

岩石磁组构分析及其 在地学中的应用

余钦范 郑敏 编著

地质出版社

岩石磁组构分析及其 在地学中的应用

—— 兼论磁组构的成因 ——

—— 兼论磁组构的成因 ——

岩石磁组构分析及其 在地学中的应用

余钦范 郑 敏 编著

地 质 出 版 社

(京) 新登字 085 号

内 容 简 介

岩石磁组构分析是继古地磁学之后,岩石磁学的又一个重要应用分支。磁组构是用磁化量值椭球描述岩石磁化率各向异性。由于它保留了动力变质、成岩环境的信息,可用于构造应变分析和环境科学。国内外正试图用磁组构来分析构造地质、矿床地质、地震地质、石油地质、水文地质、环境科学等方面的问题。

本书是国内这一领域一本系统介绍磁组构的方法原理、测试分析技术、数据统计整理以及用国内外的丰富实例,展示了这一新课题在地球科学领域研究的可观前景。

本书可作为地球科学有关专业的生产技术人员、科研人员及高校地学类师生阅读的参考书,一定程度上也可作为工具书。

岩石磁组构分析及其 在地学中的应用

余钦范 郑 敏 编著

责任编辑:曹玉

地质出版社出版发行
(北京和平里)

北京地质印刷厂印刷
(北京海淀区学院路29号)

新华书店总店科技发行所经销

开本: $850 \times 1168^{1/32}$ 印张: 3.75 字数: 92400
1992年7月北京第一版·1992年7月北京第一次印刷
印数: 1—750册 定价: 3.15元
ISBN 7-116-01132-3/P·953

前 言

继古地磁学之后，岩石磁学的另一个分支——岩石磁各向异性的研究，正在蓬勃兴起。利用岩石磁化率各向异性，以研究岩石组构为特征，称其为岩石磁组构分析。

岩石组构是岩石的构造与结构特征的总称。研究岩石组构，推测它在形成时的环境和以后所经历的过程，已成了一门专门的学科——“岩组学”。例如，在岩浆侵入、喷出、冷凝过程中所发生的运动，或是物质在靠流水或其他自然力搬运沉积的过程，使火成岩或沉积岩中矿物显示出某个优选的排列方向，这就有可能反映物质的流动方向、流动情况及其来源；又如变质岩石在漫长的应力作用过程中或在温度与应力相互作用的情况下形成片理和重结晶，具有优选方向，从而可反映当时发生应变的情况等。

磁组构 (magnetic fabric) 一词，即来源于“岩组学”。岩石内矿物颗粒的定向性，也反映在磁性颗粒上。磁组构就是磁性颗粒或晶格的定向，或者是它们的组合。它的物理实质是磁化率各向异性，它表现为磁化率数量椭球的形状和方向。磁组构作为一个地质分析工具，最早是由 Graham, J. W. (1954) 提出的。他在 1954 年美国地质学会会刊上，发表一篇题为“磁化率各向异性，一个尚未开发的岩石组构要素”的文章中指出，几乎所有岩石都可以观测到磁各向异性，岩石的磁化率椭球可以反映岩石内部铁磁性颗粒长轴的主要分布方向，与变质的叶理及线理方向，与褶皱轴方向的关系等存在对应现象。并强调测定岩石磁组构的效率要比地质上常用的岩组分析方法快得多。到 60 年代，“磁组构”一词已在有关文献中出现。但真正迅速发展，还是最近十多年的事。

磁化率各向异性有着广泛的应用范围，它几乎遍及地学的各

个领域。在沉积岩中，它可以研究岩石的沉积、搬运、充填方式；在岩浆岩中，可用以研究熔岩流动构造及其与围岩的相互关系，从而可分析岩体的形成过程。不同变质程度的岩石，其磁组构的特征不同，因而研究岩石的磁组构可以分析变质岩的类型及变质程度。磁组构还能研究变质岩中某些构造单元。当前，不少学者正试图用各向异性来分析构造地质、矿床地质、水文地质、地震地质、石油地质、第四纪黄土、环境科学等方面的问题。用磁化率各向异性研究构造地质时，常与有限应变测量、岩组分析方法结合使用。它们具有某些相同的功能，可为构造地质研究提供更多的信息。

