意调节。可将地下连续墙作为支护结构与主体结构,从而大大降低工程造价。又可采用逆作法施工减少对环境和地面交通等影响。地下连续墙作为支护结构还具有抗弯刚度、防渗性能和整体性均好等优点。开挖深度可达30m。目前用于支护的地下连续墙,已从单一的“L”型发展出折板型和“π”型等多种形式,以获得更大的侧向刚度。

1.2.2 单(多)支点混合支护结构

单(多)支点混合支护结构是指在基坑开挖面以上的任何位置上提供单个或多个支点与挡土结构结合而成的混合支护结构。混合支护结构适用于基坑较深,悬臂式支护结构无法满足强度与变形要求的工程。混合支护结构主要类型有:

1. 单(多)支点桩排混合支护结构

在上述悬臂桩桩排支挡结构中,于开挖面以上某固定位置增加一至数层支点(内支撑或锚杆),即可组成混合支护结构。

2. 单(多)支点地下连续墙

当地下连续墙应用于较深的开挖深度,墙体刚度无法满足悬臂结构要求时,应用支点组成混合支护结构,则可适用于较深的基坑开挖,也有利于隔水作用。

3. 沉井

沉井是由内墙和外墙形成垂直的井壁,上下开口的井。由于其顶部和底部都是敞开的,所以在沉井下沉时,其井内水位与地下水位相同。内墙即为外墙的内支撑,受力亦属内多支点混合支护结构。

1.2.3 重力式支护结构

类似于重力式挡土墙的概念,深基坑支护结构亦可采用加固基坑周边土体以形成重力式挡土结构,这种重力式挡土结构主要有以下类型:

1. 水泥搅拌桩加固法

水泥搅拌法是软土加固的一种有效方法,国内用于开挖工程首先是在上海四平路地下车库的基坑支护工程,获得成功后很快在上海地区推广开来,之后又推广到江、浙、闽等软土地区。其优点突出地表现为:施工无环境污染(无噪声、无振动、无排污)、造价低廉及防渗性能好。

加固原理是:利用具有一定强度的水泥搅拌桩相互搭接组成格构体系,从而使边坡滑动棱体范围内的土体得到加固,保持边坡稳定。加固体按重力式挡土墙验算,当稳定性不足时,增加加固体的厚度和深度,直到满足稳定性。

粉喷水泥搅拌桩也开始用于基坑支护,上海医药工业研究院新楼基坑深约6m,采用粉喷桩获得成功。证明粉喷桩同样可以用于边坡加固支护。

2. 高压旋喷桩加固法

高压旋喷桩也是加固软弱地基的方法,由于其水泥含量高,强度比水泥搅拌桩高得多,因此加固边坡厚度可以较薄。当基坑为圆形时,可利用拱效应进一步减小加固厚度。

3. 注浆加固法

其基本原理是：用气压、液压或电化学方法，把水泥浆或其它化学溶液注入土体孔隙中，改善地基土的物理力学性质，达到加固土体和防渗的目的。

4. 网状树根桩加固法

其原理是：使边坡破坏棱体范围内的土体与树根桩网构成一个桩土复合体，它具有良好的整体稳定性，足以抗御土压力、水压力和地面超载。

5. 插筋补强法

插筋补强护坡技术是通过在边坡土体中插入一定数量抗拉强度较高、并具有一定刚度的插筋锚体，使之与土体形成复合土体而共同工作。这种方法可提高边坡土体的结构强度和抗变形刚度，减小土体侧向变形，增强边坡整体稳定性。在工作机理及施工工艺上，它明显不同于在填土中敷设板带的加筋土技术，也不同于护坡支撑中的锚杆技术。插筋补强护坡技术是吸取了上述某些工艺技术的特点而发展起来的一种以主动制约机制为基础的新型边坡稳定技术。它以发挥插筋锚体与土体相互作用形成的复合土体的补强效应为基本特征，以插筋作为补强的基本手段。与其它护坡技术相比，虽然它的护坡深度不可能太大（一般 $\geq 10m$ ），但它不需大型施工机械，不需单独占用场地，而且具有施工简便、适用性广泛、费用低、可以竖直开挖等优点，因而有广泛的应用前景。

