

# 画法几何

同济大学建筑制图教研室 编

同济大学出版社

# 画 法 几 何

同济大学建筑制图教研室 编



同济大学出版社

## 内 容 提 要

本书主要内容有：正投影图、轴测投影、投影图中阴影、透视投影和标高投影。

本书可作为高等工业学校各土木建筑类专业的“画法几何及工程制图”、“画法几何及阴影、透视”课程的教科书。也可作为函授大学、业余大学和电视大学的土木建筑类型专业相同课程的教科书或教学参考书。

与本书配合使用的有《画法几何习题集》，由同济大学出版社同时出版。

责任编辑 缪临平  
封面设计 张 连

## 画 法 几 何

同济大学建筑制图教研室编

同 济 大 学 出 版 社 出 版

(上海四平路 1239 号)

新华书店上海发行所发行

同济大学印刷厂印刷

开本 787×1092 1/16 印张 13.5 字数 340 千字

1985年 8月第1版 1985年 8月第1次印刷

印数 1—20.000 科技新书目 109—245

统一书号 15335.017 定价 2.30元

## 前　　言

本书适用于高等工业学校土木建筑类型专业，例如工业与民用建筑工程、建筑结构工程、土建结构工程、海洋工程、地下工程与隧道工程、公路与城市道路、桥梁工程、给水排水工程、环境工程、测量学、水文地质与工程地质、岩土工程、建筑管理工程、建筑学、城市规划、风景园林等专业，作为“画法几何及工程制图”或“画法几何及阴影、透视”课程中画法几何部分的教科书。

又如建筑学、城市规划、风景园林等专业，另有单独编写的《建筑阴影和透视》配套教科书；其它土木建筑类型专业也另有单独编写的《土建工程制图》配套教科书。本书及各配套的教科书均有相应的习题集随同出版，以供教学中使用。

本书是适用于土木建筑类型各专业的通用教科书，内容略多，可随各专业的需要不同和教学观点的不同而取舍。编者认为，教科书中内容不一定要全部贯彻；相反地，教科书中没有的内容，也可在教学中补充。

教学中随专业不同而可以不予贯彻的内容，例如有：第十三章投影图中阴影、第十四章透视投影和第十五章标高投影；以及个别节、段，如§5—4点、直线和平面的图解方法、§9—6中的螺旋楼梯画法、§11—1中的同坡屋顶和§11—3中的辅助球面法等；又如第十章和第十一章中有关曲面的截交线和相贯线的切线法亦可不一定贯彻；此外，如第六章投影变换中，有些专业可以只贯彻辅助投影面法及绕投影面垂直轴旋转法中求一般位置直线的实长和投影面垂直面的实形等内容；又如§8—2二次曲线和§9—5二次曲面中，也可以只贯彻部分内容。在以上内容中，为了区别起见，特把一部分内容排成小号字体。

本书文字叙述的详略，乃根据教学方式而定。凡属容易理解的部分，则尽量简明扼要；凡属可能自学的内容，则略微详细。

本书插图，凡属初次出现的内容，一般附有直观图，以便读者了解空间状况，借此建立立体感；同时，教学中也可不一定使用模型。凡属内容可以连贯的插图，尽可能采用连环式，以便前后对比；讲授中黑板上画图时，也可逐步添加新的内容，以利教学。部分例题的插图，将已知条件和作图过程分开，以资醒目，也有利于学生复习时重做一遍。

本书原版是于1977年底为迎接恢复高校统一入学考试后第一届新生的学习而编写的，并于1982年底增写部分章节。在本校和兄弟院校的教学中，经过连续八年的使用，认为本书适用于教学。因此，现根据使用心得，重新予以修改并增加部分内容，由同济大学出版社出版，以适应目前教学形势和生产建设的需要。

本书由同济大学建筑制图教研室黄钟琏同志执笔编写。历年并由教研室许多同志绘制了插图。此次出版时，由王德芳和章金良等同志重新绘制了插图。马志超同志并对原稿进行了审阅和修改。

