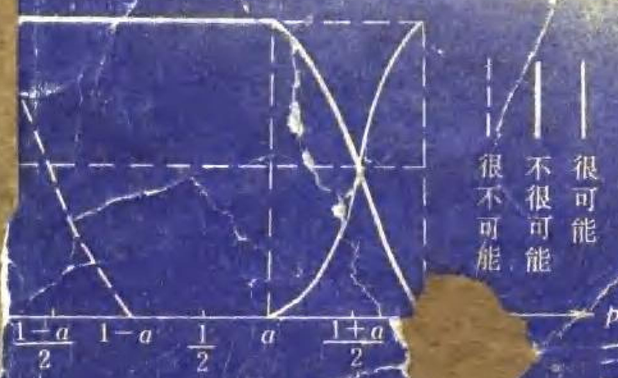
高等学校教材

应用模糊数学

张俊福 邓本让 朱玉仙 刘启千 编



地质出版社

高 等 学 校 教 材

应 用 模 糊 数 学

张俊福　邓本让　朱玉仙　刘启千　编

地 质 出 版 社

内 容 提 要

模糊数学是从二十世纪六十年代发展起来的一门崭新的数学分枝、它的基本理论不断发展，并且在自然科学、社会科学及国民经济等诸多领域中得到了广泛的应用，例如，在自动控制、系统分析、知识描述、语言加工、图象识别、信息处理、医学诊断、经济管理、地质勘探等方面都出现了许多可喜的应用成果。

本书系统地介绍了模糊集、模糊矩阵、模糊关系、模糊图、模糊关系方程、模糊映射、模糊数、模糊积分等基本理论和模糊概率、模糊控制、模糊聚类、模糊模式识别、模糊决策等基本方法，联系实际应用问题进行探讨。全书共十四章及两个附录，内容丰富，理论性强，并且给出了各方面应用的实例，可以作为工科院校研究生的教材，也可以作为本科高年级学生、地球科学、计算机科学、管理科学、信息与系统科学方面的工作者的自学参考书。

应用模糊数学

张俊福　邓本让　朱玉仙　刘启千　编

*

责任编辑　魏贵民　袁　方

地质出版社出版

（北京西四）

地质出版社印刷厂印刷

（北京海淀区学院路29号）

新华书店总店科技发行所发行

*

开本：850×1168 1/32　印张：10.6875　字数：280,000

1988年11月北京第一版·1988年11月北京第一次印刷

印数：1—4,200册　　定价：2.55元

ISBN 7-116-00277-4/P·250

前　言

近几年来，地矿部所属的地质院校先后为硕士研究生开设了模糊数学课程，编写了一些教材、1986年10月在地矿部数学课程研究委员会首次会议上，大家一致要求编写一部有一定理论深度、内容丰富、结合实际的模糊数学教材，以便提高教学质量，总结教学经验，推广模糊数学的应用。一年多来，在研究委员会主任侯吉占教授和副主任杨天行教授的大力关心和指导下，经过编者们的通力合作，终于完成了上述任务，编写了这本教材。

本书系统地介绍了模糊数学的基本原理和基本方法，并且介绍了它在地质方面的一些初步应用。张俊福（中国地质大学）编第一、二、三章。邓本让、朱玉仙（长春地质学院）编写了四—七章以及第十、十一、十四章。刘启千（中国地质大学）编写了第八、九、十二、十三章以及前言和附录。封面署名按此为序。本书由魏贵民（成都地质学院）主审并任责任编辑。他对这本教材提出了许多宝贵的意见并进行了细致的文字加工与润色。

本书编写中尽量作到内容全面、深入浅出，既可作为研究生和本科高年级学生的教材、又可供地质工作者以及自然科学与社会科学中诸多学科工作者的自学参考书。根据我们的实践，40学时可讲授第一章至第七章，60学时可增讲第十一章至第十三章，80学时基本上可讲完全书。有＊号的章节或段落内容较难，可以选讲。教师根据学时的多少，可以灵活选用。

由于编者水平有限，缺点错误在所难免，恳请广大读者批评指正。

编　者

1988年1月

目　录

序

当代科学技术日新月异地向前发展，学科之间既有分工，又有渗透，许多新的边缘学科不断涌现。美国California大学控制论教授 L.A.Zadeh 于1965年发表了开创性论文“模糊集合”（Fuzzy Sets, Information and Control），从而建立了模糊集合论。近二十多年来，模糊数学已广泛地应用到国民经济的各个领域，近几年来，也开始在地质工作中得到应用并初见成效。