1.2.4 拱式支护结构

拱式支护结构充分利用了基坑的弧状及拱式结构受力特点，使以受弯矩为主的支护结构由于拱形受力特性而改变为受压为主，大大改善了结构受力状态。其主要型式如下：

1. 圆形拱支护结构

根据建筑物地下室接近于圆形或圆形，支护结构可按地下室的轮廓线近似地做成圆形结构，此时，支护结构主要承受压应力。

2. 椭圆形支护结构

当基坑周边条件允许，且建筑物地下室接近于椭圆形时，支护结构可做成椭圆形结构，支护结构的受力状态根据椭圆形的长短轴比值而变化。长短轴比越大，则在长轴方向愈趋于悬臂式结构的受力状态，长短轴比愈小（接近于1），则显然类似于圆形受力状态。

3. 曲线形支护结构

建筑物地下室一般根据建筑及使用功能往往是不规则的，其曲线形状无法满足理想圆形或椭圆形，但大都具有一定的曲线形状，或基坑周边条件允许做成某一曲线形状。对基坑的周边条件，可充分利用拱形（曲线形）的良好受力特性，将支护结构设计成主要承受压应力的曲线形支护结构。

1.3 深基坑支护结构计算模型

前已述及，深基坑支护结构计算的最终方法应是考虑结构—土共同作用，考虑结构刚度、土体变形条件及环境条件等，这种计算分析方法目前还有待于进一步研究探索，而根据目前我国大部分工程实际应用及标准规范编制成果来看，还是以传统的分析方法为主。因此，本书在内力计算时也用传统计算分析方法，主要针对常用的悬臂式支护结构及单（多）支点混合支护结构内力进行分析计算，给出便于设计人员应用的计算表格。

1.3.1 侧向土压力计算模型

侧向土压力在深基坑支护工程问题中是一个重要的设计参数。挡墙和板桩墙、支撑和不支撑的开挖、筒仓壁和储箱上的谷物压力、隧道墙以及其它地下结构物上的土压力都需要对构件的侧向压力有定量的估算来作设计或稳定性分析。

从广义来说，土压力是土作用在工程结构上的或作用在被土体所包围的结构物表面上的压力或那些压力的合力。这些压力是由土的自重、土所承载的恒载和活荷载所产生，其大小由土的物理、力学性质、土和结构间的物理作用、绝对位移、相对位移以及变形值和特性所决定。

图 1.3.1 示出有关各类土木工程结构的土压力的几个例子，其基本不同点在于位移的类型和数值。图 1.3.1 (a) 挡土墙绕其基底转动；图 1.3.1 (b) 板桩是柔性结构，因而在土压力作用下变形；图 1.3.1 (c) 用支撑围护的坑壁水平移动。