本书将系统介绍岩石磁各向异性的物理机制，磁组构分析的方法原理，野外采样与室内测试技术，数据的统计整理，以及磁组构在地球科学各个领域的应用实例与前景。

今天此书得以出版，作者要衷心感谢谭承泽教授自始至终的精心指导，作者尤其感谢国家地震局地球物理研究所许同春副研究员，在本书编写期间给予热情的支持，并亲自撰写了第二章第一节的三、第四章第二节中的三及第五章的初稿。还要感谢首钢地质勘探公司陈德怀工程师、中国地质大学侯国良工程师、顾德林副教授、胡玲讲师以及郭武林高级工程师在野外与室内工作中也给予了多方面的帮助，在此一并致谢。

余钦范

目 录

前言

第一章 岩石磁各向异性与磁组构的表示方法	1
第一节 矿物结晶磁各向异性	1
第二节 铁磁性颗粒形状磁各向异性	3
第三节 磁化率各向异性的数学描述	4
一、磁化率张量	5
二、磁化率张量的主轴和主磁化率	6
三、方向磁化率	7
四、磁化率椭球和数量椭球	7
第四节 表示磁性组构的参数与图件	8
一、表示磁性组构的主要参数	9
二、表示磁性组构的常用图件	9
第二章 测量岩石磁各向异性的仪器与野外采样	12
第一节 测量磁化率各向异性的仪器与方法	12
一、KLY-1 型、KLY-2 型卡帕桥测定原理与方法	12
二、Minisep 旋转磁力仪的原理及使用	15
三、用 Minisep 和卡帕桥 (KLY-1, KLY-2) 对岩样磁 组构的比测	17
第二节 岩石标本的野外采集	21
一、采样点的布置	21
二、标本的定向	21
第三章 岩石磁化率各向异性的统计整理	24
第一节 磁化率各向异性的张量统计	25
一、符号说明及坐标变换	25
二、平均磁化率张量	28
三、归一化平均张量及其协方差矩阵的估计	29
四、磁化率主值和主方向的方差	30

五、平均归一化张量主值置信区间	34
六、平均归一化张量的各向异性检验	36
第二节 磁化率各向异性的 Fisher 统计	37
一、磁化率主方向的坐标变换	37
二、磁化率张量平均主方向的确定	39
三、磁化率张量主方向的 Fisher 统计检验	40
四、磁化率各向异性检验的特征值法	41
第三节 磁化率各向异性统计整理的实施步骤	44
一、单样品数据的整理	44
二、统计平均与统计检验	47
三、统计结果的图示	47
第四节 岩石样品磁化率各向异性的统计实例	50
第四章 磁性构造学	58
第一节 磁化率椭球和应变椭球的对应关系	58
一、磁化率椭球的主方向与主应变方向的对比	63
二、岩石主应变值与磁化率椭球主值的关系	65
第二节 韧性、脆性剪切变形带的磁组构	69
一、剪切带岩石的磁各向异性	69
二、韧性剪切带的磁组构分析	70
三、碰撞造山带变形特征与磁组构分析	78
第三节 火成岩的磁组构研究	81
一、用磁组构研究火成岩体的成因	81
二、用磁组构研究金伯利岩管的侵位	85
第五章 磁性环境学	86
第一节 中国黄土磁组构的研究	86
第二节 沉积岩磁组构和热磁组构的应用	87
第六章 磁各向异性在矿区磁异常解释中的应用	94
第一节 层状结构引起的磁各向异性	95
一、夹层中磁铁矿颗粒度变化的影响	95
二、磁铁矿条带厚度变化的影响	95
三、磁铁矿在夹层内集聚程度的影响	95
第二节 层状结构磁各向异性体的磁场特征	96

一、半圆柱体上的磁场特征	96
二、向斜状形体的磁场特征	98
三、找矿意义	98
第三节 层状结构磁各向异性体磁场的计算	100
一、层状结构磁各向异性体磁化强度表达式	101
二、磁性体的剖分	102
三、磁场的计算公式	103
第四节 找矿实例	105
参考文献	108