本书在编写中，吸收和采纳了本校历年所编教材和国内外其它画法几何书籍中的许多优点和部分插图，在此谨表谢忱。在过去八年中，承使用本书的本校和兄弟院校的教师和同学

提供宝贵的意见和建议，特此致谢。

本书原版承武汉测绘学院张伯葵同志审阅和修改，以及同济大学出版社和同济大学印刷厂的支持，缪临平同志的编辑加工，在此一并致谢。

由于编者教学经验和学术水平所限，本书缺点和错误难免，恳请读者批评指正。

编 者

1985年4月

# 目 录

<b>第一章 概论</b> .....	( 1 )
§ 1-1 引言 .....	( 1 )
§ 1-2 投影 .....	( 1 )
§ 1-3 工程图种类 .....	( 3 )
<b>第二章 点</b> .....	( 5 )
§ 2-1 点的两面投影 .....	( 5 )
一、点的单面投影	
二、点的两面投影	
三、点的两面投影特性	
§ 2-2 点的三面投影 .....	( 7 )
一、点的三面投影	
二、点的三面投影特性	
三、坐标	
四、轴测图	
§ 2-3 两点的投影 .....	( 9 )
一、两点的相对位置	
二、有轴投影图和无轴投影图	
三、重影点及其可见性	
<b>第三章 直线</b> .....	( 12 )
§ 3-1 直线的投影 .....	( 12 )
一、直线的投影特性	
二、直线的投影图	
§ 3-2 直线对投影面的相对位置 .....	( 13 )
一、一般位置直线	
二、投影面平行线	
三、投影面垂直线	
§ 3-3 直线上点 .....	( 17 )
一、直线上点的投影	
二、直线上各线段之比	
三、直线的迹点	
§ 3-4 两直线的相对位置 .....	( 19 )

- 一、平行两直线
- 二、相交两直线
- 三、交叉两直线
- 四、垂直两直线

#### **第四章 平面.....( 25 )**

##### **§ 4-1 平面的投影 .....( 25 )**

- 一、平面的投影特性
- 二、几何元素确定的平面
- 三、迹线表示平面

##### **§ 4-2 平面上点和直线 .....( 26 )**

- 一、平面上点
- 二、平面上直线
- 三、平面上投影面平行线
- 四、迹线平面上直线

##### **§ 4-3 平面对投影面的相对位置 .....( 28 )**

- 一、一般位置平面
- 二、投影面垂直面
- 三、投影面平行面

#### **第五章 直线与平面和平面与平面.....( 34 )**

##### **§ 5-1 平行 .....( 34 )**

- 一、直线与平面平行
- 二、平面与平面平行

##### **§ 5-2 垂直 .....( 35 )**

- 一、直线与平面垂直
- 二、平面与平面垂直

##### **§ 5-3 相交 .....( 37 )**

- 一、直线与特殊位置平面相交
- 二、投影面垂直线与一般位置平面相交
- 三、两个特殊位置平面相交
- 四、一般位置平面与特殊位置平面相交
- 五、直线与一般位置平面相交
- 六、两个一般位置平面相交

##### **§ 5-4 点、直线和平面的图解方法 .....( 42 )**

- 一、图解问题
- 二、一般位置情况下距离问题解法
- 三、一般位置情况下角度问题解法
- 四、图解问题的轨迹解法

<b>第六章 投影变换</b>	.....	(49)
§ 6-1 投影变换的目的和方法	.....	(49)
一、投影变换的目的		
二、投影变换的方法		
§ 6-2 辅助投影面法	.....	(50)
一、基本条件		
二、点的辅助投影——辅助投影的基本作图法		
三、直线和平面变换的六个基本情况		
四、应用举例		
§ 6-3 旋转法	.....	(57)
一、基本知识		
二、绕投影面垂直轴的旋转法		
三、不指明轴的旋转法		
四、绕投影面平行轴的旋转法		
<b>第七章 平面立体</b>	.....	(67)
§ 7-1 平面立体的投影	.....	(67)
一、棱柱和棱锥		
二、平面立体的投影特性		
三、平面立体表面上点和直线		
§ 7-2 平面立体的表面展开	.....	(71)
§ 7-3 工程形体	.....	(72)
<b>第八章 曲线</b>	.....	(75)
§ 8-1 曲线的一般知识	.....	(75)
一、曲线的形成和分类		
二、曲线的投影		
三、曲线的投影图		
四、曲线的切线		
§ 8-2 二次曲线	.....	(76)
一、圆周		
二、椭圆		
三、抛物线		
四、双曲线		
§ 8-3 圆柱螺旋线	.....	(87)
一、圆柱螺旋线的形成和分类		
二、圆柱螺旋线的投影图		
三、圆柱螺旋线的展开图和切线		