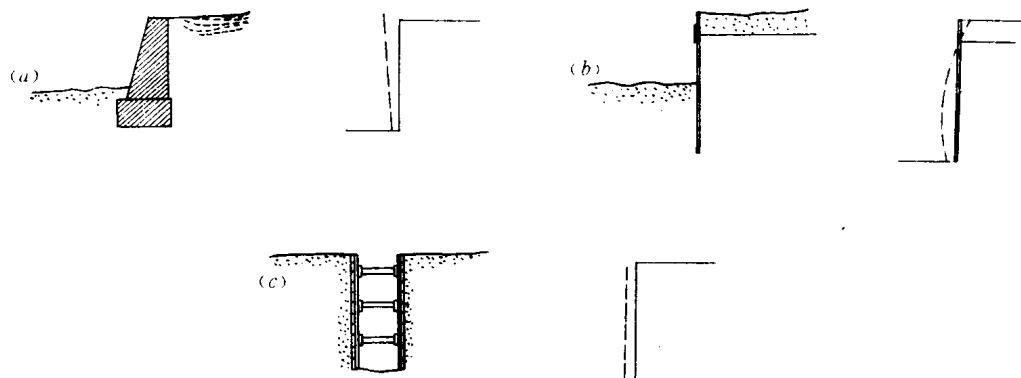


图 1.3.1 与土压力有关的工程问题

(a) 重力式挡墙；(b) 板桩；(c) 挖方的支撑

土压力的大小和分布是超静定问题，首先是因为位移和变形的作用，而且也由于各单个颗粒产生的压力以及颗粒间作用力的绝对值仍然不清楚。颗粒间的孔隙通常由空气或水所填充。

根据墙的移动情况，作用在挡土墙墙背上的土压力可以分为静止土压力、主动土压力（往往简称土压力）和被动土压力（往往简称土抗力）三种，其中主动土压力值最小，被动土压力值最大，而静止土压力值则介乎两者之间，它们与墙的位移关系如图 1.3.2 所示。

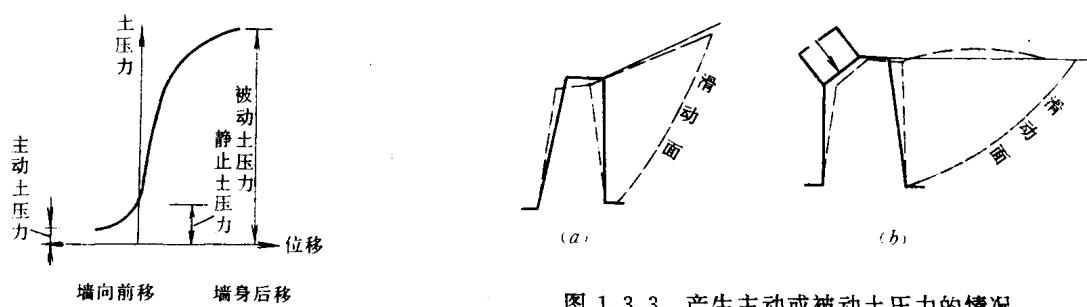


图 1.3.2 墙身位移与土压力关系

图 1.3.3 产生主动或被动土压力的情况

(a) 主动土压力；(b) 被动土压力

如果墙体的刚度很大，墙身不产生任何移动或转动，这时墙后土对墙背所产生的土压力称为静止土压力，其值可以根据直线变形体无侧向变形理论或近似方法求得，土体内相应的应力状态称为弹性平衡状态。

试验表明：如刚性墙身受墙后土的作用绕墙背底部（即墙踵）向外转动（图 1.1.3 (a)）或平行移动，作用在墙背上的土压力从静止土压力值逐渐减小，直到土体内出现滑动面。在滑动面以上的土体（滑动楔体）将沿着这一滑动面向下向前滑动。在这个滑动楔体即将发生滑动的一瞬间，作用在墙背上的土压力减少到最小值，称为主动土压力，而土体内相应的应力状态称为主动极限平衡状态。相反，如墙身受外力作用（如图 1.3.3 (b) 所示拱桥传给桥台上的推力）而挤压墙后的填土，则土压力从静止土压力值逐渐增大，直到土内出现滑动面，滑动楔体将沿着某一滑动面向上向后推出，发生破坏。在这一瞬间作用在墙背上的土压力增加到最大值，称为被动土压力，而土体内相应的应力状态称为被动极限平衡状态。所以，主动土压力和被动土压力是墙后填土处于两种不同极限平衡状态时作用在墙背上并且可以计算的两个土压力；至于介于这两个极限平衡状态间的情况，除静止土压力这一特殊情况以外，由于土体处于弹性平衡状态，是一个超静定问题，目前还无法计算其相应的土压力。

设计时应根据挡土结构的实际工作条件，主要是墙身的位移情况，决定采用哪一种土压力作为计算依据。一般基坑支护结构上部分由于它受到墙后土的作用和地基变形，总要转动向前移动，这些微小的转动或移动将足以使作用在墙背上的土压力接近于主动土压力，所以设计时多按主动土压力计算。在这同时，基坑支护结构的下部分，由于结构向坑内的可能位移，使土体处于被动受压状态，产生了被动土压力以维持结构的平衡作用。

计算土压力的理论主要有 C. A. 库伦 (Coulomb) 理论 (1773) 和 W. J. M. 朗肯 (Rankine) 理论 (1857)。目前深基坑支护结构土压力计算模型建议采用库伦土压力理论的特例——朗肯土压力理论。

