

美国物理研究生 试题分析和解答

区镜添 潘维济 编



河北教育出版社

美国物理研究生 试题分析和解答

区镜添 潘维济 编

河北教育出版社

内 容 提 要

本书汇集了美国十余所知名大学近十几年来的物理专业研究生试题 433 道，共分 11 章，并对各题进行了分析，给出解答。所选试题内容新颖广泛，有很强的综合性和实践性，并且紧密结合科学前沿的发展，同时还着重于基本训练和对原理的灵活运用。自学本书可以有效地提高自学能力、分析和解决问题的能力。

本书适合于理工医农等院校物理类专业高年级学生和研究生阅读。各中专和大专院校物理教师参阅本书将有助于改进教学和提高教学质量。

美国物理研究生试题分析和解答

区维添 潘维新

河北教育出版社出版（石家庄市北马路45号）

河北新华印刷一厂印刷 河北省新华书店发行

787×1092毫米 1/32 15.125 印张 323,000 字 印数：1—3,800 1987年11月第1版
1987年11月第1次印刷 统一书号：7509·319 定价：2.60 元

前 言

从1980年开始，由世界著名物理学家李政道教授倡议、经我国政府批准设立的中国赴美物理研究生考试(CUSPEA)，已经一年一度地进行了好几届。该考试由中美联合举办，物理试题由美国某大学拟定。目前，我国已有五百多名各大学物理系本科毕业生通过CUSPEA考试，正在美国各大学攻读博士或硕士学位。我们认为这一工作是有其深远意义的，它有助于两国之间物理研究工作、教学工作的有益交流，有利于我国物理教学工作 and 研究工作尽快地做到三个面向。

编者在多年的教学实践中感到有两点值得注意！

一 由于历史上的种种原因，形成目前的教学很死板。教师按照一本书或一本讲义，不敢迈越雷池一步地进行讲授。课堂上讲得又多又细，不留丝毫的思考余地。习题课辅导课上，教师又帮着同学总结、列提纲、复习和做题，造成同学们不会安排自己的学习，在学习进程中总是拄着教师给予的“拐棍”，一高一低、一步一瘸、担心地走着。同学们往往在还没有找到正确的解题思路的情况下，就长篇累牍、盲目地演算推导起来；在学到某一概念、了解某一物理现象之后，缺乏多方联系、举一反三的能力。这样的教学，不会具有主动性，不会富于想象力，更不会有生动活泼的创造力。

二 教学中的“近亲学缘”现象是极为严重的。各校的应届毕业生投考本校的研究生，就有“近水楼台”、“轻车熟

路”之感；投考他校则“如隔银河”、“势垒森严”，同学们谙熟教师的出题特性，再加之教师命题乏术，致使学习思路甚为狭窄，毫无变通本领。教学中出现的“高分低能”现象也和这种极不正常的倾向有着密切联系。

上面可能把情况说得过分严重了。但是，现象确实存在，并且实在令人担忧！细想起来，上述两条都和考试试题很有关系。虽然，我们不能通过考试来解决根本问题；但是，试题质量的改进，还是可以使某些弊端得以消除的。

编者在辅导历年 CUSPEA 的教学实践中体会到美国物理研究生试题对我国现行教学的调剂作用。要说明的是：并不是我国的物理教学一无是处；相反，我们的教学已经取得不少成就，只要对我们的毕业生作些粗略调查，就会对这一点深信不疑。但是，我们的教学毕竟不是一块完美无瑕的宝玉，那么，哪怕是得到一点点修饰，岂不是会更明亮吗！这就是我们编写这本书的目的。

这里汇集了美国十余所知名大学（明尼苏达，普林斯顿，哥伦比亚，伯克利，芝加哥，伊利诺斯，纽约州立，布朗，密支安，耶鲁，犹他等各大学）近十几年来的物理专业研究生试题 433 道，共分 11 章，并对各题进行了分析，给出解答。试题共有三类，一类是研究生入学试题（GRE），一类是研究生试题，还有一类是博士生资格考试试题。第一类过于简单容易，我们选得极少；第三类难度很大，我们适当地选了一些具有普遍意义、有代表性的题。总的说来，所选试题内容新颖广泛，有很强的综合性和实践性，并且紧密结合科学前沿的发展，同时还着重于基本训练和对原理的灵活运用。有的试题确有令人“耳目一新”之感！试题的复盖面很广，我们