<b>第九章 曲面和曲面立体</b>	.....	(90)
§ 9-1 曲面的一般知识	.....	(90)
一、曲面的形成分类		
二、曲面的切平面和法线		
三、曲面的投影		
四、曲面立体		
§ 9-2 可展曲面	.....	(92)
一、柱面		
二、锥面		
三、切线曲面		
§ 9-3 扭面	.....	(100)
一、扭面的形成及基本性质		
二、翘平面		
三、锥状面		
四、柱状面		
§ 9-4 旋转面	.....	(105)
一、旋转面的形成和投影		
二、直线旋转面		
三、曲线旋转面		
四、旋转面的切平面和法线		
§ 9-5 二次曲面和平移曲面	.....	(109)
一、概述		
二、二次柱面和二次锥面		
三、椭球面		
四、双曲面		
五、抛物面		
六、旋转二次曲面		
七、二次曲面的作图问题		
八、平移曲面		
§ 9-6 螺旋面	.....	(116)
一、螺旋面的形成和分类		
二、螺旋楼梯画法		
<b>第十章 平面、直线与立体相交</b>	.....	(119)
§ 10-1 平面与平面立体相交	.....	(119)
一、平面立体的截交线		
二、棱柱和棱锥的截断举例		
§ 10-2 平面与曲面立体相交	.....	(123)

一、曲面立体的截交线	
二、圆柱的截断	
三、圆锥的截断	
四、一般形状旋转面的截断	
<b>§ 10-3 直线与立体相交</b>	<b>( 133 )</b>
一、直线与立体表面的贯穿点	
二、平面立体的贯穿点	
三、曲面立体的贯穿点	
<b>第十一章 两立体相交</b>	<b>( 137 )</b>
<b>§ 11-1 两平面立体相交</b>	<b>( 137 )</b>
一、两平面立体的相贯线	
二、相贯线作法举例	
三、立体的贯通孔和切口	
四、同坡屋顶	
<b>§ 11-2 平面立体与曲面立体相交</b>	<b>( 142 )</b>
一、平面立体与曲面立体的相贯线	
二、相贯线作法举例	
<b>§ 11-3 两曲面立体相交</b>	<b>( 145 )</b>
一、两曲面立体的相贯线	
二、相贯线作法举例	
三、特殊情况相贯线	
四、辅助球面法	
<b>第十二章 轴测投影</b>	<b>( 157 )</b>
<b>§ 12-1 轴测投影的基本知识</b>	<b>( 157 )</b>
一、轴测投影的形成	
二、轴测投影的特性	
三、轴测投影表达几何形体的条件	
<b>§ 12-2 轴量投影的分类和选择</b>	<b>( 160 )</b>
一、轴测投影的分类	
二、常用的几种轴测投影	
三、轴测投影的类型选择	
<b>§ 12-3 轴测投影的画法</b>	<b>( 164 )</b>
一、平面立体	
二、曲线	
三、圆周	
四、曲面立体	
五、截断和相贯	

## 六、工程形体

### 第十三章 投影图中阴影 ..... ( 172 )

§ 13-1 阴影的基本知识 ..... ( 172 )

一、投影图中阴影

二、常用光线

§ 13-2 点的影子 ..... ( 173 )

一、点的影子

二、投影图中点的影子求法

§ 13-3 线的影子 ..... ( 175 )

一、线的影子

二、直线的影子

三、直线的影子特性

§ 13-4 平面的影子 ..... ( 178 )

一、平面图形的影子

二、平面的影子特性

三、圆形的影子

§ 13-5 立体的阴影 ..... ( 180 )

一、阴线和影线

二、几何体的阴影

三、建筑形体的阴影

### 第十四章 透视投影 ..... ( 185 )

§ 14-1 透视投影的基本知识 ..... ( 185 )