第一章 岩石磁各向异性与磁组构的表示方法

岩石磁各向异性一般是指岩石的磁化强度随方向的变化性质，包括感应磁化强度的各向异性与剩余磁化强度的各向异性。目前，由于测试手段的限制，对磁各向异性的研究主要集中在岩石磁化率各向异性上。

产生各向异性的主要原因是定向应力和温度作用。决定性因素是岩石形成时的热动力学条件及其变化，而与岩石成分以及其中所含磁性矿物成分、数量的关系较小。含铁磁性矿物的岩石的磁各向异性的成因，有不同的分类方法，有的归纳为三类，即矿物结晶磁各向异性、形状磁各向异性和结构构造磁各向异性。有的则分成以下六个成因类型 (Bhathal, R. S. 1971): 铁磁性颗粒的形状定向排列，具磁晶各向异性晶体的晶格定向排列，磁畴的定向排列，磁性颗粒串连成线状排列 (这是 1 的特例)，应力作用导致的各向异性及磁交换各向异性。

第一节 矿物结晶磁各向异性

所谓矿物结晶磁各向异性是指矿物存在向一定的结晶方向优先磁化的趋势。磁晶体具有磁原子排列规则的一种晶格。这些原子磁矩间的相互作用与它们的空间取向及原子间的距离有关。有些方向对于磁化排列具有较低的能量。由于这种各向异性，磁矩将趋向于矿物结晶磁各向异性能 E_r 为最小的方向，这些方向就是易磁化方向或称做易磁化轴。对于一个单轴的各向异性晶体，其磁结晶各向异性能

$$E_r = k_0 + k_1 \sin^2 \phi + k_2 \sin^4 \phi + \dots \quad (1.1)$$

式中, k_0 为常数 (各向同性项), k_1 、 k_2 为矿物结晶磁各向异性常数, ϕ 为磁化强度与优先轴 (易磁化轴) 之间的一个角度。这是一个消去了 $\sin \phi$ 的奇数项, 围绕 $\phi = 0$ 对称条件下的级数展开式。 $\phi = 0^\circ$ 与 180° 都是易磁化方向, 两者在能量上是同样有利的。在一个立方晶系的晶体内,

$$E_x = k_0 + k_1(\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \alpha_3^2 \alpha_1^2) + k_2 \alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \dots \quad (1.2)$$

式中, α_i 为磁化强度矢量相对于立方晶系各轴的方向余弦。对于斜方晶系,

$$E_x = k_0 + k_1 \alpha_1^2 + k_2 \alpha_2^2 + k_{11} \alpha_1^4 + k_{12} \alpha_1^2 \alpha_2^2 + k_{22} \alpha_2^4 + \dots \quad (1.3)$$

例如钛磁铁矿系列 $[x\text{Fe}_2\text{TiO}_4 \cdot (1-x)\text{Fe}_3\text{O}_4]$ 为立方晶系结构, 它们的矿物结晶磁各向异性系数 k_1 、 k_2 既随成分参数 x 变化, 也随温度而变化, 如图 (1.1) 所示。在居里温度 (T_c) (或尼尔温度 T_N) 时, 易磁化方向与难磁化方向间的能量差别消失。有些物质在较低温度 (如转变温度 T_k) 时, 磁各向异性项可以互相抵消而趋于零或者改变符号。当过了 T_k 温度时, 磁化强度的优先方向可以从一个轴或一组轴转到另外的轴, 如磁铁矿 (Fe_3O_4) 过 T_k 后, 从原先的易 $\langle 100 \rangle$ 、难 $\langle 111 \rangle$, 转变到易 $\langle 100 \rangle$ 、难 $\langle 100 \rangle$; 赤铁矿 ($\alpha\text{Fe}_2\text{O}_3$) 过 T_k 后从易 $[0001]$ 转到易 $[10\bar{1}0]$ 、难 $[0001]$ 。

