

30646003

V241
12

高等学校教材

惯性仪器测试与数据分析

梅硕基 主编

梅硕基 郭秀中 徐鹤年 编

HK43/21



西北工业大学出版社

1991年6月 西安



C0001517

内 容 简 介

本书是根据航空航天工业部航空高校教材编审规划编写的。本书首先介绍了惯性系统的主要性能指标,论述了不同状态时惯性仪器的数学模型,接着讨论了各种测试原理、方法和专用设备,然后介绍了几种数据处理与分析方法。

本书理论联系实际、内容丰富,可作为高等院校控制与导航专业教材和教学参考书,也可供有关专业技术人员参考。

高等学校教材 惯性仪器测试与数据分析

主 编 梅硕基
责任编辑 郑永安
责任校对 潘玉洁

*

西北工业大学出版社出版
(西安市友谊西路 127 号)
陕西省新华书店发行
陕西省富平县印刷厂印装
ISBN 7-5612-0288-1 / TP · 47(课)

*

开本 787×1092 毫米 1/16 16 印张 387 千字
1991 年 6 月第 1 版 1991 年 6 月第 1 次印刷
印数: 1—1 500 册 定价: 4.20 元

前 言

惯性仪器是指当代惯性技术中所用的高精度陀螺仪和加速度计。惯性仪器测试是指通过实验方法评定这些仪器主要性能指标时涉及的误差数学模型、测试原理与方法、测试设备与环境等有关的技术问题。

为了满足航天、航空、航海和地球物理等不同领域对制导、导航和定位等惯性系统的精度要求，现代惯性仪器的精度已达到非常高的地步。陀螺仪的漂移角速率已经降低到 $0.0001^{\circ}/\text{h}$ 以下，加速度计的零位偏值也已低于 $10^{-9}g$ 。显然，要确切地确定这样精度的性能指标，并非一件轻而易举的工作。正因如此，国内外对惯性仪器测试技术的研究与发展都是非常重视的，有关惯性仪器的测试技术成了惯性技术中的一个重要组成部分。

本书首先讨论了惯性仪器在惯性系统中的重要地位，以及与系统精度有关的主要性能指标（第一章），其次讨论了不同工作状态时仪器的误差数学模型（第二章）；然后，在第三、四章中讨论所用到的测试原理、方法和专用的测试设备。本书的后一部分内容是测试数据的处理与分析方法，包括测试数据的预处理、回归分析、频谱分析和时间序列分析（第五、六、七、八章）；最后，简要地讨论了计算机在惯性仪器测试中的应用问题（第九章）。书中着重阐明测试的理论、方法以及所用到的数据分析方法。

本书按航空高等院校教材编审规划编写。由南京航空学院、北京航空航天大学、西北工业大学三院校合编。全书内容相当 50 个教学时数左右，其中，第一、五、六、七、八、九章由西北工业大学梅硕基编写，第二章与第四章的后半部分由南京航空学院郭秀中编写，第三章与第四章的前半部分由北京航空航天大学徐鹤年编写。全书由梅硕基任主编，由空军工程学院张宗麟审阅。

由于我们的经验与水平有限，书中的内容和处理可能会有错误和值得商榷的地方，希望读者和同行专家批评指正。

编 者

1990 年 1 月

目 录

第一章 惯性系统中的惯性仪器	1
§ 1.1 惯性系统及其所用的惯性仪器	1
§ 1.2 惯性仪器性能精度与惯性系统定位精度的关系	2
§ 1.3 惯性级测量仪器	4
§ 1.4 惯性仪器的性能指标	5
§ 1.5 惯性级仪器的测试问题	8
第二章 惯性仪器的误差数学模型	10
§ 2.1 概述	10
§ 2.2 单自由度陀螺仪静态漂移误差数学模型	16
§ 2.3 单自由度陀螺仪动态误差数学模型	23
§ 2.4 双自由度陀螺仪静态漂移误差数学模型	31
§ 2.5 双自由度陀螺仪动态误差数学模型	38
§ 2.6 加速度计静态数学模型	49
§ 2.7 加速度计动态误差数学模型	54
第三章 惯性仪器的测试原理与方法	61
§ 3.1 概述	61
§ 3.2 陀螺仪静态漂移误差的力矩反馈测试	62
§ 3.3 陀螺仪静态漂移误差的伺服转台测试	82
§ 3.4 陀螺仪综合漂移率的测试与频谱分析技术的应用	90
§ 3.5 关于陀螺仪动态漂移误差测试的讨论	92
§ 3.6 加速度计的测试技术	93
第四章 惯性仪器的测试设备	109
§ 4.1 惯性仪器测试设备的特殊性	109
§ 4.2 双轴位置倾斜转台与速率转台	111
§ 4.3 伺服转台	117
§ 4.4 环境模拟设备及其它测试设备	128
§ 4.5 测试环境问题	134
第五章 测试数据的处理与分析	138
§ 5.1 测试数据分析的目的	138
§ 5.2 数据的采集与预处理	140