数学是关于物质世界的空间形式和数量关系的科学。从十九世纪以来，产生和发展了无限集理论、点集论和点集拓扑之后，人们进一步认识到数学是从量的侧面研究客观世界的一门科学。数学概念反映了人们对于客观现象的特征的认识。近代数学的创始人之一Cantor建立了经典集合论。他指出，“任何事物要么具有性质p，要么不具有性质p”，非此即彼。Cantor的集合论提供了数学研究的普遍工具。每一个数学概念都反映了具有特殊性质的对象的集合；每一个判断都反映了集合之间的某种关系；每一步数学推理都反映了集合之间的某种运算。Cantor的集合论是以形式逻辑的同一律、矛盾律和排中律为基础的。但这种绝对的“非此即彼”有时不能准确地描述客观现实，因为某些事物总是或多或少地存在着“亦此亦彼”的模糊现象。Zadeh从当代发展着的人工智能、大系统工程与计算机的关系之中，发现Cantor所舍弃的模糊概念不是糟粕，而是精华。Zadeh将普通子集的特征函数发展到模糊子集的隶属函数，这是认识上的一个飞跃。他将二值逻辑改造为多值逻辑，为计算机模拟人脑的某些思维方法开辟了新天地。模糊集合在自动控制、系统分析、知识描述、语言加工、图象识别、信息处理、医学诊断、经济管理等方面有着广泛的应用。近几年来，模糊集合在地学上的应用也日趋深入。如在矿产

预测、物化探异常分类、地震预报、岩体工程地质分类、岩相识别、生油岩的划分等方面都做了初步的工作。由于地质科学中的许多概念、判断、语言都具有模糊性，因而模糊数学在地学科学中的应用具有光明的前景。我们相信，数学工作者与地质工作者紧密结合，一定可以将模糊数学的原理广泛深入地用于地质科学与其它科学。

本书使用符号表

一、概念符号

论域	U,V,X,Y
普通集合	A,B,C
元素	u,v,a,b,c
特征函数	$\chi_A(u)$，$\chi_B(u)$
空集	$\varnothing$
幂集	$P(U)$
Borel集（波雷尔集）	$\mathscr{B}$
Fuzzy集（模糊集）	$\underset{\sim}{A}$，$\underset{\sim}{B}$
隶属函数	$\mu_{\underset{\sim}{A}}(u)$，$\underset{\sim}{A}(u)$
模糊幂集	$\mathscr{F}(U)$
T（模、三角范）范	(Δ),T
S 范	S
λ-截集 强	A_λ
λ-截集 弱	A_λ
核	A_1
支撑集	Supp
上确界	sup
下确界	inf
隶属频率	μ^*
模糊矩阵	$\underset{\sim}{A}$，$\underset{\sim}{B}$，$\underset{\sim}{R}$
集合直积	$A\times B$
自反闭包	$r(\underset{\sim}{A})$
对称闭包	$s(\underset{\sim}{A})$

传递闭包 $t(\underset{\sim}{A})$

普通关系 $R,\ Q$

模糊关系 $\underset{\sim}{R},\ \underset{\sim}{Q}$

等价关系 $\sim$

最大解 $\hat{X}$

投　影 $R_U, R_V (\underset{\sim}{R}_U, \underset{\sim}{R}_V)$

截　影 $R|_U (\underset{\sim}{R}|_U)$

映　射 $f: U \longrightarrow V$

$u \longmapsto f(u)$

模糊映射 $f: U \longrightarrow \mathscr{F}(V)$

$u \longmapsto f(u)$

模糊变换 $\delta: \mathscr{F}(U) \longrightarrow \mathscr{F}(V)$

普通扩张原则 $\bar{f}: P(U) \longrightarrow P(V)$

$A \longmapsto \bar{f}(A)$

模糊扩张原则 $\bar{f}: \mathscr{F}(U) \longrightarrow \mathscr{F}(V)$

$\bar{f}^{-1}: \mathscr{F}(V) \longmapsto \mathscr{F}(U)$

$\underset{\sim}{A}$与$\underset{\sim}{B}$的贴近度 $\delta(A, B)$

外　积 $\underset{\sim}{A} \odot \underset{\sim}{B}$

内　积 $\underset{\sim}{A} \cdot \underset{\sim}{B}$

模糊度 $D(\underset{\sim}{A})$

模糊数 $\underset{\sim}{I},\ \underset{\sim}{J},\ \underset{\sim}{K}$

单调类 $\mathscr{K}$

模糊测度 g

某集合的测度 $g(\cdot)$

模糊积分 $\int\!\!\!\!-$

以右边定义左边 $\triangleq$

二、运算符号

属　于 $\in$

不属于 $\overline{\in}$

存在x属于A	$\exists x \in A$
包　含	$\subseteq$
真包含	$\subset$
若P成立，则Q成立	$P \Longrightarrow Q$
并	$\cup$
交	$\cap$
余（补）	c
取大	$\vee$
取小	$\wedge$
连续作“并”运算	$\bigcup_{i=1}^{n}$
连续取大	$\bigvee_{i=1}^{n}$
合成“$\vee - \wedge$”	$\circ$
T合成	$\textcircled{T}$
对任意y	$\forall y$
广义算子符号	$\overline{\alpha}$, $\underline{\alpha}$, $\dot{\varepsilon}$, $\underset{\bullet}{\wedge}$
矩阵拉直	$\overrightarrow{A}$

第一章　普通集合

集合论是现代数学各分枝的基础，其本身也是一门具有严格体系的一个数学分枝。作为模糊数学的予备知识，本章简略地介绍集合论的一些必要内容而不作进一步的详细讨论。为了区别于模糊集合，本章所讨论的集合也叫普通集合或清晰集合、分明集合等等。