在一个晶体中, 原子偶极矩的成行排列引起弹性应变。弹性应变除改变矿物结晶磁各向异性能外, 还产生一种磁致弹性各向异性能。它取决于应力 (σ) 的大小、应力相对于磁化强度矢量的取向以及磁致伸缩常数反映的晶体对称性质。

对于一个立方晶体, 其磁致伸缩各向异性能为:

$$E_{\lambda\sigma} = 3/2 \lambda_{100} \sigma (\alpha_1^2 \beta_1^2 + \alpha_2^2 \beta_2^2 + \alpha_3^2 \beta_3^2) + 3 \lambda_{111} \sigma (\alpha_1^2 \alpha_2^2 \beta_1 \beta_2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2 \beta_2 \beta_3 + \alpha_3^2 \alpha_1^2 \beta_3 \beta_1) \quad (1.4)$$

式中, σ 为应力 (压缩应力带正号); α 为磁化强度矢量 J 的方向余弦; β 为应力 σ 的方向余弦; λ_{110} 为晶体的 $[110]$ 轴的磁致

伸缩常数； λ_{111} 为 $[111]$ 轴的磁致伸缩常数。

λ 是饱和状态时的常数，就是各个方向上由饱和磁场（与 J_s ）引起的应变。对于一个微晶无规则取向的多晶样品，其总体（平均）饱和磁致伸缩常数用 λ_s 表示。

假如一个晶体受外加压力发生弹性应变，磁化强度和它的各向异性都受影响，这个过程叫做反向的磁致伸缩，或叫压磁现象。

第二节 铁磁性颗粒形状磁各向异性

在单独考虑形状影响时，假定磁性颗粒的固有磁化率是各向同性的。一定形状磁性体受外磁场 H 磁化，在磁性体内产生与外磁场相反的退磁场 $H_d (=NJ)$ 。各向异性取决于颗粒形状，这种形状上的各向异性可以用退磁场矢量和感应磁化强度矢量之间的张量关系表示：

$$\begin{aligned}(H_d)_x &= -(N_{xx}J_x + N_{xy}J_y + N_{xz}J_z) \\(H_d)_y &= -(N_{yx}J_x + N_{yy}J_y + N_{yz}J_z) \\(H_d)_z &= -(N_{zx}J_x + N_{zy}J_y + N_{zz}J_z)\end{aligned}\quad (1.5)$$

式中，退磁系数项是对称的一阶张量 ($\tilde{N}$) 的分量，通常可以椭圆积分的形式来表示。由于退磁系数随方向变化，因而总的磁化强度亦随方向变化，从而产生磁各向异性。

这种形状磁各向异性，对于磁铁矿、钛磁铁矿系列的矿物来说是很重要的。当磁铁矿颗粒易于变形时，很小的外部应力作用也会导致退磁系数产生很大的变化，而显示明显的形状磁各向异性。对于另一些矿物，如赤铁矿，由于磁性太弱，形状引起的磁各向异性可以忽略，只出现结晶磁各向异性。需要指出的是，在含有大量赤铁矿颗粒的岩石中，只要有少量钛磁铁矿存在，就可造成明显的形状磁各向异性，而掩盖结晶磁各向异性。