第六章 回归分析	152
§ 6.1 测试数据曲线拟合与最小二乘准则	152
§ 6.2 回归分析与统计相关	153
§ 6.3 一元线性回归	154
§ 6.4 可用一元线性回归处理的非线性问题	169
§ 6.5 多元线性回归	169
§ 6.6 多项式回归与正交多项式的应用	176
§ 6.7 加权最小二乘方法在回归分析中的应用	183
§ 6.8 逆回归问题	186
第七章 频谱分析	188
§ 7.1 信号的频域表示与谱图	189
§ 7.2 傅里叶级数与离散频谱	191
§ 7.3 傅里叶积分与连续频谱	195
§ 7.4 离散傅里叶变换(DFT)	204
第八章 时间序列分析	215
§ 8.1 有关基本概念	216
§ 8.2 时间序列的概率模型	220
§ 8.3 时间序列概率模型的建立	233
§ 8.4 时间序列分析的应用	240
第九章 惯性仪器的自动化测试问题	241
§ 9.1 惯性仪器自动化测试的重要意义	241
§ 9.2 数字计算机在惯性仪器测试技术中的应用	242
§ 9.3 惯性仪器测试技术的展望	246
参考文献	248

第一章 惯性系统中的惯性仪器

惯性仪器是指在惯性技术中以旋转质量惯性为其特征的陀螺仪和以平移或旋转质量惯性为其特征的加速度计。陀螺仪和加速度计都是惯性导航系统或惯性制导系统中不可缺少的核心测量仪器，惯性测量装置（IMU）就是由它们构成的。其中，陀螺仪用来检测运载器在惯性空间中的角运动，加速度计用来检测运载器运动时的比力，并进而解算出运动信息。本章首先讨论惯性仪器在惯性系统中的地位与作用，这会有助于了解今后讨论的惯性仪器测试技术的重要性与特殊性。

§ 1.1 惯性系统及其所用的惯性仪器

惯性系统是指装载在现代船舰、飞机、火箭等运载器上，以它们本身运动时的比力作为输入量，并由此计算出运载器在所选定坐标系中的即时位置及其他有关航行参数的自主式惯性导航系统和惯性制导系统。一个完整的惯性系统总是可以分解成若干个不同功能的子系统，如几何基准子系统、计算子系统、显示子系统和监控子系统等。在这些子系统当中，几何基准子系统的功能几乎完全体现了惯性系统的基本原理与特点，因此，在整个惯性系统的组成中，其重要性居于其他子系统之上。几何子系统不仅能按选定的外部基准坐标系在运载器内部建立起相应的基准坐标系，而且能检测出运载器相对该基准坐标系的角运动和线运动信息，并将它们作为相对外部基准坐标系定位计算的原始数据。不言而喻，几何基准子系统能否按要求精确地工作，是惯性系统性能能否满足定位精度要求的先决条件。

不管几何基准子系统的结构有什么差别，它的基本功能是一样的。它的第一项功能是在运载器的航行过程中，始终确立一个能自行修正相对选定外部基准坐标系偏差、并且不受运载器运动影响的高精度内部基准坐标系；第二项功能是在相当大的测量范围内，精确地测量出运载器运动的比力沿基准坐标系各轴的分量，并转换成相应的信号。第三项功能主要是由陀螺仪来实现的。在采用角位移陀螺或角速率积分陀螺时，利用它们记忆惯性空间内调定方位或感受运载器在惯性空间内角位置变化的能力，配以适当的伺服控制机构，就可在运载器内部构成满足空间角运动自由度要求的实体平台。这个平台就是选定外部基准坐标系在运载器内部的再现。另一种情况下，可以采用力矩反馈回路锁零的角速率陀螺，根据陀螺仪检测出运载器在惯性空间内的角速率，通过专门的编排设计，可由电子计算机快速、精确、连续地计算出作为运载器内部基准坐标系的实时数据，作为导航计算的依据。与前一种实体平台比较，这里不存在体现基准坐标系的实体，可称之为数学平台或电子平台，是一种非实体平台。第二项功能是由一组以规定的方式与基准坐标系“连接”在一起的加速度计来实现的。它们输出的比力信息，经过重力校正以后，用作计算惯性系统定位与其他航行参数的主要信息。由此可见，几何基准子系统的实现与精度完全取决于陀螺仪和加速度计的性能与精度，因而它们是几何基准子系统的核心，也是惯性系统的核心。

现代惯性系统对所用的陀螺仪和加速度计提出了很高的要求。就陀螺仪来说，不仅要求

测出微小的角位移变化，给出满足分辨率要求的清晰的响应信号，而且要求将陀螺仪的漂移误差限制在尽可能小的范围内，至于加速度计，同样要求有很高的分辨率，要能清晰地、精确地反映出从非常微小到非常大的加速度，并应给出与之相应的信号；同时还必须有尽可能小的、稳定的零位偏值。

航空、航天、航海技术科学的不断发展，对惯性系统的精度要求也越来越高。几十年来，陀螺仪和加速度计的性能精度，有了很大的变化。表 1-1 给出了不同年代惯性仪器的精度水平以及与之相应的惯性系统的性能水平，它反映了惯性技术的发展与进步。作为当今的高技术科学，这样的成就是人们在相当长的岁月中付出了艰巨的努力才取得的。如果不计本世纪初德国学者 M. Schuler 对陀螺仪作出的理论成就，仅是从技术上一步一步提高惯性仪表的性能，使之达到今日的水平，就几乎用了半个世纪的时间。在这方面，美国 C.S. Draper 领导的 Draper 仪表实验室作出了重大的贡献。随着科学技术的发展，陀螺仪已经越出了高速刚体转子这一经典的结构形式而进入其他领域，出现了振动陀螺、激光陀螺、光纤陀螺、半球谐振陀螺等新型非刚体转子陀螺，它们各有其优异性能或特点，而且有一些已经用到实际的惯性系统中。然而，就它们在惯性系统中的地位与作用以及惯性系统对它们的要求来说，各种惯性仪器都是相似的。

