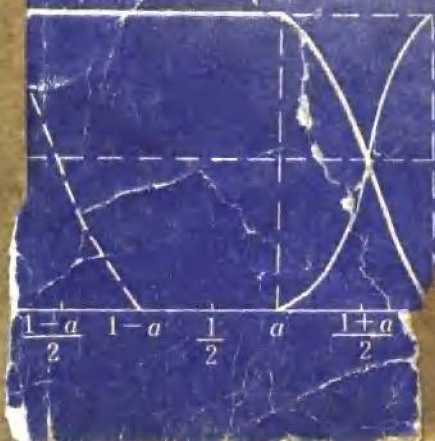


高等学校教材

应用模糊数学

张俊福 邓本让 朱玉仙 刘启千 编

地质出版社



很不可能
不很可能
很可能

p

高等学校教材

应用模糊数学

张俊福 邓本让 朱玉仙 刘启千 编

地质出版社

内 容 提 要

模糊数学是从二十世纪六十年代发展起来的一门崭新的数学分枝、它的基本理论不断发展,并且在自然科学、社会科学及国民经济等诸多领域中得到了广泛的应用,例如,在自动控制、系统分析、知识描述、语言加工、图象识别、信息处理、医学诊断、经济管理、地质勘探等方面都出现了许多可喜的应用成果。

本书系统地介绍了模糊集、模糊矩阵、模糊关系、模糊图、模糊关系方程、模糊映射、模糊数、模糊积分等基本理论和模糊概率、模糊控制、模糊聚类、模糊模式识别、模糊决策等基本方法,联系实际应用问题进行探讨。全书共十四章及两个附录,内容丰富,理论性强,并且给出了各方面应用的实例,可以作为工科院校研究生的教材,也可以作为本科高年级学生、地球科学、计算机科学、管理科学、信息与系统科学方面的工作者的自学参考书。

应 用 模 糊 数 学

张俊福 邓本让 朱玉仙 刘启千 编

*

责任编辑 魏贵民 袁 方

地质出版社出版

(北京西四)

地质出版社印刷厂印刷

(北京海淀区学院路29号)

新华书店总店科技发行所发行

*

开本: $850 \times 1168^{1/32}$ 印张: 10.6875 字数: 280,000

1988年11月北京第一版·1988年11月北京第一次印刷

印数: 1—4,200册 定价: 2.55元

ISBN 7-116-00277-4/P·250

721/103/11

前 言

近几年来，地矿部所属的地质院校先后为硕士研究生开设了模糊数学课程，编写了一些教材。1986年10月在地矿部数学课程研究委员会首次会议上，大家一致要求编写一部有一定理论深度、内容丰富、结合实际的模糊数学教材，以便提高教学质量，总结教学经验，推广模糊数学的应用。一年多来，在研究委员会主任侯吉占教授和副主任杨天行教授的大力关心和指导下，经过编者们的通力合作，终于完成了上述任务，编写了这本教材。

本书系统地介绍了模糊数学的基本原理和基本方法，并且介绍了它在地质方面的一些初步应用。张俊福（中国地质大学）编写第一、二、三章。邓本让、朱玉仙（长春地质学院）编写了四—七章以及第十、十一、十四章。刘启千（中国地质大学）编写了第八、九、十二、十三章以及前言和附录。封面署名按此为宜。本书由魏贵民（成都地质学院）主审并任责任编辑。他对这本教材提出了许多宝贵的意见并进行了细致的文字加工与润色。

本书编写中尽量作到内容全面、深入浅出，既可作为研究生和本科高年级学生的教材、又可供地质工作者以及自然科学与社会科学中诸多学科工作者的自学参考书。根据我们的实践，40学时可讲授第一章至第七章，60学时可增讲第十一章至第十三章，80学时基本上可讲完全书。有*号的章节或段落内容较难，可以选讲。教师根据学时的多少，可以灵活选用。