认为这是正确的方向。选题的基本原则可归结为八个字，即“综合、基本、灵活、实践”。

编写这本书的宗旨很明确。编者只是想尽最大努力在编写中能体现这些愿望，以达到提高自学能力、分析能力和解决问题能力的目的。

最后，要说的是编者水平有限，很难掌握这么广、这么难的内容。所以，错误是难免的。我们诚心诚意期待着同志们的批评和指正。非常欢迎，衷心感谢！

潘维济 区镜添 于南开

85年7月

目 录

第 一 章	力学.....	(1)
	题解和分析.....	(20)
第 二 章	电磁学和相对论.....	(88)
	题解和分析.....	(103)
第 三 章	电路.....	(156)
	题解和分析.....	(165)
第 四 章	热力学和统计物理.....	(183)
	题解和分析.....	(190)
第 五 章	光学.....	(223)
	题解和分析.....	(239)
第 六 章	量子力学.....	(294)
	题解和分析.....	(308)
第 七 章	核物理和粒子物理.....	(366)
	题解和分析.....	(369)
第 八 章	连续介质力学.....	(386)
	题解和分析.....	(390)
第 九 章	数学.....	(403)
	题解和分析.....	(407)
第 十 章	估算方法.....	(424)
	题解和分析.....	(428)
第十一章	天体物理.....	(442)

	题解和分析.....	(450)
附录一	物理常数表.....	(471)
附录二	单位换算表.....	(474)

第一章 力 学

我们先将力学中最基本的主要定律、定理和原理作一简单描述，它们虽然仅仅是力学中很小很小的一部分，可是却是精髓。对这些定律、定理和原理，要做到彻底掌握、灵活运用，就能较快地找到解题的正确途径。首先要做到正确理解，但更重要的是在于灵活运用。

牛顿第二定律的表达式

$$\mathbf{F} = m\ddot{\mathbf{r}} \quad (1-1)$$

两边乘以 $d\mathbf{t}$ ，然后由 $t = 0$ 到 $t = t$ 积分，得到

$$\text{冲量} \int_0^t \mathbf{F} d\mathbf{t} = m\mathbf{v}(t) - m\mathbf{v}(0) = \mathbf{p}(t) - \mathbf{p}(0). \quad (1-2)$$

上式表明，质点在 $(0-t)$ 时间内所受的冲量等于质点的动量变化量， $\mathbf{p}$ 表示动量。式 (1-2) 称为动量定理。若冲量

$$\int_0^t \mathbf{F}(t) d\mathbf{t} = 0,$$

则质点动量守恒，即

$$\mathbf{P}(t) = \text{常矢量}. \quad (1-3)$$

将式 (1-1) 两边左叉乘位矢 $\mathbf{r}$ 后，从 $0-t$ 进行积分，得到

$$\int_0^t (\mathbf{r} \times \mathbf{F}) d\mathbf{t} = \mathbf{L}(t) - \mathbf{L}(0). \quad (1-4)$$

式中 $\mathbf{L}(t)$ 和 $\mathbf{L}(0)$ 分别是 t 时刻和起始时刻系统的角动量矢量，相应地，式 (1-4) 称为角动量定理。角动量 $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{P}$ 。

是质点 m 对位矢原点 O 的角动量。若冲量矩

$$\int_0^t (\mathbf{r} \times \mathbf{F}) dt = 0,$$

则质点角动量守恒，有

$$\mathbf{L}(t) = \text{常矢量}. \quad (1-5)$$

将式 (1-1) 两边点乘 $d\mathbf{r}$ ，然后沿路径 $\widehat{AB}$ 积分，得到动能定理

$$\int_{\widehat{AB}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = T_B - T_A. \quad (1-6)$$

式中 $(T_B - T_A)$ 是质点在过程中的动能改变量。

如果我们的研究对象是质点组，动量定理式 (1-2) 和角动量定理式 (1-4) 的形式除求和以外，没有什么变化，只是动能定理式 (1-6) 改写为

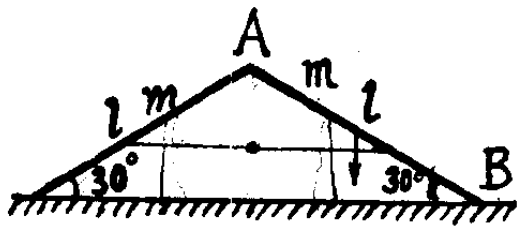
$$\text{外界对系统作的功} = \text{系统能量的增量}. \quad (1-7)$$