表 1-1 不同年代惯性仪器与惯性系统的性能水平

分 代	年 代	惯 性 仪 器		惯 性 系 统	
		分 辨 率	漂 移 率	经 纬 度	地 面 距 离
		陀螺仪(rad) 加速度计(g)	陀螺仪($^{\circ}/h$)	($''$)	(m)
I	40 年代	10^{-2}	$10^2 \sim 10^1$	2.06×10^3	6.3×10^4
II	50~60 年代	$10^{-3} \sim 10^{-5}$	$10^0 \sim 10^{-2}$	$2.06 \times 10^2 \sim 2.06 \times 10^0$	$6.3 \times 10^3 \sim 6.3 \times 10^1$
III	70~80 年代	$10^{-6} \sim 10^{-7}$	$10^{-3} \sim 10^{-4}$	$2.06 \times 10^{-1} \sim 2.06 \times 10^{-2}$	$6.3 \times 10^0 \sim 6.3 \times 10^{-1}$
IV	今 后	10^{-8} 或更小	10^{-5} 或更小	2.06×10^{-3}	6.3×10^{-2}

注: $1\text{rad} = 2.06 \times 10^5''$; 地球半径 $R_E = 6.3 \times 10^6\text{m}$ 。

§ 1.2 惯性仪器性能精度与惯性系统定位精度的关系

为了能更好地了解惯性仪器测试问题的特点，有必要对陀螺仪和加速度计性能精度与惯性系统定位精度之间的关系加以论述。为使论述的问题更加清晰和具体，下面的讨论是以指北方位平台的航空惯性导航系统作为例子来进行的。

在指北方位平台式惯性导航系统中，平台本身就是飞机内部的基准坐标系，称平台坐标系 P ；它被用来再现选定的外部基准坐标系，即当地地理坐标系 G 。理想的情况下，平台

坐标系 P 、当地地理坐标系 G 和导航计算坐标系 C 三者应该互相重合。但实际上，各个坐标系之间肯定会存在互不重合的误差，这误差用不大的误差角来表示。平台作为基准坐标系时的误差可用平台误差角速度 $\dot{\alpha}$, $\dot{\beta}$, $\dot{\gamma}$ 与其他有关参数的数学关系式、即平台误差方程来讨论。由惯性导航系统原理可知，平台误差角速度（也叫漂移角速度）， $\dot{\alpha}$, $\dot{\beta}$, $\dot{\gamma}$ 是与误差角、航行速度、速度误差、陀螺漂移速率等因素有关，即有

$$\begin{aligned}\dot{\alpha} &= F_1(\beta, \gamma, \delta V_y, V_x^G, \varphi, \varepsilon_x) \\ \dot{\beta} &= F_2(\alpha, \gamma, \delta V_x, V_x^G, V_y^G, \varphi, \delta\varphi, \varepsilon_y) \\ \dot{\gamma} &= F_3(\alpha, \beta, \delta V_x, V_x^G, \varphi, \delta\varphi, \varepsilon_z)\end{aligned}$$

式中 α, β, γ 及 $\dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\gamma}$ ——平台误差角及其角速度；

V_x^G, V_y^G ——飞机航行速度在当地地理坐标系中沿 x 轴和 y 轴的分量；

$\delta V_x, \delta V_y$ ——速度误差，即计算速度与真实速度的差值；

$\varphi, \delta\varphi$ ——当地地理纬度及其误差；

$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ ——对应 x, y, z 轴的陀螺漂移速率。

对上述函数的各个有关因素，我们只讨论陀螺仪的漂移速率的影响。从平台的工作原理可以知道，平台的角位置是由检测角偏差的陀螺给出信号并通过相应电路与稳定电机的反馈控制来保持的。当作为基准的陀螺仪有漂移速率时，它将以一比一的传递关系转换为平台相应轴的误差角速度。由此可见，陀螺的漂移速率是产生平台角偏差的重要误差源之一。

平台坐标系 P 的误差角，意味它偏离了当地地理坐标系 G 。这时固连在平台上的加速度计组就不可能正确地测量比力在基准坐标系各轴的分量。因而在加速度计的输出信号中，除了它所应测量的比力分量之外，还包含有由平台误差角造成的交叉轴耦合的比力分量信息和加速度计本身的零位偏值误差。此时，向计算机输入的 x, y 轴方向加速度计的比力信号可表示为下列函数形式

$$\begin{aligned}f_x^C &= F_x(f_x^G, f_y^G, f_z^G, \beta, \gamma, \nabla_x) \\ f_y^C &= F_y(f_x^G, f_y^G, f_z^G, \alpha, \gamma, \nabla_y)\end{aligned}$$

