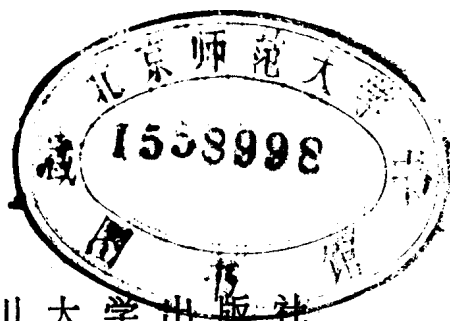


现代光学教程

朱自强 王仕璠 苏显渝 编著

JY1150/04



四川大学出版社

1990年 成都

内 容 提 要

本书系统地阐述了现代光学的基础理论和应用技术，共分六篇二十一章。内容有：傅里叶光学、光学全息与信息处理、薄膜光学、晶体光学、非线性光学和光线光学。

本书内容丰富，选材新颖，反映了80年代的现代光学面貌。鉴于现代光学在各种新科技领域的应用潜力，全书既注意理论深度又密切联系应用实际。为适应教学要求，各章均编入较多的例题和习题，有的章节还编入必要的计算机程序作为学生光学设计的训练。

本书可作为大学生、研究生教材，亦可供从事光学、激光、应用光学、光电子技术、应用物理、精密仪器等有关专业工作、学习的高校师生和科技工作者参考。

现 代 光 学 教 程

朱自强 王仕璠 苏显渝 编著

责任编辑：樊程方 封面设计：蒋仲文

四川大学出版社出版发行

四川省新华书店经销

郫县犀浦印刷厂印刷

开本：787×1092 1/16 印张：26.5 字数：556千

1990年9月第一版 1990年9月第一次印刷

印数：1—4000册

ISBN7-5614-0300-3/O·44 定价：5.20元

序

从本世纪30年代中期开始,传统的光学在理论方法和实际应用上都有了许多重大的突破和进展,并逐步发展成为当前被人们称之为“现代光学”的一个新兴领域。1935年F.Zernike相衬原理的提出,1948年D.Gabor全息照相术的发明,1955年H.H.Hopkins光学传递函数理论的建立,1960年T.H.Maiman红宝石激光器的诞生,是表征现代光学发展中有重要意义的四件大事,连同60年代以后由于各种激光器的研制成功而迅速发展起来的非线性光学、纤维光学和集成光学等诸方面,使现代光学日益广泛地活跃在现代科学技术的许多部门。

表征现代光学重大进展的另一件大事,是1946年P.M.Duffieux把傅里叶变换的概念引入光学领域,由此逐渐发展而形成现代光学的一个重要分支——傅里叶光学。它应用线性系统理论和空间频谱的概念,分析光的传播、衍射和成像等问题;用改变频谱的方法处理相干成像系统中的光信息;用频谱被改变的观点评价非相干成像系统的像质。傅里叶光学促进了图像科学、应用光学和光电子学的发展。可以认为它是光学、光电子学、信息论和通讯理论的交叉科学。

从60年代起,随着电子计算机的出现和普及应用,矩阵光学也获得了迅速的发展,并由此引伸出计算机光学这一新兴学科,使光学系统的自动设计成为可能,从而推动了工程光学的革新。

光学薄膜和光学晶体是现代科学技术中不可缺少的重要器件,用途非常广泛。研究光在光学薄膜中的反射、折射、偏振及光谱特性,以及晶体对光波的双折射和偏振效应,分别构成了薄膜光学和晶体光学的重要内容,它们也是现代光学的重要组成部分。

正是由于现代光学方法在各种新科技领域中日益显示出巨大的应用潜力,所以从70年代中期开始,国内外不少高等学校都相继为高年级本科生和研究生开设了“现代光学”课。现在,“现代光学”已被列为光学专业及相近专业的一门主干课程,但是迄今为止,在我国还没有一本正式出版的这方面的教材可供选用,这不能不说是一件憾事。朱自强、王任璠和苏显渝三同志根据他们多年从事现代光学教学的经验,合作写成这本《现代光学教程》,正好填补了上述空白,我认为这是一件很有意义的工作。