式 (1-7) 称为功能原理。这里的系统能量应包括电能、热能等其他形式的能量。我们称动量定理、角动量定理及功能原理三者为力学中三大定理，它们是力学中的三大支柱，也是通常解力学题时的三把钥匙。

牛顿第二定律表达式 (1-1) 是位矢 $\mathbf{r}$ 的二阶微分方程，而三大定理表达式却都是一阶微分方程。从数学观点来看，一般说来一阶微分方程总要比二阶微分方程容易求解。也就是说，用三大定理解题，确有可取之处。经验表明：如果待求物理量与时刻 t 无关，或者可以不考究运动的过程而只关心运动的始末状态，则用三大定理解题，可以使问题大为简化。这可以从以后的解题过程中体会到。

1.1 两根质量为 m 、长度为 l 的均匀直杆在杆端 A 处光滑地用绞链相连，如题 1.1

图所示。直杆平面是铅垂的，且用细线栓接直立于光滑水平面上。细线和绞链的质量可以忽略。在 $t=0$ 时用剪刀将细线剪断，试求



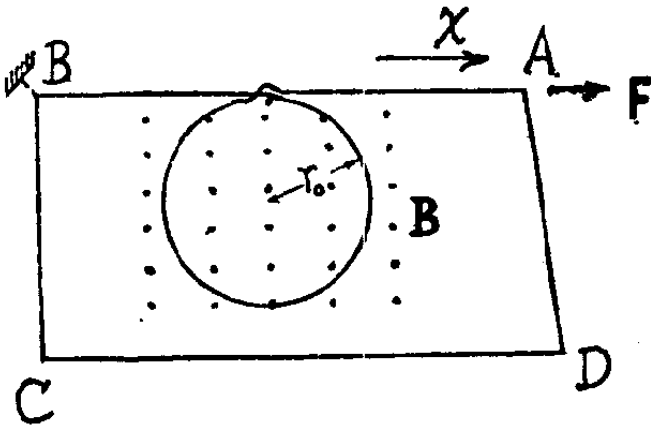
题 1.1 图

(1) A 点着地时的速度，(2) A 点着地时间。

(本题的第二问只要求将结果表示成对直杆倾角 θ 的积分即可，不必具体对积分进行运算.)

1.2 如题 1.2 图所示的电路 $ABCD$ ，其中 AB 段有一部分绕有一个圆圈。

在圆圈区域有一个与回路平面垂直且指向面外的均匀磁场 B 。以图示 x 方向施加一个恒力 F ，由于 B 端固定，圆圈从半径 r_0 开始，假设以维持圆形形状的方式收缩。若 R 代表回路的总电阻，试问需要多长时间圆形部分完全闭合？

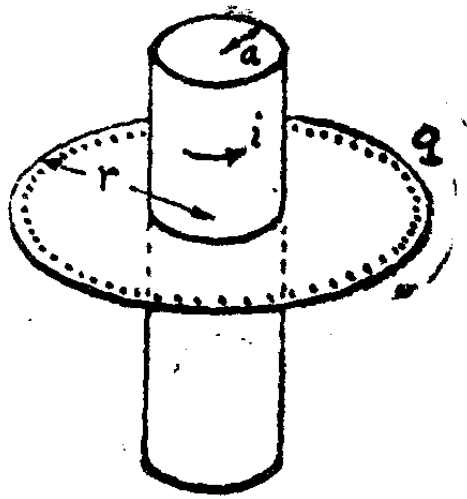


题 1.2 图

1.3 一个均匀质量的圆柱体以角速度 ω_0 绕对称轴转动。若此圆柱体的母线于某时刻（起始时刻）与有摩擦力的水平平面接触，试求此柱体在粗糙水平面停止滑动，开始纯滚动时的角速度 ω 。

1.4 如题 1.4 图所示，一个半径为 r 、质量为 m 、可

以无摩擦地自由转动的质量均匀分布的塑料（电介质）圆盘中部装有一个通以恒稳电流 i 、半径为 a 的细长螺线管，螺线管沿轴线单位长度上的匝数为 n ，在圆盘的边缘嵌有 N 个带等量正电荷 q 的小球。若圆盘原来是静止的，试求切断电流后圆盘转动的角速度。