式中 f_x^C, f_y^C —— x, y 加速度计给出的比力在 x, y 轴方向的分量；

f_x^G, f_y^G, f_z^G ——比力在当地地理坐标系 G 各轴上的分量；

∇_x, ∇_y —— x, y 轴加速度计的零位偏值。

上述比力信号经过重力校正后，并未消除平台误差角和加速度计零位偏值对飞行加速度测量值的影响，用它作为导航定位计算的依据时，必然导致惯性导航系统的定位误差。这种误差以经度误差 $\delta\lambda$ 和纬度误差 $\delta\varphi$ ，或者地面距离误差来表示。除上述因素之外，定位误差还和一系列因素有关，它的函数式如下所示

$$\begin{aligned}\delta\lambda &= F_{\delta\lambda}(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \nabla_y, \varphi, \omega_{IE}, \omega_S, t) \\ \delta\varphi &= F_{\delta\varphi}(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \nabla_x, \varphi, \omega_{IE}, \omega_S, t)\end{aligned}$$

式中的 ω_{IE} 和 ω_S 分别为地球自转角速度和休拉角频率, t 为时间。

在对定位误差作进一步分析之后, 可以按它们的特点分成三种分量。一种是常值分量, 一种是随时间作线性积累的分量, 还有一种是周期分量。周期分量包含有两种不同的频率成分, 一种是地球自转角速度 ω_{IE} 调制的分量, 另一种是以休拉角频率 ω_S 调制的分量。表 1-2 以表格的形式列出了指北方位平台式惯性导航系统定位误差的不同成分。

表 1-2 指北方位平台惯性系统的定位误差

定位 误差	性质	水平陀螺		方位陀螺	加速度计	
		ε_x	ε_y	ε_z	∇_x	∇_y
经度 误差 $\delta\lambda$	常值项	有	无	无	无	有
	正比于 t 项	无	有	有	无	无
	ω_{IE} 调制项	有	有	有	无	无
	ω_S 调制项	有	有	有	无	有
纬度 误差 $\delta\varphi$	常值项	无	有	有	有	无
	正比于 t 项	无	无	无	无	无
	ω_{IE} 调制项	有	有	有	无	无
	ω_S	有	有	有	有	无

显然, 其中由陀螺仪漂移速率导致的随时间线性增长的经度误差分量是需要特别注意的, 对长时间的飞行而又未予校正的情况下, 可能会产生很大的定位误差, 因此一直受到惯性技术工作者的重视。至于周期误差, 它是有界的, 而且一个周期的平均值为零。但是, 由 ω_{IE} 调制的分量的周期为 24h, 由 ω_S 调制的分量的周期为 84.4min, 与飞行时间相比, 都属于长周期或较长周期的变化, 它们造成的影响也是不应忽视的。相比之下, 常值误差分量就不那么严重了。

按照上面的介绍, 从惯性系统的定位误差来看, 陀螺仪的漂移速率和加速度计的零位偏值都是重要的误差源。类似的结论也可从其他形式的惯性系统分析中得到。由此可以理解惯性测量仪器与惯性系统二者精度间的关系, 也可看到惯性测量仪器本身的测试问题及其精度估计的必要性和重要性了。

· § 1.3 惯性级测量仪器

陀螺仪和加速度计都是惯性测量仪器, 这是指它们的测量原理来说的。按惯性原理工作并不等于这个仪器就属于惯性级, 这是两个不同的概念。所谓“惯性级”(Inertial grade)是指仪器的性能精度满足惯性系统最基本要求的仪器精度级别, 用以区别于其他方面应用的所谓“常规级”(Normal grade)仪器。

工程上, 惯性系统的定位精度是以它随时间积累的误差, 即规定时间内积累的经、纬度

误差或航行距离误差来表示的。标准的航空惯性导航系统定位误差要求每小时不超过 1 n mile。这样的精度要求换算为引起积累误差的陀螺漂移速率就相当于数值为 $0.015^{\circ}/h$ ，如漂移速率超过这一数值，就无法保证系统的定位精度要求。实际上，不同的运载器、不同的持续航行时间，对惯性系统的精度要求是不一样的，对惯性仪器的精度要求也是不一样的，具体数值可在一定范围内变化。就惯性系统所用的陀螺仪来说，参考漂移速率仍然是 $0.015^{\circ}/h$ 。这个数值相当于地球自转角速率 $\omega_{IE}(15.041^{\circ}/h)$ 的千分之一。按照 C.S.Draper 的意见：随机漂移速率为 $0.015^{\circ}/h$ 的陀螺仪，其精度可以满足一般精度惯性系统的要求，达到这样精度的陀螺仪被称为惯性级陀螺仪。有些文献中把千分之一的地球自转角速率用毫地转率 (milli-earth-rate-unit) 来表示，称为 1 meru。实际工作中，多以它的数量级来表示， $0.015^{\circ}/h$ 相当于 10^{-2} 数量级精度，因此，常用 $0.01^{\circ}/h$ 来表征惯性级陀螺仪的最低精度，当代的惯性级陀螺仪精度已经达到随机漂移速率为 $10^{-3} \sim 10^{-4}^{\circ}/h$ 的水平，可以满足航空、航天和航海的不同要求。