由于编者水平有限，缺点错误在所难免，恳请广大读者批评指正。

编 者

1988年1月

目 录

序	1
本书使用符号表	3
一、概念符号	3
二、运算符号	4
第一章 普通集合	6
§ 1.1 集合及其运算	6
一、一般概念	6
二、集合的运算	9
三、集合运算的性质	12
四、幂集 笛卡尔积集	12
§ 1.2 关系	13
一、一般概念	13
二、关系的矩阵表示法	15
三、复合关系 (关系的合成)	16
四、等价关系 分划	17
五、序关系	20
§ 1.3 映射	23
§ 1.4 基数	25
一、集合的基数 (势, 浓度)	25
二、基数的比较	29
第二章 模糊集合	31
§ 2.1 模糊子集及其表示法	31
一、模糊子集的定义	31
二、模糊子集的表示法	34
§ 2.2 模糊集的运算及性质	36
§ 2.3 模糊集的广义运算	39

§ 2.4	分解定理	42
一、 λ -截集		42
二、核及支集		45
三、分解定理		45
§ 2.5	隶属函数的确定方法	47
一、模糊统计		48
二、模糊分布		49
第三章	模糊矩阵与模糊关系	55
§ 3.1	模糊矩阵	55
一、模糊矩阵及其运算		55
二、模糊矩阵运算的性质		56
三、模糊矩阵的截矩阵		57
四、模糊矩阵的转置		58
五、模糊矩阵的合成 (复合)		59
六、模糊矩阵的拉直		60
§ 3.2	模糊关系	61
一、模糊关系及其矩阵表示法		61
二、模糊关系的运算及其性质		63
三、模糊关系的合成		64
四、模糊等价关系		66
§ 3.3	模糊图	73
一、普通图的一些基本知识		73
二、模糊图的定义		78
第四章	模糊关系方程	81
§ 4.1	简单模糊矩阵方程	81
§ 4.2	简单模糊矩阵方程的一般解法	82
§ 4.3	解模糊关系方程的表格法	86
§ 4.4	广义模糊关系方程	92
第五章	模糊映射和扩张原理	97
§ 5.1	模糊映射	97
一、准备知识		97

二、模糊映射	99
三、模糊映射与模糊关系之间的关系	100
§ 5.2 模糊变换	101
§ 5.3 扩张原理	103
一、经典扩张原理	103
二、扩张原理 I	104
三、扩张原理 II	107
§ 5.4 贴近度和模糊度	109
一、两模糊集的距离	109
二、贴近度	109
三、模糊度	114
第六章 模糊数	114
§ 6.1 模糊数的概念	114
一、区间数	114
二、凸模糊集	115
三、模糊数	115
§ 6.2 模糊数的运算	117
* § 6.3 有界闭模糊数的运算	124
一、有界闭模糊数的表示方法	124
二、有界闭模糊数的运算	126
三、 $L(x)$ 与 $R(x)$ 在支集内为严格单调连续函数的有界闭 模糊数的运算	128
四、有界闭模糊数运算的封闭性及运算法则	129
第七章 模糊积分	132
§ 7.1 模糊测度	132
§ 7.2 模糊积分	139
第八章 模糊概率	147
§ 8.1 模糊事件的概率	147
§ 8.2 事件的模糊概率	151
§ 8.3 模糊事件的模糊概率	164
第九章 模糊线性规划	167

§ 9.1 普通线性规划	167
一、普通线性规划问题的数学模型	167
二、普通线性规划的解法	170
§ 9.2 模糊约束条件下的极值问题	176
§ 9.3 模糊线性规划	180
§ 9.4 有模糊系数的线性规划	187
第十章 模糊控制	194
§ 10.1 模糊逻辑与模糊推理	194
一、模糊逻辑	194
二、模糊推理	195
§ 10.2 模糊系统的描述	201
一、单输入单输出的情形	201
二、双输入单输出的情形	202
§ 10.3 模糊系统的辨识	204
§ 10.4 模糊控制器原理	209
一、模糊化	210
二、建立模糊控制规则和模糊变换器 $\tilde{R}$	211
三、模糊判决方法	213
第十一章 模糊聚类分析	227
§ 11.1 基于模糊等价关系的传递闭包法	227
§ 11.2 直接聚类法	233
§ 11.3 模糊ISODATA方法	236
一、普通ISODATA算法	239
二、模糊ISODATA算法	242
§ 11.4 应用实例	244
第十二章 模糊模式识别	251
§ 12.1 模糊模式识别的基本方法	251
一、最大隶属原则	251
二、择近原则	254
§ 12.2 几何图形的识别	262
§ 12.3 字母和数字的识别	264