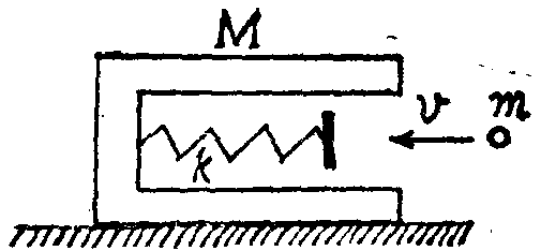


题 1.4 图

1.5 水平面上停放着一辆静止的小车，车上站着 10 个质量相同的人。每人都以相同的方式、消耗同样的体力，从车后水平地跳出。设人所消耗的能量全部变成车和人的动能，整个过程可略去一切阻力。为了使小车得到最大的动能，车上的人应一个一个地往后跳，还是 10 个人一起同时往后跳，或是别的什么合适的方式？为什么？

1.6 一个质量为 M 、速度为 V 的重粒子与另一个静止的、质量为 m 的轻粒子发生弹性碰撞。试求重粒子可能失去的最大能量和最大散射角。

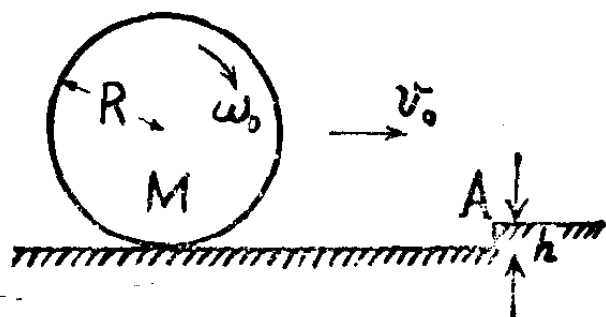
1.7 如题 1.7 图，小球 m 以速度 v 射到靶 M 的弹簧上。设弹簧弹性系数为 k ，靶 M 原来是静止的，并能在水平面上作无摩擦的滑动。试求弹簧被压缩的最大位移 Δx 。



题 1.7 图

1.8 一个半径为 R 的均匀圆柱体，以角速度 ω_0 在一水平面上作无滑动的滚动。在前进道路上有一高度为 h (h 不

大) 的粗糙台阶, 如题 1.8 图所示。若要求圆柱体能滚上台阶, 同时与直角保持接触, 试求 ω_0 的取值范围。



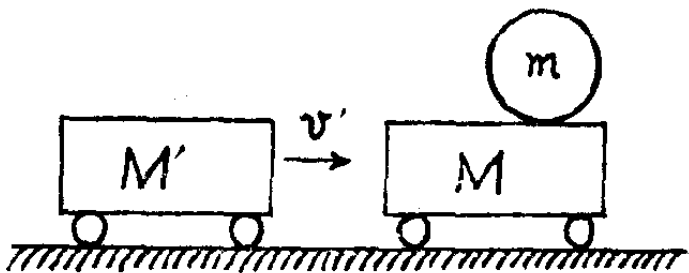
题 1.8 图

1.9 速度为 v 的粒子流入射到半径为 R 的恒星上, 试证明散射截面

$$\sigma = \pi R^2 \left[1 + \left(\frac{v_0}{v} \right)^2 \right],$$

其中 v_0 是粒子在该恒星表面的逃逸速度。

1.10 两辆无摩擦的平板车在水平轨道上, 如题 1.10 图。一辆质量为 M' , 速度为 v' ; 另一辆静止, 质量为 M 。静止的 M 车上放着一个质量为 m 、半径为 r 的均匀质量柱体, 柱体轴线与



题 1.10 图

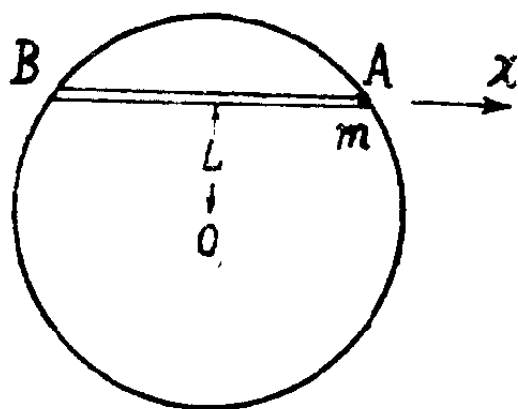
轨道垂直, 柱体表面非常粗糙以致于只能在 M 车上作纯滚动。若 M' 车和 M 车发生完全弹性碰撞, 且 M' 车在碰撞后处于静止状态, 试求柱体的质量 m 。

1.11 地球可看作半径为 4000 英里的球。在地面上空

500 英里的圆形轨道上以 $v_0 = 1.8 \times 10^4$ (英里/时) 的速度绕地球转动的人造地球卫星突然在外侧发生爆炸, 爆炸的冲量不影响卫星的切向速度 v_0 , 但给予卫星一个指向地球中心的径向速度 $\tilde{v}_r = 500$ 英里/时. 试问爆炸后卫星新轨道的近地点和远地点的高度各是多少?