本书具有下列特点:

1. 这是一本有关光学现代技术及其理论基础的著作,全面并理论联系实际地阐述了现代光学的重要内容,包括傅里叶光学、光学全息及信息处理、薄膜光学、晶体光学、非线性光学和光线光学等六篇共21章,内容丰富,材料新颖,能反映当前现代光学教学的发展水平;全书并引用了国内外(包括本单位)近年发表的不少新成果,反映了80年代光学的面貌。

2. 本书对材料的处理,繁简恰当,把握较好,反映出作者丰富的教学经验。对于数理基础的论述,重点放在物理概念的阐述上,不过份追求数学上的严谨;理论水准具

有足够的高度，但又不失基础教程感性直观的特点。

3. 全书力求作到既注重理论的阐述，又联系介绍处理方法及实际系统的性能、应用，因此，本书既适合于工科学生充实理论基础，又可为理科学生开拓应用技术的眼界。

4. 本书编入了不少计算机程序，便于读者通过实际上机操作，进一步理解所学的内容，并在实践活动中提供参考借鉴。此外，本书还编入了许多例题和练习题，这对于学好现代光学课程也是十分必要的。

本书既可作为光学、应用光学、光电子技术、应用物理、精密仪器等有关专业高年级大学生和研究生的教材，也可供相应专业领域的大学教师、科技工作者参考。因此，我认为本书的出版，无疑会对我国现代光学的教学和在三化建设中利用现代光学方法起到良好的推动作用。

郭履容

1989年5月

前 言

近十年来，我们多次为研究生和高年级本科生讲授“现代光学”课程，在长期的教学实践中，我们深感缺乏一本适合教学用的现代光学教科书，这给教学带来了一定的困难。为了解决这个问题，我们曾先后编写过现代光学课的讲义供学生使用，收到了良好的效果，为了充分发挥集体的力量，进一步作好教材建设工作，我们决定共同来编写一本“现代光学教程”，供国内同行选用，本书就是在我们多年教学实践和友好合作的基础上编写成的。

本书编写分工如下：朱自强（四川大学）撰写第一至五、十一至十五章；苏显渝（四川大学）撰写第六至十章；王仕璠（电子科技大学）撰写第十六至二十一章，全书由朱自强主编。

衷心感谢中国光学学会理事、四川省光学学会副理事长、四川大学物理系光学博士生导师郭履容教授对本书撰写工作的支持、关心和指导，衷心感谢四川大学出版社樊程方同志为本书的出版所给予的帮助。此外，孔延霖同志负责了全书的绘图工作，胡敏同志摄制了书中的照片，作者对他们表示深切谢意。

由于我们水平所限，加之成书时间仓促，书中缺点和错误在所难免，恳切期望读者批评指正。

作 者

1989年5月

目 录

序 前 言

第一篇 傅里叶光学

第一章 线性系统理论

§ 1-1 二维傅里叶变换及空间频谱	(2)
§ 1-2 常用函数	(4)
§ 1-3 δ 函数	(6)
§ 1-4 卷积和相关	(9)
§ 1-5 傅里叶变换的基本定理	(14)
§ 1-6 傅里叶—贝塞耳变换	(16)
§ 1-7 常用函数的傅里叶变换对	(18)
§ 1-8 线性系统分析	(19)
§ 1-9 抽样定理	(25)
习 题	(29)

第二章 标量衍射理论

§ 2-1 惠更斯—费涅耳原理	(32)
§ 2-2 平面衍射屏的基尔霍夫衍射理论	(33)
§ 2-3 衍射的角谱理论	(39)
§ 2-4 费涅耳衍射	(42)
§ 2-5 夫朗和费衍射	(46)
§ 2-6 衍射的巴比涅原理	(57)
习 题	(58)

第三章 透镜的傅里叶变换性质

§ 3-1 薄透镜的位相调制作用	(60)
§ 3-2 透镜的傅里叶变换性质	(64)
§ 3-3 光学空间频谱分析系统	(69)
习 题	(71)