一、透视投影的形成

二、基本术语

三、透视投影表达物体的条件

§ 14-2 透视特性 ..... ( 186 )

一、点

二、线

三、平面

§ 14-3 透视作法 ..... ( 189 )

一、直线的透视作法

二、立体的透视作法

### 第十五章 标高投影 ..... ( 197 )

§ 15-1 点和直线 ..... ( 197 )

一、标高投影

二、点

### 三、直线

§ 15-2 平面和平面立体..... ( 199 )

#### 一、平面

#### 二、平面立体

§ 15-3 曲线、曲面和曲面立体..... ( 202 )

#### 一、曲线

#### 二、曲面

#### 三、地形图

#### 四、同坡曲面

# 第一章 概 论

## § 1-1 引 言

在生产建设和科学的研究过程中，对于已有的或想象中的空间物体，如地面、建筑物和机器等的形状、大小、位置和其它有关资料，很难用语言或文字表达清楚，因而需要在平面上（如图纸上）用图形表达出来。这种在平面上表达空间工程物体的图，称为**工程图**。

但是，当研究空间物体在平面上如何用图形来表达时，由于空间物体的形状、大小和相互位置等各不相同，不便以个别物体来逐一研究，并且为了使得研究时易于正确、深刻和完全，以及所得结论能广泛地应用于所有物体起见，特采用几何学中将空间物体综合和概括成抽象的点、线、面、体等几何形体的方法，先研究这些几何形体在平面上如何用图形来表达以及如何通过作图来解决它们的几何问题。这种研究在平面上用图形来表示空间几何形体和运用几何作图来解决空间几何问题的一门学科，称为**画法几何**。

然后，把工程上的具体物体，视为由几何形体所组成，根据画法几何的理论，研究它们在平面上用图形来表达的问题，从而成为工程图。在工程图中，除了有表达物体形状的线条以外，还要应用国家制图标准规定的一些表达方法和符号，注以必要的尺寸数字和文字说明，使得工程图能完善、明确和清晰地表达出物体的形状、大小和位置，以及其他必需的资料，例如：物体的名称、材料的种类和规格、以及生产方法等。

研究绘制工程图的这门学科，称为**工程制图**。

因此，如将工程图比喻为工程界的一种语言，则画法几何便是这种语言的语法。

“画法几何和工程制图”是由于生产实践和科学的研究的客观需要而形成的。现在，工程图已广泛地应用在所有的建设领域中。因此，凡是从事生产建设的每个工程技术人员，都必须掌握这种知识。高等工业学校的学生，不论在专业课的学习、设计和生产实习中，以及毕业后在工作岗位上，都必须具有画法几何知识和工程制图的能力。因此，高等工业学校的教学计划里，把“画法几何及工程制图”列为必修的一门基础技术课，主要培养学生具有图示空间形体和图解空间几何问题的能力；能够正确使用绘图工具和仪器，掌握绘图的技巧和方法；以及具有绘制和阅读工程图的能力。在学习本课程的过程中，还要注意培养和发展空间想象能力和逻辑思维能力；培养耐心细致的工作作风和认真负责的工作态度。并且在以后有关课程的学习和生产实践中，结合专业内容和生产实际来继续予以巩固和提高。