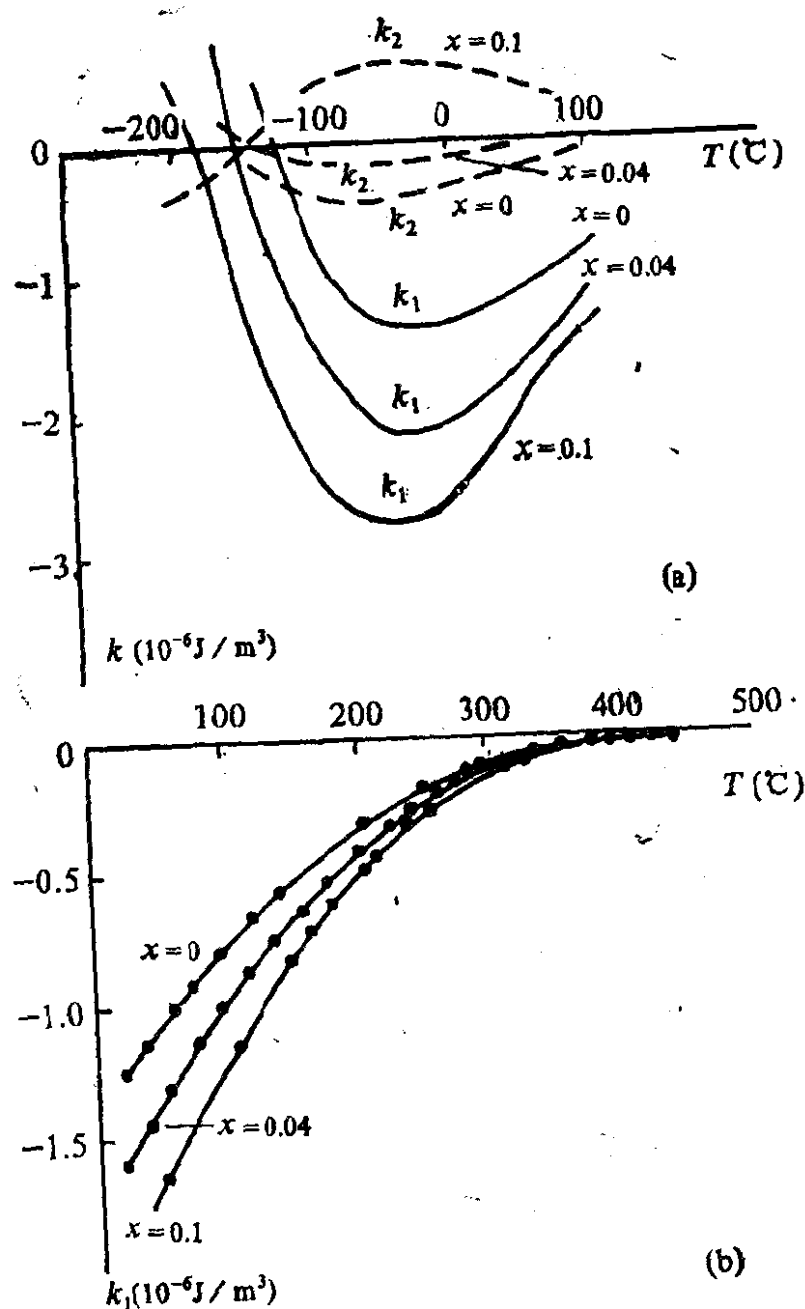


图 1.1 钛磁铁矿磁结晶各向异性系数 (k) 随温度的变化
 (a) — k_1 与 k_2 , 当 $-180^{\circ} < T < 90^{\circ}\text{C}$ (据 Syono Y.);
 (b) — k_1 , 当 $30^{\circ} < T < 500^{\circ}\text{C}$ (据 Fletcher E. J.)

第三节 磁化率各向异性的数学描述

综上所述, 磁畴、晶系、磁性颗粒的形状与大小等因素, 决定了单个磁性颗粒的易磁化方向。在岩石内含有许多磁性颗粒, 它们各自的易磁化方向在空间分布上的一致程度, 决定了整个岩

石在不同方向上发生磁化的难易程度，这种差别即岩石磁化率各向异性。而当磁性颗粒在岩石内连成线和面时（即结构构造磁各向异性），更可加剧岩石在不同方向上磁化的差别。

一、磁化率张量

由于磁各向异性的存在，因此在各向异性岩石内部的某点处，它们感应磁化强度（ J ）方向必然与磁化外场（ H ）的方向不一致。这时，视磁化率 $\tilde{K}$ 实质上是一个方向转换因子，它不是一个标量，而是一个张量，其数学表达式为：

$$J = \tilde{K} \cdot H \quad (1.6)$$

在笛卡儿坐标系 $X_i (i=1, 2, 3)$ 中，(1.6) 式可以展开成

$$\begin{aligned} J_1 &= K_{11}H_1 + K_{12}H_2 + K_{13}H_3 \\ J_2 &= K_{21}H_1 + K_{22}H_2 + K_{23}H_3 \\ J_3 &= K_{31}H_1 + K_{32}H_2 + K_{33}H_3 \end{aligned} \quad (1.7)$$