一、手写数字的识别	265
二、手写英文字母的识别	268
第十三章 模糊决策	270
§ 13.1 综合评判	270
§ 13.2 二元对比的排序方法	284
一、择优比较法	284
二、优先关系定序法	285
三、相对比较法	286
四、对比平均法	287
§ 13.3 意见集中	289
一、评分法	289
二、最小距离法	290
三、Blin法	291
§ 13.4 评判空间与评判函数	292
第十四章 模糊数学的进一步应用	297
§ 14.1 模糊概率方法的应用	297
§ 14.2 模糊推理方法的应用	303
§ 14.3 模糊关系方程的应用	308
§ 14.4 模糊逻辑方法的应用	311
§ 14.5 模糊变系数线性规划方法的应用	317
*附录一 格	323
*附录二 二型模糊集 L-模糊集	327
参考文献	333

序

当代科学技术日新月异地向前发展，学科之间既有分工，又有渗透，许多新的边缘学科不断涌现。美国 California 大学控制论教授 L.A.Zadeh 于1965年发表了开创性论文“模糊集合”(Fuzzy Sets, Information and Control)，从而建立了模糊集合论。近二十多年来，模糊数学已广泛地应用到国民经济的各个领域，近几年来，也开始在地质工作中得到应用并初见成效。

数学是关于物质世界的空间形式和数量关系的科学。从十九世纪以来，产生和发展了无限集理论、点集论和点集拓扑之后，人们进一步认识到数学是从量的侧面研究客观世界的一门科学。数学概念反映了人们对于客观现象的特征的认识。近代数学的创始人之一Cantor建立了经典集合论。他指出，“任何事物要么具有性质 p ，要么不具有性质 p ”，非此即彼。Cantor的集合论提供了数学研究的普遍工具。每一个数学概念都反映了具有特殊性质的对象的集合；每一个判断都反映了集合之间的某种关系；每一步数学推理都反映了集合之间的某种运算。Cantor的集合论是以形式逻辑的同一律、矛盾律和排中律为基础的。但这种绝对的“非此即彼”有时不能准确地描述客观现实，因为某些事物总是或多或少地存在着“亦此亦彼”的模糊现象。Zadeh从当代发展着的人工智能、大系统工程与计算机的关系之中，发现Cantor所舍弃的模糊概念不是糟粕，而是精华。Zadeh将普通子集的特征函数发展到模糊子集的隶属函数，这是认识上的一个飞跃。他将二值逻辑改造为多值逻辑，为计算机模拟人脑的某些思维方法开辟了新天地。模糊集合在自动控制、系统分析、知识描述、语言加工、图象识别、信息处理、医学诊断、经济管理等方面有着广泛的应用。近几年来，模糊集合在地学上的应用也日趋深入。如在矿产

预测、物化探异常分类、地震预报、岩体工程地质分类、岩相识别、生油岩的划分等方面都做了初步的工作。由于地质科学中的许多概念、判断、语言都具有模糊性，因而模糊数学在地学科学中的应用具有光明的前景。我们相信，数学工作者与地质工作者紧密结合，一定可以将模糊数学的原理广泛深入地用于地质科学与其它科学。

本书使用符号表

一、概念符号

论域	U, V, X, Y
普通集合	A, B, C
元素	u, v, a, b, c
特征函数	$x_A(u), x_B(u)$
空集	$\emptyset$
幂集	$P(U)$
Borel集 (波雷尔集)	$\mathcal{B}$
Fuzzy集 (模糊集)	$\underline{A}, \underline{B}$
隶属函数	$\mu_{\underline{A}}(u), \underline{A}(u)$
模糊幂集	$\tilde{\mathcal{F}}(U)$
T (模、三角范) 范	$(\Delta), T$
S 范	S
λ -截集 $\begin{cases} \text{强} \\ \text{弱} \end{cases}$	A_λ A_λ
核	A_i
支撑集	Supp
上确界	$\sup$
下确界	$\inf$
隶属频率	μ^*
模糊矩阵	$\underline{A}, \underline{B}, \underline{R}$
集合直积	$A \times B$
自反闭包	$r(\underline{A})$
对称闭包	$s(\underline{A})$