## § 1-2 投 影

在平面上用图形表示空间形体时，首先要解决的问题是如何把空间形体表示到平面上去。

在日常生活中，物体在灯光或日光照射下，会在地面、墙面或其它物体的表面上产生影子。这些影子常能在某种程度上显示出物体的形状和大小，并随光线照射方向等的不同而变

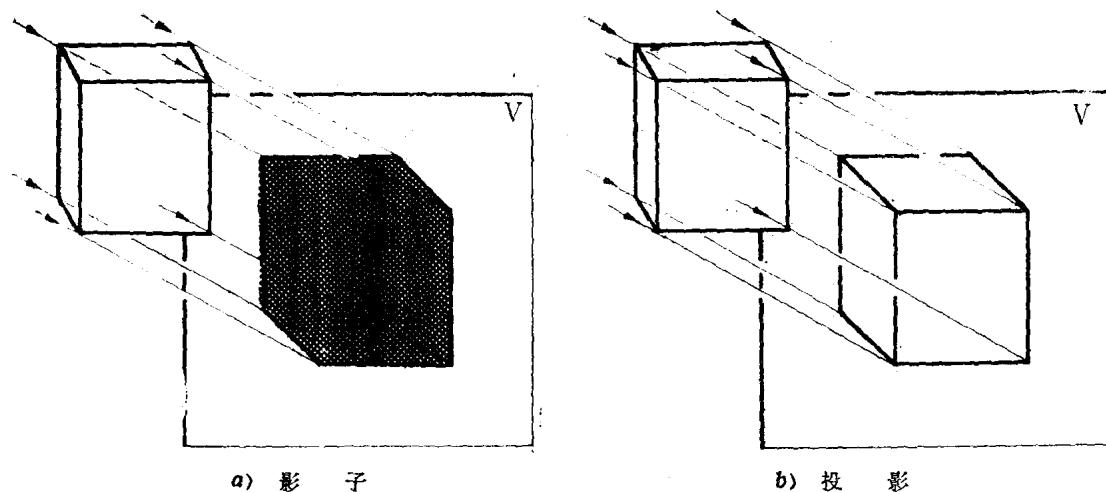


图 1-1 影子和投影

化。图 1-1a 为空间一长方体在平行光线照射下于平面 V 上形成影子的情况。

因而在工程上，人们就把上述的自然现象加以抽象来得出空间形体在平面上的图形，如图 1-1b 所示。这时，我们规定：影子必定落在一个平面上；并且光线可以穿透物体，使得所产生的“影子”不象真实的影子那样黑色一片，而能在“影子”范围内有线条来显示出物体的完整形象；此外，对光线的方向也作了某些选择，使其能够产生合适的“影子”形状来。我们把按上述规定所产生的“影子”称为**投影**；并把投影所在的平面称为**投影面**；光线称为**投射线**。

按照投射线相互之间和对投影面的相互关系的不同，投影分有：投射线集中于一点时的投影，称为**中心投影**，图 1-2，该点 S 称为**投影中心**；投射线互相平行时的投影，称为**平行投影**，如图 1-3 所示。平行投影中，投射线与投影面斜交时，称为**斜投影**，图 1-3a；平行投影中，投射线与投影面正交（垂直）时，称为**正投影**，图 1-3b。

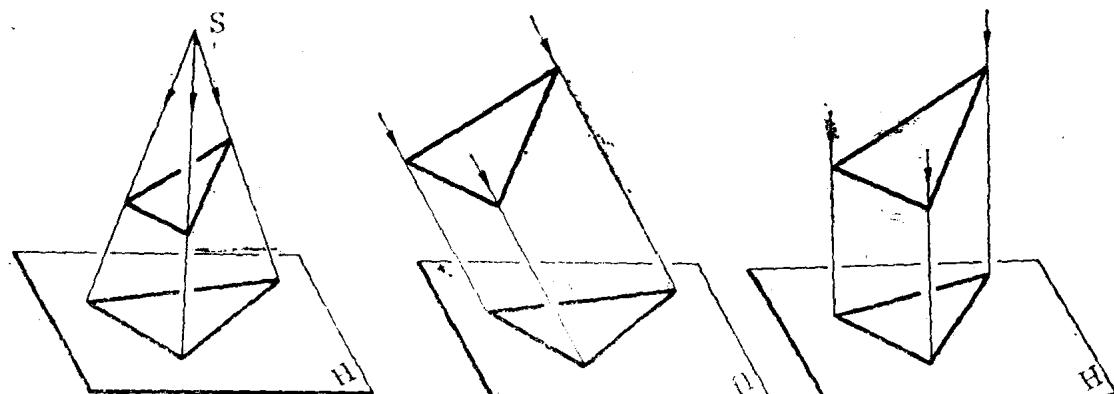


图 1-2 中心投影

a) 斜 投 影

图 1-3 平 行 投 影

## 1-3 工 程 图 种 类

常用的工程图有下列四种：

1. 透视图——以人眼为投影中心时,物体在一个投影面上的中心投影,称为透视投影,也称为透视图。图 1-4 为一座房屋的透视图。这种图具有较强的立体感和真实感,但不能反