或写成指标形式

$$J_i = K_{ij}H_j \quad (i, j=1, 2, 3) \quad (1.8)$$

式中 K_{ij} 称为 X_i 轴向上的正常磁化率， $K_{ij} (i \neq j)$ 称为交叉磁化率，它表示沿 j 方向的磁场垂直于它的 i 方向的磁化作用。其物理意义是：由于岩石的磁化率各向异性，磁化场不仅可以引起与它方向一致的感应磁化，而且还可以引起垂直于它的方向的感应磁化。

(1.6) 式中的 $\tilde{K}$ 为固有磁化率张量，它是一个三维二阶张量，共有九个分量，用矩阵表示为：

$$\tilde{K} = \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{pmatrix} \quad (1.9)$$

据能量守恒定律可有

$$\begin{aligned} K_{12} &= K_{21} = K_{13} = K_{31} = 0 \\ K_{11} &= K_{22} = K_{33} = K \end{aligned} \quad (1.10)$$

成立，则岩石的磁化率为各向同性，此时 (1.6) 式变成：

$$J = K H \quad (1.11)$$

式中 K 为标量，即一个零阶张量。

二、磁化率张量的主轴和主磁化率

某个确定的矢量可以在某个坐标系中分解，虽然不同的坐标系中沿坐标轴的分量值可以不同，但该矢量的大小和方向并没有因此而改变。在实际工作中为了使用和研究上的方便，常常选择某个特定的坐标系，以使问题简化。前已说明，磁化率是个三维二阶张量，它有九个分量，同时它又是一个实对称张量，可以只用 6 个分量来表示。正因为 $\tilde{K}$ 具有三维二阶实对称张量的性质，因此可以经过适当的变换，例如正交变换，使 K 张量表达成对角矩阵的形式。

$$[\alpha]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} \cdot [\alpha] = \begin{bmatrix} K_1 & 0 & 0 \\ 0 & K_2 & 0 \\ 0 & 0 & K_3 \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

实际上这只是个坐标轴的旋转变换，即把坐标系 X_i 旋转到和 X'_i 重合，在满足 (1.12) 式的某一新坐标系 X'_i 中， $\tilde{K}$ 被表达成

$$[K] = \begin{bmatrix} K_1 & 0 & 0 \\ 0 & K_2 & 0 \\ 0 & 0 & K_3 \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

在这个特定的坐标系中，沿三个互相垂直的坐标轴 (1, 2, 3) 上的感应磁化强度与磁化场的关系为

$$\begin{aligned} J_1 &= K_1 H_1 \\ J_2 &= K_2 H_2 \\ J_3 &= K_3 H_3 \end{aligned} \quad (1.14)$$

此时，沿这三个轴上的感应磁化强度各自仅由沿所在轴向的磁场分量所引起，而与其它方向的磁场分量无关。实际上，对于一定的三维二阶对称的磁化率张量，在空间必然存在一个特定的正交坐标轴的方向及其相应的三个主轴。

于是可定义：磁化磁场与感应磁化强度平行的方向称主磁化率方向，沿这个方向上的磁化率值为主磁化率，它们分别是 K_1 , K_2 , K_3 。

三、方向磁化率

实际工作中, 方向磁化率是一个重要概念, 因为我们并不能直接测量视磁化率张量的各个分量, 但可以测得沿外场方向的方向磁化率。

在各向异性介质中, 感应磁化强度矢量 $\mathbf{J}$ 的方向与外磁场 $\mathbf{H}$ 的方向之间的夹角为 θ 。感应磁化强度矢量 $\mathbf{J}$ 在外磁场 $\mathbf{H}$ 方向的投影 J_H 与外磁场强度的比值称为外磁场方向的方向磁化率, 记为 K_H 。