1.3.2 水平支点力计算模型

当基坑埋置深度较大，悬臂结构无法满足要求时需设置水平支点以减小挡土结构内力，水平支点力的计算分析方法主要有：(1) 有限方法；(2) 自由一土法；(3) 等值梁法。目前我国规范建议采用等值梁法。

等值梁法计算支点水平力时基于如下假定：

1. 基坑开挖面以下的土压力零点为转动点，保持此点的力矩平衡以求得各层水平支点力。
2. 假定下层开挖不影响上层计算水平支点力。

1.3.3 支护结构的嵌固深度分析模型

支护结构的嵌固深度，理论上应根据作用于结构上力的平衡条件亦即水平力及弯矩的平衡条件确定。但在工程实用习惯上往往只考虑水平力或弯矩的单一平衡条件确定嵌固深度并乘以一个安全系数确定，这种计算方法既简单又已为大部分工程设计证明是安全的。

1. 悬臂式支护结构嵌固深度

悬臂式支护结构由于在基坑开挖面以上不存在支点，支护结构绕脚端的转动可能成为其主要的破坏模式，这已被大部分工程实践所证明。因此，假定悬臂式支护结构的嵌固深度由绕结构端部转动平衡条件确定。

2. 单(多)支点混合支护结构嵌固深度

与悬臂式支护结构不同，由于支点力的作用，混合支护结构在土压力零点位置已保证了上部的转动平衡条件，因此，保证水平力的平衡条件亦即保证支护结构相对于主动土压力方向的水平力总和需大于主动土压力之和成为确定混合支护结构的嵌固条件，亦即建议对于具有水平支点力的混合结构的嵌固深度由水平力平衡条件决定。

本书所给出的所有支护结构内力计算表即根据以上所述计算模型确定的。

2 侧向土压力

土压力计算理论的主要依据是 C. A. 库伦 (Coulomb) 理论 (1773) 和 W. J. M. 朗肯 (Rankine) 理论 (1857)。此即为经典土压力理论，在挡土墙设计中一直沿用至今，尽管经典土压力理论应用于深基坑支护结构的土压力计算还存在一定不足之处，但一直在工程上得到广泛应用，为便于设计人员应用，本章主要介绍库伦与朗肯土压力理论的基本假定与公式。

2.1 库伦土压力理论

库伦土压力理论假定：(1) 挡土墙是刚性的，墙后填土是无粘性砂土；(2) 墙身向前或向后移动以产生主动土压力或被动土压力时的滑动楔体是沿着墙背和一个通过墙踵的平面发生滑动；(3) 滑动土楔体可视为刚体，如图 2.1.1 所示。库伦土压力理论是从滑动楔体处于极限平衡状态时力的静力平衡条件出发而求解主动或被动土压力的。分析时和分析土坡稳定性一样，也当作平面问题来考虑。

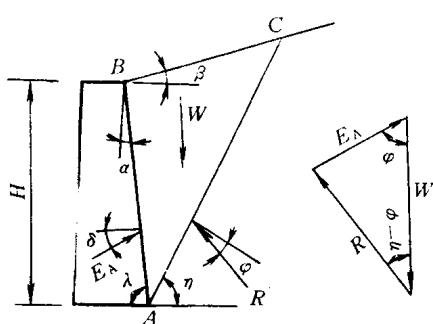


图 2.1.1 主动土压力的计算

当墙身向前转动或平移使得墙后无粘性填土楔 ABC (图 2.1.1) 将沿着墙背 AB 和通过墙踵 A 点的滑动面 AC 向下向前滑动时，在这破坏的瞬间，滑动楔体 ABC 处于主动极限平衡状态。取 ABC 为隔离体，其自重为 W ，则墙背对滑动楔体的反力为 E ，其作用方向与墙背的法线成 δ 角 (δ 为墙背与土体间的摩擦角，称为墙摩擦角或处摩擦角)，滑动面 AC 与水平面的夹角为 η ， AC 面上的反力为 R ，其作用方向与 AC 面上的法线成 φ 角 (φ 角为土的内摩擦角)，并位于法线的下方，如图 2.2.1 所示。所以，作用在滑动楔体 ABC 上的力一共有 W 、 E 和 R 三个，其中 W 的大小及方向、 E 和 R 的方向都为已知，由此可绘出封闭力三角形。根据静力平衡条件，由力的正弦定律可得：

$$\frac{E}{W} = \frac{\sin(\eta - \varphi)}{\sin[180^\circ - (\eta - \varphi + \delta)]} = \frac{\sin(\eta - \varphi)}{\sin(\eta - \varphi + \delta)}$$