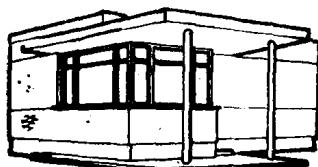


图 1-4 房屋的透视图

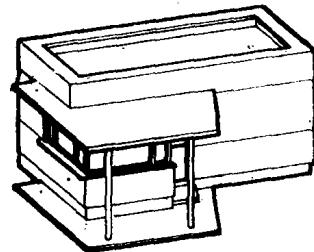


图 1-5 房屋的轴测图

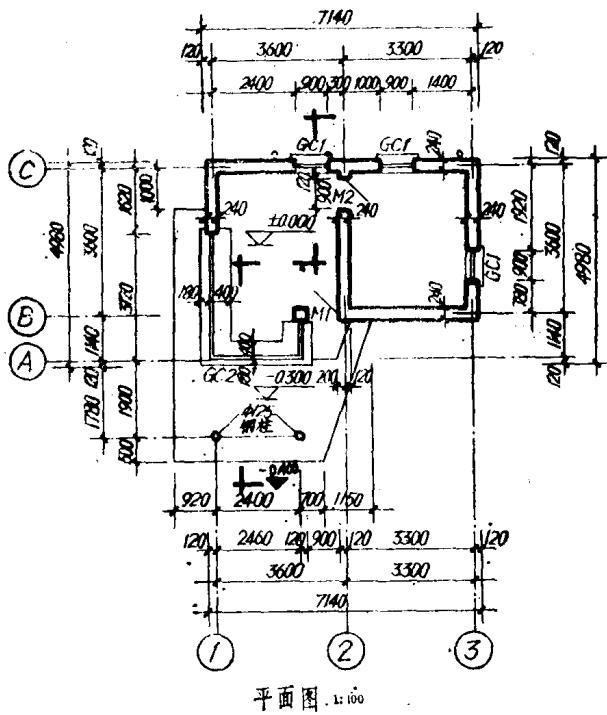
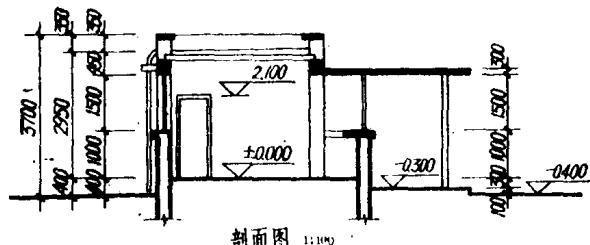
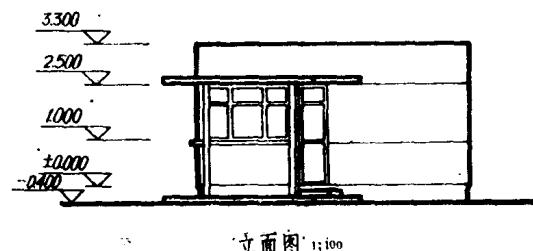


图 1-6 房屋的正投影图

映出物体的真实形状和大小，且作图较繁，一般仅用作表示建筑物的辅助性图。

**2. 轴测图**——物体在一个投影面上的平行投影，称为**轴测投影**，也称为**轴测图**。图1-5为一座房屋的轴测图。这种图也有立体感，并能反映出物体上某些方向的大小，但不能反映出整个物体的真实形状。与透视图相比，作图较简。常用作各种工程上的辅助性图。