第四章 光学成像系统的空间频率特性

§ 4-1 薄透镜的成像性质	(72)
§ 4-2 光学成像系统的一般分析	(76)
§ 4-3 衍射受限相干成像系统的频率响应	(81)
§ 4-4 衍射受限非相干成像系统的频率响应	(86)
§ 4-5 相干与非相干成像系统的比较	(95)

§ 4-6 串联成像系统的传递函数	(96)
习 题	(98)
第五章 部分相干光	
§ 5-1 光场相干性的一般概念	(100)
§ 5-2 解析信号	(102)
§ 5-3 互相干函数和复相干度	(104)
§ 5-4 准单色光的相干性	(106)
§ 5-5 互相干函数的传播方程	(109)
§ 5-6 范西特-泽尼克定理	(111)
习 题	(115)

第二篇 光学全息与信息处理

第六章 光学全息

§ 6-1 波前记录与重现	(118)
§ 6-2 同轴全息图和离轴全息图	(120)
§ 6-3 费涅耳全息图	(123)
§ 6-4 傅里叶变换全息图	(128)
§ 6-5 像全息图	(130)
§ 6-6 彩虹全息	(131)
§ 6-7 体积全息	(133)
§ 6-8 全息干涉计量	(136)
习 题	(140)

第七章 计算全息

§ 7-1 计算全息的理论基础	(143)
§ 7-2 计算全息的编码方法	(146)
§ 7-3 计算傅里叶变换全息	(150)
§ 7-4 计算像面全息	(152)
§ 7-5 计算全息干涉图	(153)
§ 7-6 相息图	(155)
§ 7-7 计算全息的应用	(155)
习 题	(157)

第八章 空间滤波

§ 8-1 空间滤波的基本原理	(159)
§ 8-2 系统与滤波器	(163)
§ 8-3 空间滤波应用举例	(165)
习 题	(167)

第九章 相干光学处理

§ 9-1 图像相减	(168)
§ 9-2 匹配滤波与图像识别	(171)
§ 9-3 非线性处理——半色调网屏技术	(175)
§ 9-4 用逆滤波器消模糊	(179)

习 题	(179)
第十章 非相干光学处理	
§ 10-1 基于几何光学的非相干处理系统	(181)
§ 10-2 基于衍射的非相干处理——非相干频域综合	(183)
§ 10-3 白光光学信息处理技术	(185)
§ 10-4 位相调制假彩色编码	(188)
习 题	(191)

第三篇 薄膜光学基础

第十一章 光在分层媒质中的传播

§ 11-1 基本微分方程	(194)
§ 11-2 分层媒质的特性矩阵	(197)
§ 11-3 单层均匀介质膜的反射率和透射率	(201)
§ 11-4 膜厚监控原理 光电极值法	(207)
习 题	(209)

第十二章 周期性分层媒质 多层介质膜

§ 12-1 周期性分层媒质的特性矩阵	(210)
§ 12-2 多层高反射膜	(212)
§ 12-3 冷光膜	(216)
§ 12-4 窄带干涉滤光片	(218)
§ 12-5 减反射膜	(221)
§ 12-6 薄膜偏振器	(222)
习 题	(223)

第四篇 晶体光学基础

第十三章 单色平面光波在各向异性晶体中的传播

§ 13-1 晶体光学的数理基础概述	(226)
§ 13-2 晶体的介电常数张量及主折射率	(236)
§ 13-3 晶体的电磁场方程	(239)
§ 13-4 单色电磁波在晶体中的结构	(243)
§ 13-5 单轴晶体中的电磁波结构	(245)
习 题	(247)

第十四章 晶体光学性质的几何描述

§ 14-1 折射率椭球(光率体)	(249)
§ 14-2 折射率面和波矢曲面	(255)
§ 14-3 光在晶体表面上的反射定律和折射定律	(257)
§ 14-4 斯涅耳作图法	(258)
习 题	(260)