除陀螺仪之外，对用到惯性系统中的“惯性级”加速度计也有严格的要求。在弹道火箭惯性系统中，对加速度计的标度因数、分辨率、零位偏值的要求就很高。这是因为火箭发动机关机时刻的速度与其射程有重大关系，射程为 1 000km 的火箭，关机时刻的速度测量误差为 5×10^{-5} 时，将导致 2km 的射程误差。这个速度误差是与标度因数直接相关的。同样，对加速度计的零位偏值、分辨率与阈值的要求，通常约在 $10^{-4} \sim 10^{-6}g$ 之间。对于飞机来说， $10^{-4}g$ 的零位偏值可能产生 $10^{-4}R_E$ 的平均位置误差，而地球半径 $R_E \approx 6\,370\text{km}$ ，因此，平均位置误差约为 0.64km。一般说来，速度很高的运载器惯性系统对加速度计的标度因数的稳定性要求很严，对零位偏值要求却不那么严；反之，速度较慢的运载器惯性系统却对加速度计的零位偏值要求很严，而对标度因数的稳定性要求则居于次要地位了。

作为惯性级仪器，陀螺仪的漂移速率和加速度计的零位偏值对惯性系统的精度有不容忽视的影响。但是一个性能优越，达到惯性级质量的仪器绝不仅仅是上述性能指标就足以满足使用要求，而必须和仪器的一系列其他性能指标相配合才能保证系统的正常工作。

§ 1.4 惯性仪器的性能指标

对于高精度惯性仪器，很难用一二个性能参数说明它的性能水平，通常还必须提供若干机械的、电气的数据以保证它的正确使用。为此，本节将对它们的性能指标作简要的介绍。显然，当加速度计是陀螺型加速度计时，对陀螺仪的要求同样也适用于这种加速度计。

1.4.1 陀螺仪的性能指标

从惯性系统的要求来说，陀螺仪性能指标中首先要考虑的是它的精度指标，然后才是它的电气性能、机械性能、环境条件及寿命等。现在将这些性能指标或性能参数项目列出如下，以供参考。当仪器的工作原理变化时，某些性能指标或参数会有变动，这是显而易见的。

- (1) 精度性能指标：
 - 阈值和分辨率；
 - 标度因数及其误差；

输出非线性误差;
零位输出;
交叉耦合输出;
 g^0 漂移速率;
 g^1 漂移速率;
 g^2 漂移速率;
随机漂移速率;
与时间有关的性能稳定性;
与重复启动有关的性能稳定性。

(2) 电气性能数据:

陀螺电动机电源的相数、电压、频率、电流和功率;
信号器电源的电压、频率和标度因数;
力矩器的施矩电流、功率、阻抗和标度因数;
温度控制电源的电流和功率;
各电气参数的精度要求。

(3) 机械性能数据:

测量范围或转角自由度;
陀螺动量矩;
陀螺转子转动惯量;
陀螺转子转速;
时间常数;
阻尼系数;
固有频率;
启动、停转时间;
安装对准要求。

(4) 环境条件:

环境压力范围;
环境温度范围;
环境湿度范围;
振动;
冲击等。

(5) 寿命和可靠性指标:

工作寿命;
启动次数;
平均故障间隔时间等。

1.4.2 加速度计的性能指标

对非陀螺型加速度计,它的性能指标也可分为精度性能、电气参数、机械参数、环境条件和寿命等,列出如下:

- (1) 精度性能指标:
 - 阈值和分辨率;
 - 零位偏值;
 - 标度因数及其误差;
 - 输出非线性误差;
 - 交叉耦合误差;
 - 随机误差;
 - 与时间有关的性能稳定性;
 - 与重复启动有关的性能稳定性等。
- (2) 电气性能数据:
 - 信号器电源的电压、频率、功率和标度因数;
 - 力矩器施矩电流、阻抗和标度因数;
 - 温度控制元件的电流和功率。
- (3) 机械性能数据:
 - 测量范围;
 - 摆块质量;
 - 支承结构及刚度;
 - 阻尼系数;
 - 固有频率;
 - 安装对准要求等。

其他的环境条件、寿命和可靠性等与对陀螺仪的要求是一样的。

1.4.3 惯性级仪器性能精度的主要标志

上一节中已经提到, 惯性级陀螺仪的随机漂移速率不应高于 $0.015^{\circ}/\text{h}$ 。惯性级加速度计的零位偏值也应优于 $10^{-4}g$ 时, 才能满足标准惯性系统要求的定位精度——每小时定位误差不超过 1 n mile。因此, 从系统性能出发, 陀螺仪的随机漂移速度和加速度计的零位偏值分别为它们的主要性能指标。

陀螺仪漂移速率是指单位时间内由于干扰力矩导致动量矩矢量在惯性空间内角位置变化的数值, 工程上常用 $^{\circ}/\text{h}$ 作单位。由于所关心的干扰力矩是随机干扰力矩, 因而, 合适的表示方式是采用概率方式。假定随机漂移速率按正态分布, 可以用正态分布的标准差 σ 来说明随机漂移速率的大小及其出现的概率。