**3. 正投影图**——一个物体在几个投影面上的正投影，称为**正投影图**。图1-6为一座房屋的正投影图。这种图能反映物体的实际形状和大小，便于按图建造，是主要的工程图。图1-6中除了投影之外，并注有一些图示符号和尺寸数字。

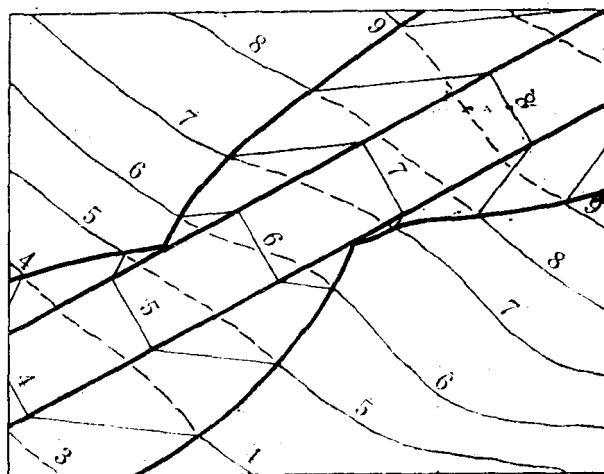


图 1-7 道路的标高投影图

**4. 标高投影图**——物体在一个水平投影面上标有高度的正投影，称为**标高投影**或**标高投影图**。这种图主要用于表示地形和土工建筑物等。图1-7为一条道路及地面的标高投影图。两条长的平行粗实线表示道路边线的正投影。路侧为斜坡，几条粗的曲线为斜坡与地面的交线。图中数字表示高度，有关线条为空间水平的直线或曲线的正投影。

## 第二章 点

### § 2-1 点的两面投影

#### 一、点的单面投影

一点在一个投影面上的正投影仍是一点，它是通过该空间点且垂直于投影面的投射线对投影面的交点。当一点与一个投影面的相对位置取定后，该点在一个投影面上有唯一的一个正投影。相反地，根据一点的一个正投影，不能确定该点在空间的位置。如图 2-1 所示，设空间有一点 A 和一个投影面 H。通过 A 点作垂直于 H 面的投射线  $Aa$ ，与 H 面的交点  $a$  就是 A 点在 H 面上的正投影。因为过 A 点只能向 H 面作一条垂线，且与 H 面只有一个交点。相反地，如图 2-2 所示，同一条投射线上各点如  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$  等的正投影重迭于同一个  $a$  点，因而仅由正投影  $a$ ，不能肯定 A 点在空间的位置。

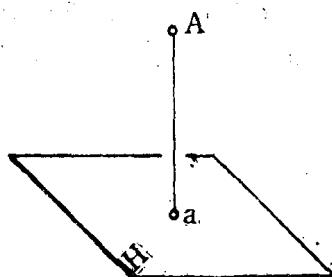


图 2-1 点的正投影

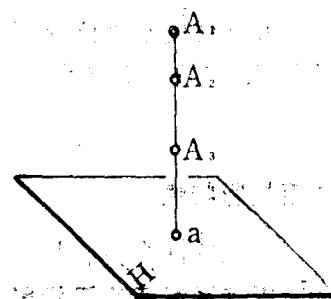


图 2-2 同一投射线上点的投影

本章到第十一章，讨论的都是正投影，为叙述简洁起见，特把正投影简称为投影；此外，正投影中的投射线必定垂直于投影面，以后也不再说明。

#### 二、点的两面投影

根据一点在两个互相垂直的投影面上的投影，可以确定该点在空间的位置。因为单凭一点在一个投影面上的投影，不能确定该点在空间的位置，所以，如图 2-3a 所示，取两个相互垂直的投影面，组成两投影面体系。其中，一个是水平的投影面，用字母 H 表示，称为水平投影面，简称 H 面；一个是正对观察者的直立投影面，用字母 V 表示，称为正立投影面，简称 V 面。它们相交于一条水平直线，用字母 OX 表示，称为投影轴 OX，简称 X 轴。

设空间有一点 A，由 A 点分别向 H 面和 V 面作投射线  $Aa$  和  $Aa'$ ，交点  $a$  和  $a'$  就是 A 点在 H 面和 V 面上的投影，分别称为 A 点的水平投影和正立投影，也称为 H 面投影和 V 面投影。以后规定，空间点用大写字母表示；H 面投影用对应的小写字母表示；V 面投影用对应的小写字母并在右上角加一撇表示。

实际上，是在一个平面（如纸面）上表示出两个投影面上的投影，也就是把两个投影面上的投影放在一个平面上。为此，可把 H 面绕 X 轴向下旋转，使得与 V 面重合，如图 2-3b