传递闭包	$t(A)$
普通关系	R, Q
模糊关系	$\tilde{R}, \tilde{Q}$
等价关系	$\sim$
最大解	$\hat{X}$
投 影	$R_U, R_V (R_U, R_V)$
截 影	$R _U (R _U)$
映 射	$f: U \longrightarrow V$
	$u \longmapsto f(u)$
模糊映射	$f: U \longrightarrow \mathcal{F}(V)$
	$u \longmapsto f(u)$
模糊变换	$\delta: \mathcal{F}(U) \longrightarrow \mathcal{F}(V)$
普通扩张原则	$\tilde{f}: P(U) \longrightarrow P(V)$
	$A \longmapsto \tilde{f}(A)$
模糊扩张原则	$\tilde{f}: \mathcal{F}(U) \longrightarrow \mathcal{F}(V)$
	$\tilde{f}^{-1}: \mathcal{F}(V) \longmapsto \mathcal{F}(U)$
A 与 B 的贴近度	$\delta(A, B)$
外 积	$A \odot B$
内 积	$\tilde{A} \cdot \tilde{B}$
模糊度	$D(\tilde{A})$
模糊数	$\tilde{I}, \tilde{J}, \tilde{K}$
单调类	$\mathcal{K}$
模糊测度	g
某集合的测度	$g(\cdot)$
模糊积分	$\hat{f}$
以右边定义左边	$\triangleleft$

二、运算符号

属 于	$\in$
不属于	$\notin$

存在 x 属于 A	$\exists x \in A$
包 含	$\subseteq$
真包含	$\subset$
若 P 成立, 则 Q 成立	$P \implies Q$
并	$\cup$
交	$\cap$
余 (补)	c
取大	$\vee$
取小	$\wedge$
连续作“并”运算	$\bigcup_{i=1}^n$
连续取大	$\bigvee_{i=1}^n$
合成“ $\vee - \wedge$ ”	$\circ$
T 合成	$\oplus$
对任意 y	$\forall y$
广义算子符号	$\overline{a}, \underline{a}, \overset{\cdot}{e}, \overset{\cdot}{\wedge}$
矩阵拉直	$\overrightarrow{A}$

第一章 普通集合

集合论是现代数学各分枝的基础，其本身也是一门具有严格体系的一个数学分枝。作为模糊数学的预备知识，本章简略地介绍集合论的一些必要内容而不作进一步的详细讨论。为了区别于模糊集合，本章所讨论的集合也叫普通集合或清晰集合、分明集合等等。

§ 1.1 集合及其运算

一、一般概念

按一般常识的理解，把具有某种确定性质彼此可以区别的对象（或事物、个体等）组成一个整体，这个整体便称之为集合或集。组成集合的每一个对象，均称为该集合的元素或简称为元、任何具体事物或抽象概念均可作为集合的元素。特别地，集合也可以作为另一个集合的元素，即一个集合也可以由其它集合组成。

如果用 X 代表一个集合， x 表示这个集合的元素，我们便说 x 属于 X ，记为 $x \in X$ ；否则，便说 x 不属于 X ，记为 $x \notin X$ 或 $x \notin X$ 。以上所涉及的诸如“集合”、“对象”、“属于”等都是我们常识所能理解的概念，而在数学中不再加以定义。

例1 地球上人类全体就是一个集合，记为 M ，每个人（记为 m ）都是这个集合的元素， $m \in M$ 。若 x 表地球上非人的动物，则 $x \notin M$ 。

例2 在化学中所研究的全体金属元素组成一个集合，每种金属元素就都是这个集合的元素。

上面例中集合的元素都是有限个，这种集合称为有限集。非

有限集的集合称为无限集。例如，全体自然数组成的集合、区间 $[0, 1]$ 上全体实数组成的集合，以及全体实数组成的集合等，都是无限集。

这里先介绍两种集合的表示方法。一种叫列举法，即把一个集合的所有元素都写在一个花括号内，如

$$S = \{a, b, c, d\}, A = \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}\right\}$$