加速度计的零位偏值是指没有输入时, 加速度计的非零输出, 这个数值相当于并不存在的某个加速度的输入。通常以 g 作单位时, 约为 $10^{-5}g$; 有的情况下也用 μg 作为单位, 即 $10^{-6}g$ 为一单位。

除了上面的漂移速率和零位偏值之外, 分辨率 (resolution) 也被看作陀螺仪和加速度计的主要性能指标。分辨率是指仪器能给出可靠信号时所能感测的输入量的最小变化值。对陀螺仪来说, 分辨率是指用它测量相对惯性空间的角偏差时, 能输出可信赖信号的角位移的最小值, 其单位取弧度 (rad) 或度。对加速度计来说, 则指它在测量比力时, 能输出可信赖信号的加速度变化的最小值, 取 g 作为单位。

分辨率作为惯性仪器的主要性能指标,有利于用它说明惯性系统的定位性能。设地球是个半径 $R_E = 6.370 \times 10^6 \text{m}$ 的球体,过地心大圆的圆心角的一角分对应大圆(地球表面)的弧长为 1 n mile,即 1 852m,圆心角的一角秒对应大圆弧长为 100ft,即 30.48m。对定位精度为 300m 的惯性系统来说,陀螺仪的分辨率应为 $10''$ 左右,或 $5 \times 10^{-5} \text{rad}$ 。同样,加速度计的分辨率也可作相似的说明,当完全由它来考虑惯性系统的定位精度时,300m 的定位精度要求加速度计的分辨率约为 $5 \times 10^{-5} \text{g}$ 。

应该说明,就陀螺仪而言,分辨率和漂移速率是有区别的。分辨率适于说明惯性系统的短时间的精度;而漂移速率则适用于长时间运行的惯性系统精度的分析。

前面表 1-1 中惯性仪器的性能描述同时包含了分辨率与漂移速率两种方式。

§ 1.5 惯性级仪器的测试问题

如同一般产品那样,在陀螺仪与加速度计的研制与生产过程中,需要进行各种不同的试验。按一种比较简单的分类方法,可把试验分成下述四类。

(1) 验收试验。用于分选生产线上的仪器以确保它们满足正常使用时的最低性能水平。

(2) 标定试验。用于确定具体仪器主要性能参数的数值。

(3) 工程试验。用于评价仪器在系统中使用时的性能水平,也用于给出电气、机械、热力及磁的环境因素下产生的影响的有关数据。

(4) 研究与发展试验。用于研究仪器工作所依赖的物理现象中各有关参数间的关系与探索提高仪器性能水平的各种可能构造与方案。

不同的试验用以解决不同的问题。本书不拟对惯性仪器研制与生产过程中所涉及的各种试验作全面讨论。我们关心的是与惯性系统精度密切相关的陀螺仪与加速度计的主要性能的评定,即它们的静态误差特性、捷联状态下运载器运动引起的动态误差特性和随机误差特性的评定。具体的步骤是建立相应的误差数学模型、寻求模型参数的实验估计方法、研究进行实验所需的测试设备与环境控制。在完成实验测试后,最后的工作就是处理和分析实验取得的数据并作出相应的结论。概括起来,这样的测试工作是从四个方面来考虑的:第一,建立一个与测试要求相应的可测量和可控制的环境;第二,给仪器加上精确控制的输入;第三,准确地读取与记录仪器的相应输出;第四,确定仪器输出、输入间的关系式和传递函数,并算出测试结果的可信赖程度,评定仪器的真实性能水平。

由于惯性级仪器本身就是精度很高的技术成果;因此,与之相应的测试技术当然也是高精度的技术问题。这就给陀螺仪与加速度计的测试带来不少困难。以陀螺仪漂移速率测试为例,能用于惯性导航系统的陀螺仪随机漂移速率至少是 $0.01^\circ/\text{h}$,此数值换算成 24h 的漂移角数值为 0.24° ,即 $14.4'$ 。现代高精度的陀螺仪漂移速率可达 $0.0005^\circ/\text{h}$,换算成 24h 的漂移角数值为 $0.72'$ 。为了对上述数据的数量大小有一个形象的概念,可以设想用上述角速率转过一转(360°)所用的时间与通常常见角速率进行比较。对 $0.01^\circ/\text{h}$ 的角速率来说,转过 360° 的时间为 4.11 年,而对 $0.0005^\circ/\text{h}$ 的角速率来说,转过 360° 所需的时间高达 82 年!虽然这些数据纯粹是数值上的推算,但却可以帮助我们比较形象地了解惯性级陀螺仪的精度是什么样的精度,从而也可以了解对它们进行测试所要求的技术是一种什么样精度的测试技术。至今,世界上各工业发达国家都把惯性仪器测试技术与设备作为惯

性技术的一个重要组成部分来加以保护，其理由就不难推测了。

早期，惯性仪器的测试还只是用一般的精密机械设备来做，数据也是人工读取、记录后再处理的。现在，随着惯性仪器精度的不断提高，对测试的要求也相应提高了，出现了采用各种新技术的高精度测试设备。电子计算机已被用于这些设备的控制与运行，并同时进行测试数据的处理分析工作。这样就大大提高了惯性仪器测试工作的效率，也促进了测试技术的发展，从而出现了新的测试方法与数据处理技术。测试人员可在整个测试过程中，自始至终积累有用的数据和对过程作出必要的监控，显著地缩短了取得最后测试结果的时间。这就是计算机技术与测试技术结合形成的计算机控制的惯性仪器自动化测试技术。