§1.1 集合及其运算

一、一般概念

按一般常识的理解，把具有某种确定性质彼此可以区别的对象（或事物、个体等）组成一个整体，这个整体便称之为集合或集。组成集合的每一个对象，均称为该集合的元素或简称为元、任何具体事物或抽象概念均可作为集合的元素。特别地，集合也可以作为另一个集合的元素，即一个集合也可以由其它集合组成。

如果用X代表一个集合，x表示这个集合的元素，我们便说x属于X，记为$x\in X$；否则，便说x不属于X，记为$\overline{x\in X}$或$x\notin X$。以上所涉及的诸如“集合”、“对象”、“属于”等都是我们常识所能理解的概念，而在数学中不再加以定义。

例 1　地球上人类全体就是一个集合，记为M，每个人（记为m）都是这个集合的元素，$m\in M$。若x表地球上非人的动物，则$\overline{x\in}M$。

例 2　在化学中所研究的全体金属元素组成一个集合，每种金属元素就都是这个集合的元素。

上面例中集合的元素都是有限个，这种集合称为有限集。非

有限集的集合称为无限集。例如，全体自然数组成的集合、区间〔0,1〕上全体实数组成的集合，以及全体实函数组成的集合等，都是无限集。

这里先介绍两种集合的表示方法。一种叫列举法，即把一个集合的所有元素都写在一个花括号内，如

$$S=\{a,b,c,d\},\quad A=\left\{\frac{1}{2},\ \frac{1}{3},\ \frac{1}{4},\ \frac{1}{5},\ \frac{1}{6}\right\}$$

等。显然，这种表示法只适合有限集。另一种叫条件定义法，即用记号

$$\{x\,|\,\Phi(x)\}$$

表示一个集合，它由满足条件Φ的元素x全体所组成。例如，中心在原点半径为1的圆周上全体点组成的集合X可记为

$$X=\{(x,y)\,|\,x,y\text{是实数，}x^2+y^2=1\}.$$

花括号中竖线左边的(x,y)表示集合X的元素为xoy坐标面上的点(x,y)，竖线右边的内容表示集合X的元素(x,y)应满足的条件，称为集合的定义条件。

下面的几个概念是经常要用到的

（1）子集

定义1.1-1 设A，B为两个集合，若$\forall x\in A$都有$x\in B$，则称A包含在B内，记为$A\subseteq B$。这种关系也称A是B的子集。（符号$\forall x\in A$表示对于所有的属于A的x。）

若$A\subseteq B$且$B\subseteq A$，则称集合A与集合B相等，记为$A=B$。

定义1.1-2 若$A\subseteq B$但$A\neq B$，则称集合A为集合B的真子集（亦称A真包含在B内），记为$A\subset B$。

显然这个定义与下面的定义是等价的：

定义1.1-3 当且仅当$\forall x\in A$都有$x\in B$，但存在着$x'\in B$使得$x'\overline{\in} A$，则称集合A为集合B的真子集。

（2）空集

不含任何元素的集合叫做空集，记为$\varnothing$。空集可以用条件$x\neq x$定义为

$$\varnothing=\{x \mid x \neq x\}.$$

空集是任一集合的子集，即对于任意集合A，恒有$\varnothing \subseteq A$。

（3）论域

考虑一个确定的集合，使我们在过程中所涉及的一切集合都是这个集合的子集，也就是说我们所研究的一切对象，都是这个集合的元素，这样的集合就叫做论域或空间，常用大写字母U、X等表示。如我们考虑的是部分正整数的集合，则论域就可以取全体自然数组成的集合$N=\{1,2,3,\cdots\}$。如果我们研究的是xoy平面上的任意点集，$A=\{(x,y) \mid x,y$ 为实数，$y=\Phi(x)\}$，则由xoy平面上一切点组成的集合

$$U=\{(x,y) \mid -\infty<x<\infty,-\infty<y<\infty\}$$

就可以作为我们的论域。这时恒有$A \subseteq U$。

论域U中的任一元素x，对于某一确定的集合A，要么$x \in A$，要么$x \overline{\in} A$，二者必居其一且只居其一。这是本章所讨论的普通集合的一个特点。

现在我们给出集合的第三种表示法，即用特征函数来确定一个集合。

设集合A是论域U的一个子集。所谓A的特征函数$\chi_A(x)$是这样规定的，$\forall x \in U$，若$x \in A$则规定$\chi_A(x)=1$，若$x \overline{\in} A$则规定$\chi_A(x)=0$，即

$$\chi_A(x)=\begin{cases}1 & x \in A \\ 0 & x \overline{\in} A\end{cases} \tag{1.1-1}$$

任一特征函数都唯一确定了一个集合。特征函数$\chi_A(x)$的图形一般地画成图1.1-1的形状，每一个$x \in A$所对应的纵坐标$\chi_A(x)$都是1，而任何$x \overline{\in} A$所对应的纵坐标均为零。

例3　全体有理数组成的集合

$$Q=\left\{x \mid x=\frac{p}{q}，\text{其中}p、q\text{为互质整数，且}q>0\right\}$$

的特征函数为