即

$$E = W - \frac{\sin(\eta - \varphi)}{\sin(\eta - \varphi + \delta)} \quad (2.1.1)$$

式中 $\psi = \lambda - \delta$ 。

其他符号如图 2.1.1 所示。

由于滑动面 AC 是任意选择的，所以，它不一定是真正的滑动面，因而由上式计算得出的土压力 E 也只是相应于滑动面 AC 时的土压力，而不一定是所求的主动土压力。选用不同的滑动面，土压力 E 值也将随之不同。但是，挡墙破坏时，土体内只能有一个真正的滑动面（即最危险的滑动面），与这个滑动面相应的土压力才是所求的主动土压力 E_a 。那么，怎样来确定这个滑动面呢？可以把 E 看作是滑动楔体在自重作用下克服了滑动面 AC 上的摩擦力以后而向前滑动的力，可见 E 值越大，楔体向下滑动的可能性也越大，所以产生最大 E 值的滑动面就是实际发生的真正的滑动面，相应最大的 E 值就是主动土压力 E_a 。所以求真正滑动面的条件是： $\frac{dE}{d\eta} = 0$ ，由此确定 η 值，也就是真正滑动面的位置。求得 η 值后，再代入式 2.1.1，就可得出主动土压力 E_a 。

$$E_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{\cos^2(\varphi - \alpha)}{\cos^2 \alpha \cos(\delta + \alpha) [1 + \sqrt{\frac{\sin(\delta + \varphi) \sin(\varphi - \beta)}{\cos(\delta + \alpha) \cos(\alpha - \beta)}}]^2} \quad (2.1.2)$$

令 $K_a = \frac{\cos^2(\varphi - \alpha)}{\cos^2 \alpha \cos(\delta + \alpha) [1 + \sqrt{\frac{\sin(\delta + \varphi) \sin(\varphi - \beta)}{\cos(\delta + \alpha) \cos(\alpha - \beta)}}]^2}$ (2.1.3)

则式 (2.1.2) 可改写成

$$E_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_a \quad (2.1.4)$$

式中 γ 、 φ ——分别是填土的容重 (kN/m^3) 的内摩擦角；

H ——挡土墙高度 (m)；

α ——墙背的倾斜角，即墙背与垂线的夹角。以垂线为准，反时针为正（叫俯斜）；顺时针为负（叫仰斜）；

β ——墙后填土表面的倾斜角；

δ ——墙背与填土间的摩擦角，它与填土性质、墙背粗糙程度、排水条件、填土表面轮廓和它上面的无超载等有关，应由试验确定；

K_a ——主动土压力系数。

所以，主动土压力 E_a 与 γ 、 H 和 K_a 有关，而 K_a 又与一系列因素 φ 、 δ 、 α 、 β 等有关。 φ 角越大，则 K_a （或 E_a ）值越小； δ 角越大，则 K_a （或 E_a ）值越小； α 角为负（即仰斜墙），且其值越大，则 K_a （或 E_a ）值越小，而 α 角为正（即俯斜墙），且其值越大，则 K_a （或 E_a ）值越大； β 角越大，则 K_a （或 E_a ）越大，而当 $\beta > \varphi$ 时，则 K_a 将得出虚根，表明式 (2.1.2) 已不适用，因此，必须控制使 $\beta \geq \varphi$ 。了解上述这些关系，将有助于在挡土墙设