第二章 惯性仪器的误差数学模型

§ 2.1 概 述

上一章已经谈到, 惯性导航系统和惯性制导系统的工作精度在很大程度上取决于惯性仪器的工作精度。即使是原理和结构都相当完善的惯性仪器, 也仍然存在着各种干扰因素引起的误差而影响到惯性系统的工作精度。惯性仪器误差与有关物理量之间关系的数学表达式, 称为惯性仪器的误差数学模型或简称误差模型。建立惯性仪器误差数学模型并设法在惯性系统中进行补偿, 是惯性技术领域必须解决的一个重要课题。

惯性仪器的种类繁多, 其工作原理和误差模型亦各不相同。但目前特别是在我国自行研制的惯性系统中, 仍然广泛应用刚体转子式的单自由度陀螺仪和双自由度陀螺仪以及摆式加速度计。本章将以这些惯性仪器为对象, 建立它们的误差数学模型。为了后面阐述与分析的方便, 本节先介绍一下这些惯性仪器所取的坐标系、理想的工作状况及其误差数学模型的分

2.1.1 单自由度陀螺仪

单自由度陀螺仪由转子和框架两部分组成, 如图 2-1 所示。在研究它的运动和误差时, 常用到两个坐标系, 即测量坐标系 IOS 和框架坐标系 $I_G O_G S_G$ 。测量坐标系与壳体固连, 又称壳体坐标系, O 轴沿框架轴方向, S 轴沿自转轴初始方向, I 轴与 O 轴及 S 轴垂直并构成右手系。这里 I 轴称为输入轴, O 轴称为输出轴, S 轴称为自转参考轴。框架坐标系则与框架固连, O_G 轴沿框架轴方向, S_G 轴沿自转轴方向; I_G 轴, O_G 轴及 S_G 轴垂直并构成右手系。

当壳体绕输入轴以角速度 ω_I 相对惯性空间转动时, 框架组件(含框架和转子)将出现绕输出轴相对壳体的转角 α_O 。如果在框架轴上装有信号器(即信号传感器), 则可将该转角变换成电压 u 输出。

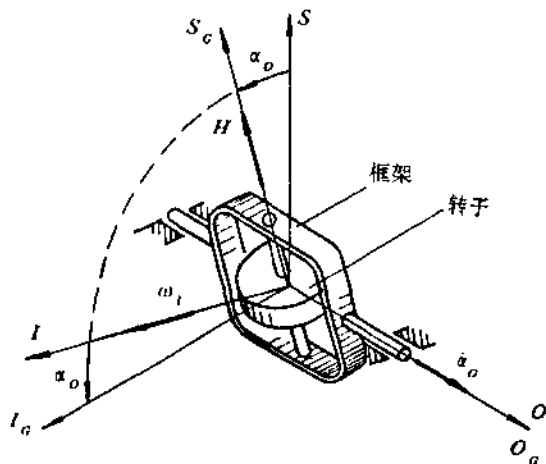


图 2-1 单自由度陀螺仪及其坐标系

在惯性系统中应用的单自由度陀螺仪, 主要是液浮陀螺仪。单自由度液浮陀螺仪的方块图如图 2-2 所示。图中 H 为陀螺自转动量矩; J_O 为框架组件绕框架轴的转动惯量; D 为阻尼系数; k_u 为信号器的传递函数。这种陀螺仪实为积分陀螺仪, 即在理想情况下, 陀螺仪稳态输出转角或输出电压与输入角速度的积分成正比, 即

$$\alpha_o = \frac{H}{D} \int_0^t \omega_I dt \quad \text{或} \quad u = k_u \frac{H}{D} \int_0^t \omega_I dt \quad (2.1)$$

实际上,陀螺仪所感受的应是 $\omega_I \cos \alpha$ 分量。随着转角 α_o 的增大,其测量精度将大大降低;而当 α_o 趋于 90° 时,陀螺仪对 ω 就无法敏感了。所以,这种单自由度陀螺仪只适合于平台式惯性系统。如果要用于捷联式惯性系统,则必须借助力矩再平衡回路将其构成速率陀螺仪,常称之为力反馈式速率陀螺仪。

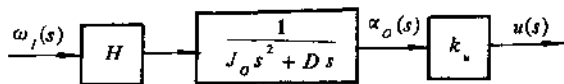


图 2-2 单自由度液浮陀螺仪的方块图

具有力矩再平衡回路的单自由度液浮陀螺仪的方块图如图 2-3 所示。图中 k_i 为放大校正环节的传递函数; k_m 为力矩器的传递函数; i 为加到力矩器上的电流。在理想情况下,陀螺仪稳态输出转角或输出电流与输入角速度成正比,即

$$\alpha_o = \frac{H}{K} \omega_I \quad \text{或} \quad i = \frac{H}{k_m} \omega_I \quad (2.2)$$