1.12 如果地球的自转可以使地球赤道上的物体飘浮起来, 问一天将有多长?

1.13 假定地球是一个半径为 R , 质量为 M_0 的均匀质量分布球体. 如题 1.13 图, 球内有一离球心 O 距离为 L 的平面, 在此平面内沿圆的直径方向将地球凿一隧道, 如果一个质量为 m 的物体与隧道间的摩擦系数 μ 不太大, 则此物体将在隧道滑动.



题 1.13 图

(1) 若在隧道口 A 点把物体 m 放开, 试求使物体 m 能开始运动的摩擦系数 μ 的最大值.

(2) 若物体在 A 处有一初速度 $(-v_0 \mathbf{x}^0)$, 这里 $\mathbf{x}^0$ 是图示 x 方向上的单位矢量, 且 $v_0 > 0$, 试求物体能到达隧道另一端 B 的最大摩擦系数 μ , 并用 L 、 R 、 M_0 和引力常数 G 表示.

(3) 若物体在 A 处从静止开始运动, 试求它从 A 运动到 B 所需的时间.

(4) 当 $L = 0$ 时, (3) 的解答如何?

(5) 若此物体是半径为 b 的小球 ($b \ll R$), 当 $L \neq 0$ 时,

μ 取什么值才能保证物体在 A 处是纯滚动?

1.14 一个面积为 100m^2 的太阳能电池板和一个飞轮连结, 电池板可将入射太阳光以 1% 的效率转换为旋转机械能。

(1) 若太阳能电池板曝露 8 小时后, 一个质量为 500 千克、半径为 50cm、质量均匀分布的飞轮将以多大的角速度旋转。(已知开始是静止的, 并在整个曝光时间范围内, 太阳常数 $S = 2 \text{ 卡/厘米}^2 \cdot \text{分}$.)

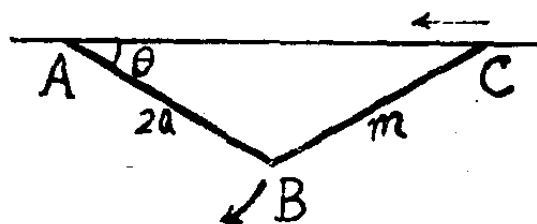
(2) 若突然将此飞轮与支持它的固定轴承分离, 并让其转轴水平地沿一水平面滚动, 动摩擦系数为 $\mu = 0.1$, 试问飞轮在停止滑动时将滚多远?

(3) 此时质心以多大速度运动?

(4) 有多少能量耗散为热?

1.15 两根相同的均匀杆 AB 和 BC , 每根杆质量为 m , 长为 $2a$, 在 B 处光滑连接,

如题 1.15 图所示。已知 C 点能沿一光滑水平轨道运动, AB 杆能在竖直平面内绕固定点 A 自由转动。系统从静止开始释放。初始时



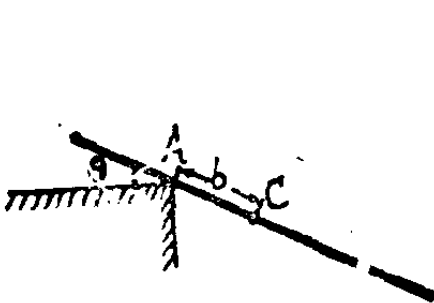
题 1.15 图

ABC 成一直线, B 在此水平直线的中点。记 $\angle BAC = \theta$ ($\theta < \pi/2$), 试证:

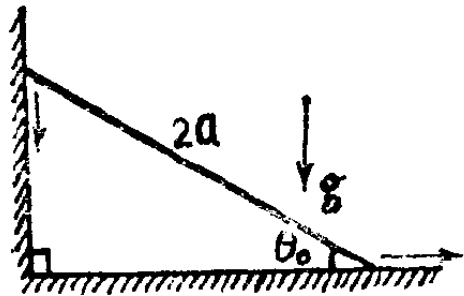
$$\dot{\theta}^2 = \frac{3}{2} \frac{g}{a} \frac{\sin \theta}{4 - 3\cos^2 \theta}.$$