计中如何减小主动土压力。当墙高为 z 时, $E_a = \frac{1}{2}\gamma z^2 K_a$, 则沿墙高 z 的主动土压力强度 a_z 等于

$$e_{az} = \frac{dE_a}{dz} = \gamma z K_a \quad (2.1.5)$$

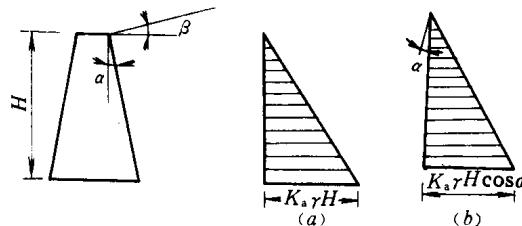


图 2.1.2 主动土压力强度分布图
(a) 沿墙高的分布; (b) 沿墙背的分布

可见当 $z = 0$ 时, $a_0 = 0$; $z = H$ 时, $a_H = \gamma H K_a$, 沿墙高主动土压力强度是按直线分布的, 其强度分布图形为三角形, 如图 2.1.2 所示, 而主动土压力 E_a 的作用点明显地就在距墙底为 $1/3H$ 处。

对于最常见的情况, 即墙背垂直 ($\alpha = 0$), 墙表面光滑 ($\delta = 0$), 填土表面水平 ($\beta = 0$) 且与墙齐高时, 式 (2.1.1) 可简化成:

$$E_a = \frac{1}{2}\gamma H^2 \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \quad (2.1.6)$$

2. 被动土压力的计算

当墙在外力作用下向后推压填土, 最终使滑动楔体沿墙背 AB 和滑动面 AC 向上滑动时 (图 2.1.3), 在破坏的瞬间, 滑动楔体 ABC 处于被动极限平衡状态。取 ABC 为隔离体, 可见除自重 W 外, 作用在楔体上的反力 E 和 R 的方向与求主动土压力时相反, 都应位于法线的另一侧, 按上述求主动土压力时同样的道理和方法, 可求得被动土压力 E_p 的一般表达式, 如式 (2.1.7) 所示。但要注意到与求主动土压力不同的地方, 就是相应于 E 为最小值时的滑动面才是真正 的滑动面, 因为楔体在这时所受的阻力最小, 最容易被向上推出。

被动土压力 E_p 的公式如下:

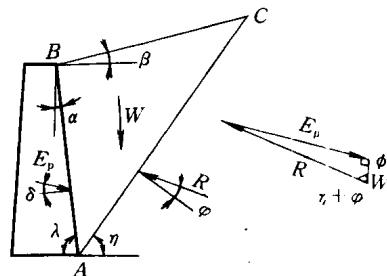


图 2.1.3 被动土压力的计算

$$E_p = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{\cos^2(\varphi + \alpha)}{\cos^2 \alpha \cos(\alpha - \delta) [1 - \sqrt{\frac{\sin(\delta + \varphi) \sin(\varphi + \beta)}{\cos(\alpha - \delta) \cos(\alpha - \beta)}}]^2}$$

$$= \frac{1}{2} \gamma H^2 K_p \quad (2.1.7)$$

式中 K_p —— 被动土压力系数；

其他符号意义同前。

被动土压力 E_p 的作用点在距墙底等于 $H/3$ 处。

当墙背垂直 ($\alpha = 0$)、光滑 ($\delta = 0$)，填土表面水平 ($\beta = 0$) 且与墙齐高时，式 (2.1.7) 可简化成

$$E_p = \frac{1}{2} \gamma H^2 \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) \quad (2.1.8)$$

2.2 朗肯土压力理论

朗肯土压力理论假定墙背和填土间没有摩擦力（即 $\delta = 0$ ），然后按墙身的移动情况，根据填土体内任一点处于主动或被动极限平衡状态时最大和最小主应力间的关系求得主动或被动土压力强度以及主动和被动土压力（它等于土压力强度分布图形的面积）。由于没有考虑摩擦力，这样求得的主动土压力值偏大，而被动土压力值则偏小。因此，用朗肯土压力理论来设计挡土墙总是偏于安全的，而且公式简单，便于记忆，所以也被广泛应用。