等。显然，这种表示法只适合有限集。另一种叫条件定义法，即用记号

$$\{x | \Phi(x)\}$$

表示一个集合，它由满足条件 Φ 的元素 x 全体所组成。例如，中心在原点半径为 1 的圆周上全体点组成的集合 X 可记为

$$X = \{(x, y) | x, y \text{ 是实数}, x^2 + y^2 = 1\}.$$

花括号中竖线左边的 (x, y) 表示集合 X 的元素为 xoy 坐标面上的点 (x, y) ，竖线右边的内容表示集合 X 的元素 (x, y) 应满足的条件，称为集合的定义条件。

下面的几个概念是经常要用到的

(1) 子集

定义 1.1-1 设 A, B 为两个集合，若 $\forall x \in A$ 都有 $x \in B$ ，则称 A 包含在 B 内，记为 $A \subseteq B$ 。这种关系也称 A 是 B 的子集。（符号 $\forall x \in A$ 表示对于所有的属于 A 的 x 。）

若 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$ ，则称集合 A 与集合 B 相等，记为 $A = B$ 。

定义 1.1-2 若 $A \subseteq B$ 但 $A \neq B$ ，则称集合 A 为集合 B 的真子集（亦称 A 真包含在 B 内），记为 $A \subset B$ 。

显然这个定义与下面的定义是等价的：

定义 1.1-3 当且仅当 $\forall x \in A$ 都有 $x \in B$ ，但存在着 $x' \in B$ 使得 $x' \notin A$ ，则称集合 A 为集合 B 的真子集。

(2) 空集

不含任何元素的集合叫做空集，记为 $\emptyset$ 。空集可以用条件 $x \neq x$ 定义为

$$\emptyset = \{x | x \neq x\}.$$

空集是任一集合的子集，即对于任意集合 A ，恒有 $\emptyset \subseteq A$ 。

(3) 论域

考虑一个确定的集合，使我们在过程中所涉及的一切集合都是这个集合的子集，也就是说我们所研究的一切对象，都是这个集合的元素，这样的集合就叫做论域或空间，常用大写字母 U 、 X 等表示。如我们考虑的是部分正整数的集合，则论域就可以取全体自然数组成的集合 $N = \{1, 2, 3, \dots\}$ 。如果我们研究的是 xoy 平面上的任意点集， $A = \{(x, y) | x, y \text{ 为实数}, y = \Phi(x)\}$ ，则由 xoy 平面上一切点组成的集合

$$U = \{(x, y) | -\infty < x < \infty, -\infty < y < \infty\}$$

就可以作为我们的论域。这时恒有 $A \subseteq U$ 。

论域 U 中的任一元素 x ，对于某一确定的集合 A ，要么 $x \in A$ ，要么 $x \notin A$ ，二者必居其一且只居其一。这是本章所讨论的普通集合的一个特点。

现在我们给出集合的第三种表示法，即用特征函数来确定一个集合。

设集合 A 是论域 U 的一个子集。所谓 A 的特征函数 $x_A(x)$ 是这样规定的， $\forall x \in U$ ，若 $x \in A$ 则规定 $x_A(x) = 1$ ，若 $x \notin A$ 则规定 $x_A(x) = 0$ ，即

$$x_A(x) = \begin{cases} 1 & x \in A \\ 0 & x \notin A \end{cases} \quad (1.1-1)$$

任一特征函数都唯一确定了一个集合。特征函数 $x_A(x)$ 的图形一般地画成图 1.1-1 的形状，每一个 $x \in A$ 所对应的纵坐标 $x_A(x)$ 都是 1，而任何 $x \notin A$ 所对应的纵坐标均为零。

例 3 全体有理数组成的集合

$$Q = \left\{ x | x = \frac{p}{q}, \text{ 其中 } p, q \text{ 为互质整数, 且 } q > 0 \right\}$$

的特征函数为