1.16 如题 1.16 图所示, 一根质量为 m 、长为 l 的均匀直杆平放在水平桌子的端点处, 质心 C 到桌子直角 A 的

距离为 b ，杆与桌子的摩擦系数为 μ 。若杆从水平的位置开始倾斜，且初速为零，试问倾角 θ 为多大时杆开始滑动。



题 1.16 图



题 1.17 图

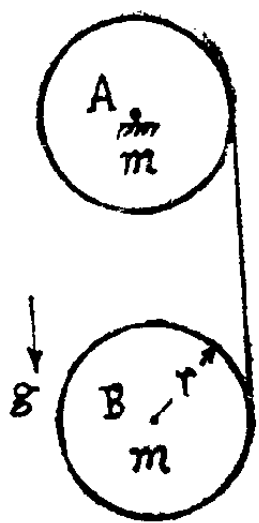
1.17 如题 1.17 图，一根长 $2a$ 、质量均匀分布的直杆斜靠在与地面垂直的墙上，墙和地面都是光滑的。在重力作用下，此直杆将从初始倾角 θ_0 开始静止下滑、当下滑到倾角 $\theta = \theta_c$ 时，直杆上端 A 开始离开墙壁，求 θ_c 。

1.18 一个半径为 r 的球放置在半径为 $(r + R)$ 的竖直圆环内。考虑下列两种情况：小球作无滑动的滚动和小球作无滚动的滑动，试求

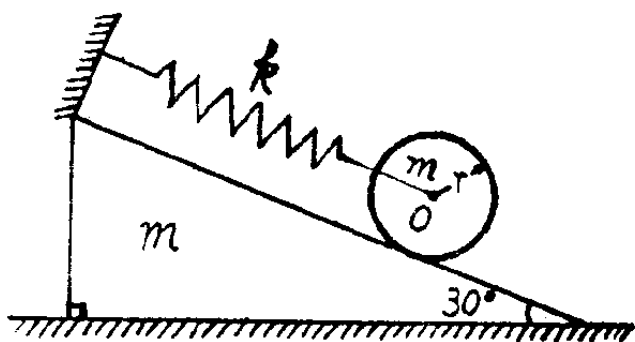
(1) 对于每一种情况，在圆环底部小球质心必须具有的最小速度 v_b ，才能使球通过环的顶部而不下落。

(2) 若 v_b 从最小速度减小 10%，问小球在什么位置离开圆环？(仅讨论滑动)

1.19 两个完全相同的匀质圆盘 A 、 B ，半径为 r ，质量为 m 。用一不计质量、不可伸长的软弦缠绕连接如题 1.19 图，初态静止。试求盘 A 转动角速度及 B 盘质心下落速度。



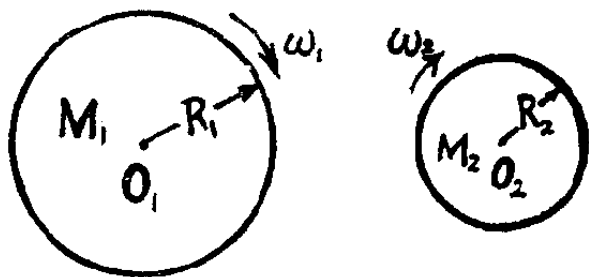
题 1.19 图



题 1.20 图

1.20 质量为 m 、半径为 r 的匀质圆柱体在质量为 m 的三角块斜边上作纯滚动。三角块斜面倾角 $\alpha = 30^\circ$ ，置于光滑水平面上。三角块上有弹性系数 k 的弹簧平行于斜边系在圆柱体轴心 O 上，如题 1.20 图所示。假设初始时弹簧为原长、系统静止。试求三角块的振幅。

1.21 两个匀质圆柱体分别绕自己的对称轴作定轴转动，两轴互相平行，如题 1.21 图所示。柱体 1 的质量为 M_1 、半径为 R_1 、转速为 ω_1 且按顺时针方向转动；柱体 2 质量为 M_2 、半径为 R_2 、转速为 ω_2 ，也按顺时针



题 1.21 图

针方向转动。若缓慢地让这两个柱体接近直至相切，显然两个柱体的转速都将发生变化，最后达到一个稳定值。试问在这过程中，系统的角动量是否守恒？为什么？（可忽略转轴和柱体之间的摩擦力。）