第十五章 晶体的电光效应

§ 15-1 晶体电光效应概述	(262)
-----------------	---------

§ 15-2	普克耳效应 (一次电光效应)	(263)
§ 15-3	晶体对称性对电光张量系数矩阵 (γ_{ij}) 的简化	(265)
§ 15-4	KDP 类晶体 ($\bar{4}2m$ 晶类) 的一次电光效应	(265)
§ 15-5	KDP 类晶体的纵向效应和横向效应	(267)
§ 15-6	电光效应的应用	(274)

第五篇 非线性光学

第十六章 光学介质与强光的相互作用

§ 16-1	光学介质的非线性极化	(280)
§ 16-2	非线性极化的张量描述	(286)
§ 16-3	光学介质与强光相互作用的耦合方程	(289)
§ 16-4	门莱-罗关系	(293)
习 题	(294)

第十七章 二阶非线性效应

§ 17-1	二次谐波产生	(295)
§ 17-2	光学混频 上变频与差频产生	(310)
§ 17-3	光学参量放大和振荡	(317)
习 题	(328)

第十八章 三阶非线性效应

§ 18-1	三次谐波产生	(329)
§ 18-2	光场感应的双折射和自聚焦	(331)
§ 18-3	受激喇曼散射	(340)
§ 18-4	受激布里渊散射	(346)

第十九章 光学位相共轭

§ 19-1	位相共轭波的定义和特性	(350)
§ 19-2	位相共轭波的产生方法	(353)
§ 19-3	应用举例	(359)
习 题	(362)

第六篇 光线光学

第二十章 近轴矩阵光学

§ 20-1	牛顿和高斯的透镜方程	(364)
§ 20-2	光线传播的矩阵表示	(366)
§ 20-3	高斯常数及其物理意义	(370)
§ 20-4	薄透镜近似	(376)
§ 20-5	激光谐振腔	(379)
习 题	(382)

第二十一章 非近轴矩阵光学

§ 21-1	子午光线的非近轴矩阵	(384)
--------	------------------	-------

§ 21-2 子午光线追迹的计算机程序.....	(387)
§ 21-3 球面象差的计算程序.....	(389)
§ 21-4 空间光线的三维矩阵.....	(394)
§ 21-5 空间光线追迹的计算机程序.....	(398)
§ 21-6 彗形象差的计算程序.....	(400)
习 题	(411)
参考文献.....	(412)

第一篇 傅里叶光学

傅里叶光学是把通讯理论中“系统”的观点和数学上的傅里叶分析(频谱分析)方法引入光学后,更新了传统光学的概念而形成的现代光学的一个分支。它是现代光学的重要组成部分。

众所周知,通讯系统是把收集到的信息转换成人们所需要的输出信息。而我们所熟知的光学系统通常是用来成像的,它把物面上的复振幅分布或光强分布转换成像面上的复振幅分布或光强分布。从通讯系统的观点来看,物面和像面分别看成是光学系统的输入面和输出面,其上的复振幅分布或光强分布看成是输入信息和输出信息,只不过光学系统所传递和转换的信息是随空间变化的函数,而通讯系统传递和转换的信息是随时间而变化的函数。从数学的角度来看,这二者之间没有实质性的差别。

光学系统和通讯系统在传递和变换信息时还具有一些相同的基本性质。两个系统都具有线性性和线性不变性,因而都可以用傅里叶分析(频谱分析)的方法来描述。譬如,在频率域中,一个电子放大器的性能总是用时间频率响应曲线来描述。类似地,一个光学系统的性质也可以用一个空间频率的函数来描述。

傅里叶光学仍以波动光学原理为基础讨论光的传播及成像规律,但其基本思想却是用空间频谱的概念分析光信息,从而对光的衍射、成像规律、成像质量的评价有了新的更客观的认识。在激光技术和空间技术发展的推动下,傅里叶光学开辟了许多新的应用领域。例如光学传递函数、光学信息处理及全息照相等,已成为近年来特别引人注目的课题。