1. 基本理论

朗肯研究了半无限均质土体中任意点的应力状态，导出了土压力理论。

在图 2.2.1(a) 中， AB 为无粘性半无限土体的水平表面，由于其中任何垂直截面都是对称的，作用在垂直截面的剪应力等于零，而法向应力就成为主应力。设 G 是横截面积等于 1、高度为 z 的一个砂柱，其容重为 γ ，则作用在它的垂直和水平截面上的剪应力也都等于零，相应截面上的法向应力则成为主应力。因此，在它水平底面上的竖向应力 σ_z 为主应力，并等于其自重应力，即

$$\sigma_z = \gamma z$$

而水平应力 $\sigma_h = \xi \gamma z$ 则是另一个主应力。这时土的应力状态如图 2.2.1(c) 中的应力圆弧 12 所示。当侧向水平应力 σ_h 由于土的侧胀而减小时，点 2 就逐渐左移，最后达到点 3 的位置，这时，应力圆正好与抗剪强度线相切，这就叫做主动极限平衡状态。反之，当水平应力 σ_h 由于土受到侧向挤压而挤紧时，应力圆弧 12 上的点 2 就要向右方移动，一直移到图中的点 4 的位置而与抗剪强度线相切，这时叫做被动极限平衡状态。

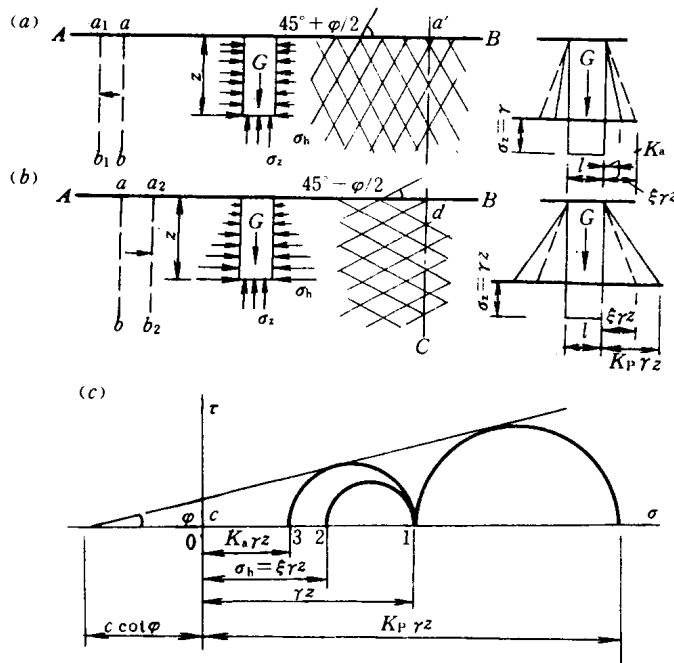


图 2.2.1 朗肯极限平衡状态

(a) 半无限土体的主动朗肯极限平衡状态; (b) 半无限土体的被动朗肯极限平衡状态;

(c) 用应力圆表示主动和被动朗肯极限平衡状态

当土体处于极限平衡状态时, 土中任一点的最大主应力 σ_1 与最小主应力 σ_3 间存在着如下关系:

无粘性土:

$$\sigma_1 = \sigma_3 \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) \quad (2.2.1)$$

或

$$\sigma_3 = \sigma_1 \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \quad (2.2.2)$$

粘性土:

$$\sigma_1 = \sigma_3 \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) + 2c \tan \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) \quad (2.2.3)$$

或

$$\sigma_3 = \sigma_1 \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) - 2c \tan \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \quad (2.2.4)$$

而滑动面 (即破裂面) 与最大主应力平面之间的夹角等于 $45^\circ + \frac{\varphi}{2}$ 。

当整个土体在水平方向有机会侧向膨胀伸展 (图 2.2.1a 中的 ab 平面移动至 a_1b_1 处) 而达到主动极限平衡状态 (或主动朗肯状态) 时, 在深度 z 处任一点所受的竖向应力 γz 是最大主应力, 而水平应力是最小主应力, 也就是该点的主动土压力强度 e_a , 由式 (2.2.2) 和式 (2.2.4) 可得

无粘性土:

$$e_a = \gamma z \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \quad (2.2.5)$$