设 $\mathbf{H}$ 方向相对人为设置的直角坐标系三个轴的方向余弦为 l_1, l_2, l_3 ;

$$l_i = \cos(\mathbf{H}, \mathbf{X}_i) \quad i = 1, 2, 3 \quad (1.15)$$

$\mathbf{J}$ 在 $\mathbf{H}$ 方向上的投影为:

$$J_H = J \cos \theta = \frac{\mathbf{J} \cdot \mathbf{H}}{H} \quad (1.16)$$

则:

$$K_H = \frac{J_H}{H} = \frac{\mathbf{J} \cdot \mathbf{H}}{H^2} = \frac{J_i H_i}{H^2} \quad (1.17)$$

将 $J_i = K_{ij} H_j$, $H_i = H l_i$, $H_j = H \cdot l_j$ 代入上式得:

$$\begin{aligned} K_H &= \frac{K_{ij} + H_j H_i}{H^2} = \frac{K_{ij} l_i l_j H^2}{H^2} \\ &= K_{ij} l_i l_j \quad i, j = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (1.18)$$

展开上式得:

$$\begin{aligned} K_H &= K_{11} l_1^2 + K_{22} l_2^2 + K_{33} l_3^2 + 2K_{12} l_1 l_2 \\ &\quad + 2K_{23} l_2 l_3 + 2K_{31} l_1 l_3 \end{aligned} \quad (1.19)$$

实际工作中, K_H 值可通过测定多组 K_H 值, 然后利用最小二乘法可求出磁化率张量。

四、磁化率椭球和数量椭球

设置一个通过原点的矢量 $\mathbf{r}$, 令其方向与磁场 $\mathbf{H}$ 方向相同, 但其大小满足:

$$r^2 K_H = 1 \quad \text{即} \quad |\mathbf{r}| = \frac{1}{\sqrt{K_H}} \quad (1.20)$$

r 在三个坐标轴上的投影分别为 X_1 、 X_2 、 X_3 ，则 $l_1 = X_1/r$ ， $l_2 = X_2/r$ ， $l_3 = X_3/r$ ，将 l_1 、 l_2 、 l_3 代入 (1.19) 式得：

$$K_{11}X_1^2 + K_{22}X_2^2 + K_{33}X_3^2 + 2K_{12}X_1X_2 + 2K_{23}X_2X_3 + 2K_{13}X_1X_3 = 1 \quad (1.21)$$

上式是一个二次曲面方程。而当坐标轴 X_1 、 X_2 、 X_3 取为磁化率张量三个主方向时， $K_{12} = K_{23} = K_{31} = 0$ ，故 (1.21) 式，可变为

$$\frac{X_1^2}{(1/K_1)^2} + \frac{X_2^2}{(1/K_2)^2} + \frac{X_3^2}{(1/K_3)^2} = 1 \quad (1.22)$$

上式即为磁化率椭球方程，它的三个轴与磁化率张量三个主方向相同。

如果令 r 与 J 重合，即 $r = J$ 则经过同样的推导过程，可得磁化率数量椭球：

$$\frac{X_1^2}{K_1^2} + \frac{X_2^2}{K_2^2} + \frac{X_3^2}{K_3^2} = 1 \quad (1.23)$$

这是半长轴为 K_i 的椭球的标准方程，它们表示三个正交轴 X_1 、 X_2 、 X_3 上，以长度为 K_1 、 K_2 、 K_3 作为三个主轴长度，以 $r = J$ 的径向矢量所勾划出的椭球面。它的三个轴的长短直接对应于磁化率张量的三个主值的大小，它的形状能直观地表达磁化率各向异性的情况，所以磁化率数量椭球有明显的应用价值，而在实际工作中使用。

第四节 表示磁性组构的参数与图件

对磁化率张量矩阵求特征向量后，可确定磁化率张量的主值与主方向。主方向用某一坐标系下的偏角 D 和倾角 I 来描述。磁化率张量的三个主值及主方向记为：

最大磁化率 K_1 、 D_1 、 I_1 ，中间磁化率 K_2 、 D_2 、 I_2 及最小磁化率 K_3 、 D_3 、 I_3 ，同时为了定义某些磁组构参数的需要，对三个主磁化率值取自然对数：

$$\eta_1 = \ln K_1, \quad \eta_2 = \ln K_2, \quad \eta_3 = \ln K_3$$