本篇论述傅里叶光学的基本理论。作为傅里叶光学的数学基础,我们首先介绍二维线性系统,接着扼要阐述标量衍射理论,它是引入傅里叶变换和传递函数概念的物理基础。由于透镜是光学信息处理系统的基本元件,因而本篇还详细地讲述了透镜的傅里叶变换性质。在透镜的傅里叶变换和成像特性基础上,利用空间频率概念介绍了作为像质评价的光学传递函数及其计算原理。作为标量衍射理论和傅里叶变换内容的补充,在本篇最后一章还扼要地叙述了部分相干光理论。

第一章 线性系统理论

本章介绍傅里叶光学中要用到的一些数学知识。在内容的选择和数学概念的引入上密切结合光学现象，而不拘谨于数学上的系统性和严密性，这样会有利于读者能较快地运用这些数学工具来处理光学问题，避免了由于繁琐的数学论证和运算而淡化傅里叶光学内容的物理实质和实用性。

§ 1-1 二维傅里叶变换及空间频谱

一、傅里叶变换

我们用 $\mathcal{F}\{f(x, y)\}$ 表示含两个空间自变量 x 和 y 的复函数 $f(x, y)$ 的傅里叶变换，定义为

$$\mathcal{F}\{f(x, y)\} = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{[-i2\pi(f_x x + f_y y)]} dx dy = F(f_x, f_y) \quad (1-1)$$

由上式定义的变换式 $F(f_x, f_y)$ 本身也是两个自变量 f_x 和 f_y 的复函数，可用其模和幅角表示，即

$$F(f_x, f_y) = |F(f_x, f_y)| e^{[i\phi(f_x, f_y)]} \quad (1-2)$$

式中 f_x 和 f_y 称为空间频率， $F(f_x, f_y)$ 称为 $f(x, y)$ 的傅里叶谱或空间频谱， $|F(f_x, f_y)|$ 和 $\phi(f_x, f_y)$ 分别称为函数 $f(x, y)$ 的振幅谱和相位谱，而 $|F(f_x, f_y)|^2$ 称为 $f(x, y)$ 的功率谱。相仿地，函数 $f(x, y)$ 又可用其频谱函数 $F(f_x, f_y)$ 表示，即

$$f(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} F(f_x, f_y) e^{[i2\pi(f_x x + f_y y)]} df_x df_y = \mathcal{F}^{-1}\{F(f_x, f_y)\} \quad (1-3)$$

通常把式 (1-1) 称为傅里叶变换，而把式 (1-3) 称作逆傅里叶变换。作为数学运算，变换和逆变换在形式上非常相似，只是被积函数中指数因子的符号和积分变量不同而已。习惯上，人们常采用傅里叶变换对偶式来表示两种变换之间的关系，即

$$f(x, y) \xleftrightarrow{\mathcal{F}\{\}} F(f_x, f_y) \quad (1-4)$$

其意义是，若能根据式 (1-1) 求出 $F(f_x, f_y)$ ，则必然能从式 (1-3) 根据 $F(f_x, f_y)$ 导出 $f(x, y)$ ；另一方面，若能根据式 (1-3) 求出 $f(x, y)$ ，则必然能从式 (1-1) 根据 $f(x, y)$ 导出 $F(f_x, f_y)$ 。

二、存在条件

傅里叶变换的积分式(1-1)和(1-3)在通常数学意义下不一定存在,因而有必要说明一下其存在的充分条件。函数 $f(x, y)$ 存在傅里叶变换的充分条件是:① $f(x, y)$ 必须在 xy 平面上的每一个有限区域内局部连续,即仅存在有限个不连续点。② $f(x, y)$ 在

xy 平面域内绝对可积,即 $\iint_{-\infty}^{\infty} |g(x, y)| dx dy < \infty$ 。③ $f(y, x)$ 必须没有无穷大间断

点。

上述三个存在条件是从数学的角度提出的,我们不必去严格地证明和讨论它,这是因为从物理意义上看,物理上的可能就是变换存在的有力的充分条件。但为了物理上描述方便起见,往往又用理想化的数学函数来表示实际的物理图象。所以对于物理上许多有用的函数来讲,这三个存在条件中的任何一个都可以减弱,只要加强另外一个或两个条件。甚至,上述存在条件中的一个或多个可能都不成立。例如,常用二维 δ 函数(见§1-3)来表示一个理想化的点光源。这个函数在原点为无穷大,在其它点上为零,它有一个无穷大间断点,因而不满足存在条件③。又譬如,常用余弦函数来表示一个单位振幅的平面波,但是它不满足存在条件②。显然,为了能有更多的有用函数来描述物理图象,必须对傅里叶变换的定义式作某些推广。

三、广义傅里叶变换

虽然描述物理现象的许多函数往往不存在严格意义下的傅里叶变换,但是,可以用一个极限过程把一个广义的傅里叶变换与这种函数联系起来。具体作法是,把所考虑的函数首先定义为某一函数序列的极限,该序列中的每一成份都具有通常的傅里叶变换,然后求出该序列各成份的傅里叶变换,从而得到一个相应的变换序列。如果后一序列的极限存在,就称它为原来函数的广义傅里叶变换。广义傅里叶变换可以按照和通常变换相同的规则进行演算,而不去考虑这二者之间的差别。幸而,在光学上大多数有用的又不满足存在条件的函数都具有广义的傅里叶变换式。

以二维 δ 函数为例来说明广义傅里叶变换的定义。 $\delta(x, y)$ 不存在通常意义下的傅里叶变换,但是按照广义傅里叶变换的定义可以求出其频谱函数。首先定义函数序列

$f_N(x, y) = N^2 e^{-\pi N^2(x^2 + y^2)}$, 然后取 $\delta(x, y) = \lim_{N \rightarrow \infty} f_N(x, y)$ 。于是

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\{\delta(y, x)\} &= \lim_{N \rightarrow \infty} \mathcal{F}\{f_N(x, y)\} = \lim_{N \rightarrow \infty} \mathcal{F}\{N^2 e^{-\pi N^2(x^2 + y^2)}\} \\ &= \lim_{N \rightarrow \infty} \left\{ N \int_{-\infty}^{\infty} e^{(-\pi N^2 x^2 - i2\pi f_x x)} dx \cdot N \int_{-\infty}^{\infty} e^{(-\pi N^2 y^2 - i2\pi f_y y)} dy \right\} \\ &= \lim_{N \rightarrow \infty} \{ e^{(-\pi f_x^2 / N^2)} \cdot e^{(-\pi f_y^2 / N^2)} \} = 1 \end{aligned}$$

可见, δ 函数的频谱在整个频率区域内是均匀的。

四、傅里叶变换作为分解式

在处理线性系统时，常用的方法是把一个复杂的输入分解成许多较简单的输入，计算该系统对每一个这样的“基元”函数的响应，再把单个响应迭加起来使得总响应。

由式(1-3)看到，可以把逆傅里叶变换看作是将函数 $f(x, y)$ 分解成形式为 $\exp[i2\pi(f_x x + f_y y)]$ 的基元函数的线性组合， $f(x, y)$ 的频谱 $F(f_x, f_y)$ 只不过是一个权重因子，必须把它加到各个基元函数上才能综合出所需要的函数 $f(x, y)$ 。换言之，逆傅里叶变换提供了分解函数的一种手段。

大家知道，平面波在 xy 平面上的复振幅可以表示为

$$U(x, y) = U_0 \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) = U_0 \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda} (x \cos\alpha + y \cos\beta) \right]$$

式中 $\cos\alpha$ 、 $\cos\beta$ 表示平面波波矢的方向余弦。如果把上式与前述指数基元函数相对照，则有

$$f_x = \cos\alpha/\lambda, \quad f_y = \cos\beta/\lambda$$

由此可见，指数基元函数代表的是传播方向为

$$\cos\alpha = \lambda f_x, \quad \cos\beta = \lambda f_y$$

的单位振幅的平面波。随着 f_x 、 f_y 不同，此平面波在 xy 平面上的取向($\tan\theta = f_y/f_x$)和周期也不同。于是，逆傅里叶变换也可作如下理解：物函数 $f(x, y)$ 可看作是无数振幅不同($|F(f_x, f_y) df_x df_y|$)、方向不同($\cos\alpha = \lambda f_x, \cos\beta = \lambda f_y$)的平面波线性迭加的结果。这种分解方法通常称为傅里叶分解。理解这一点，对于学习后面各章是很重要的。

§ 1-2 常用函数

傅里叶光学中广泛用到一些数学函数，因而首先介绍它们的性质，并给它们各自指定专门的符号，可以为以后的讨论节省许多篇幅。

一、矩形函数

一维矩形函数定义为

$$\text{rect}\left(\frac{x}{a}\right) = \begin{cases} 1 & |x| \leq \frac{a}{2} \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (1-5)$$

函数图像如图1-1所示，表示函数以坐标原点为中心，宽度为 a ，高度为1。二维矩形函数

可表示成一维矩形函数的乘积 $\text{rect}\left(\frac{x}{a}\right)\text{rect}\left(\frac{y}{b}\right)$ ，其中 $a, b > 0$ ，它在 xy 平面上，

以原点为中心， $a \times b$ 矩形范围内，函数值为1，其它地方处处为零。在光学上常用矩形函数表示不透明屏上矩形孔、狭缝的透射率。它与某函数相乘时，可限制函数自变量的取值范围，起到截取函数的作用，是一种“门函数”。

二、sinc 函数

$$\text{sinc}\left(\frac{x}{a}\right) = \frac{\sin(\pi x/a)}{\pi x/a} \quad (1-6)$$

其中 $a > 0$ ，该函数在原点处有最大值1。零点位置位于 $x = \pm na (n=1, 2, \dots)$ ，两个第一级零值之间的宽度（称为主瓣宽度）为 $2a$ 。当 $a=1$ 时，函数图像如图 1-2 所示。二维

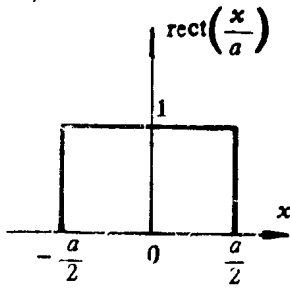


图1—1 一维矩形函数

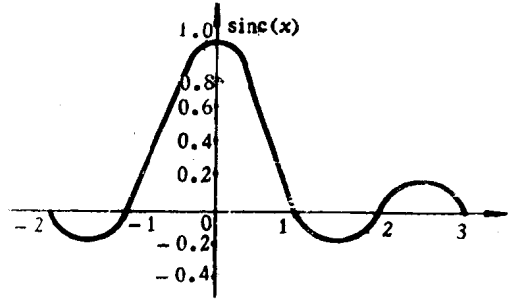


图1—2 一维sinc函数

sinc函数可表示为 $\text{sinc}(x/a)\text{sinc}(y/b)$ ，其中 $a, b > 0$ 。零点位置在 $(\pm na, \pm mb)$ ， n 和 m 均为正整数。sinc函数常用来描述单缝或矩孔的夫朗和费衍射图样。

三、三角状函数

$$\text{tri}\left(\frac{x}{a}\right) = \Lambda\left(\frac{x}{a}\right) = \begin{cases} 1 - \frac{|x|}{a}, & |x| \leq a \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (1-7)$$

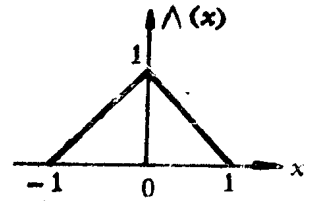


图1—3 一维三角状函数

其中 $a > 0$ 。函数以原点为中心，底边宽度为 $2a$ ，高度为1的三角形。图 1-3 描绘了当 $a=1$ 时 $\Lambda(x) = \text{tri}(x)$ 的图像。二维

三角状函数为 $\Lambda(x/a)\Lambda(y/b)$ ，其中 $a, b > 0$ ，在原点处有最大值1。可用三角状函数表示光瞳为矩形的非相干成像系统的光学传递函数。

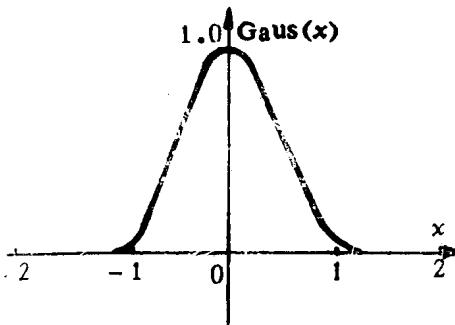


图1—4 一维高斯函数

四、高斯函数

$$\text{Gaus} = \left(\frac{x}{a}\right) = \exp\left[-\pi\left(\frac{x}{a}\right)^2\right] \quad (1-8)$$

其中 $a > 0$ 。函数在原点具有最大值1，图 1-4 表示在 $a=1$ 时函数 $\text{Gaus}(x)$ 的图像，曲线下的面积为 a 。二维高斯函数的形式是

$$\text{Gaus}\left(\frac{x}{a}\right)\text{Gaus}\left(\frac{y}{b}\right) = \exp\left\{-\pi\left[\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2\right]\right\} \quad (1-9)$$

式中 $a > 0$ ， $b > 0$ ，函数曲面下的体积等于 ab 。若 $a, b = 1$ ，高斯函数为

$$\text{Gaus}(x)\text{Gaus}(y) = \exp[-\pi(x^2 + y^2)] \quad (1-10)$$

或用极坐标表示, 令 $r^2 = x^2 + y^2$, 于是

$$\text{Gaus}(r) = \exp(-\pi r^2) \quad (1-11)$$

高斯函数常用来描述激光器发出的高斯光束, 有时也用于光学信息处理的“切趾术”。

五、符号函数

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases} \quad (1-12)$$

图1-5是它的函数图像。sgn(x)与某函数相乘, 可使该函数在某点的极性(正负号)翻转。例如某孔径的一半嵌有 π 的位相板, 可利用符号函数描述其复振幅透过率。

六、圆域函数

$$\text{circ}\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{r_0}\right) = \begin{cases} 1, & \sqrt{x^2 + y^2} \leq r_0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (1-13)$$

函数图像呈圆柱形, 底半径为 r_0 , 高度为 1 (图1-6)。圆域函数的极坐标形式为 $\text{circ}(r/r_0)$ 。当 $r_0 = 1$ 时, 圆域函数写为 $\text{circ}(r)$ 。圆域函数常用来表示圆孔的透过率。

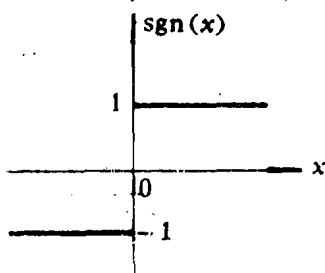


图1-5 符号函数

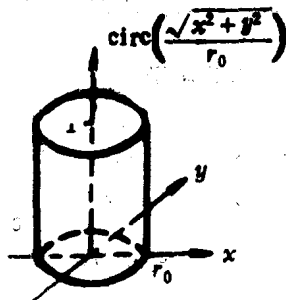


图1-6 圆域函数

§ 1-3 δ 函数

δ 函数表示某种极限状态, 可用来描述高度集中的物理量, 如点电荷、点光源、瞬间电脉冲等, 所以 δ 函数又称为脉冲函数。

一、 δ 函数的定义

若存在函数序列 $f_N(x, y)$, 且满足方程

$$\lim_{N \rightarrow \infty} f_N(x, y) = 1 \quad (x \neq 0 \text{ 或 } y \neq 0), \quad \iint_{-\infty}^{\infty} f_N(x, y) dx dy = 1$$

$$\text{则} \quad \delta(x, y) = \lim_{N \rightarrow \infty} f_N(x, y) \quad (1-14)$$

这个定义本身就反映了 δ 函数的高度集中性。利用它可方便地描述许多实际的物理过