式中: $K = k_u k_i k_m$, 称为力矩再平衡回路增益。

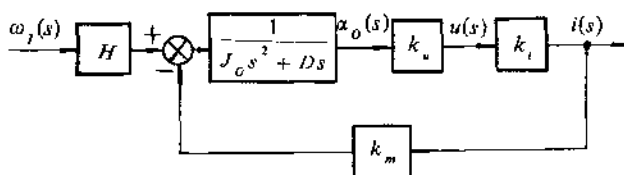


图 2-3 具有力矩再平衡回路的单自由度液浮陀螺仪的方块图

2.1.2 双自由度陀螺仪

双自由度陀螺仪由转子、内环和外环三部分组成,如图 2-4 所示。在研究它的运动和误差时,常用到两个坐标系,即测量坐标系 ABS 和内环坐标系 $A_G B_G S_G$ 。测量坐标系与壳体固连,又称壳体坐标系, A 轴沿外环轴方向, B 轴沿内环轴初始方向, S 轴沿自转轴初始方向, ABS 构成右手系。这里 A 轴和 B 轴称为测量轴, S 轴称为自转参考轴。内环坐标系则与内环固连, B_G 轴沿内环轴方向, S_G 轴沿自转轴方向; A_G 轴, B_G 轴及 S_G 轴垂直并构成右手系。

当壳体绕两个测量轴相对惯性空间转动时,由于自转轴仍沿原来的空间方位保持稳定,陀螺仪将出现绕外环轴和内环轴

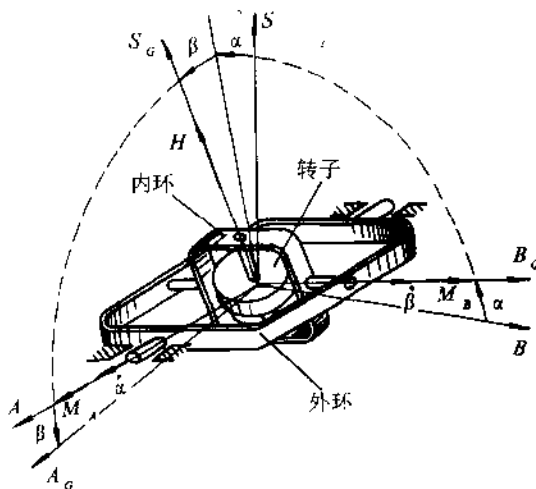


图 2-4 双自由度陀螺仪及其坐标系

相对壳体的转角 α 和 β 。如果在内、外环轴上装有信号器,则可把这两个转角转换成电压 u_A 和 u_B 输出。

在惯性系统中应用的双自由度陀螺仪,较多为液浮陀螺仪和动力调谐陀螺仪。在忽略阻尼的情况下,双自由度液浮陀螺仪的方块图如图 2-5 所示(a 和 b 两种形式是完全等同的,此外还可以有多种画法)。图中 H 为陀螺自转动量矩; J_A 为外环组件(含外环、内环和转子)绕外环轴的转动惯量; J_B 为内环组件(含内环和转子)绕内环轴的转动惯量; M_A 和 M_B 分别为绕外环轴和内环轴作用在陀螺仪上的外力矩; θ_A 和 θ_B 分别为陀螺仪绕外环轴和内环轴相对惯性空间的转角

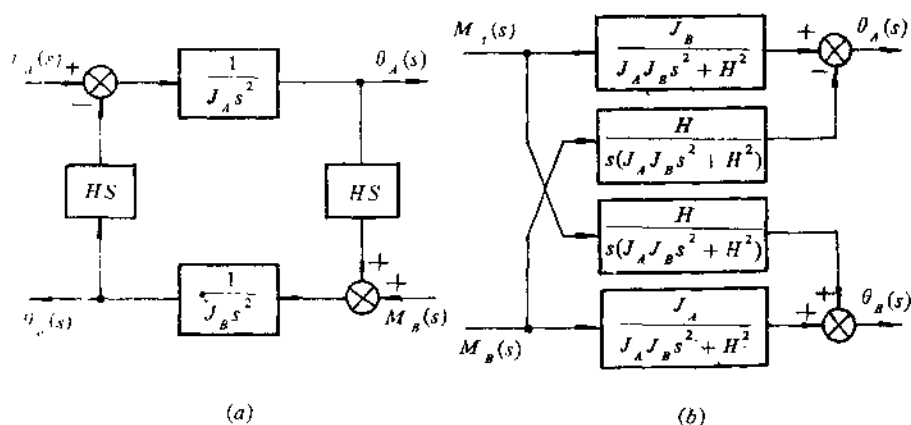


图 2-5 双自由度液浮陀螺仪的方块图

由于原理结构上的限制,双自由度液浮陀螺仪和动力调谐陀螺仪的工作转角范围都很小,一般在 $1^\circ \sim 2^\circ$ 以内,故只适用于平台式惯性系统中。如果要用于捷联式惯性系统,则必须借助两套力矩再平衡回路将其构成双轴速率陀螺仪。此外,为了解除两根轴输入力矩对两根轴输出转角的交叉耦合影响,每个力矩再平衡回路都包含有直接反馈回路(指某轴信号器与正交轴力矩器构成的反馈回路)和耦合反馈回路(指某轴信号器与同轴力矩器构成的反馈回路)两个部分。

具有力矩再平衡回路的双自由度液浮陀螺仪的方块图如图 2-6 所示。图中假设陀螺仪转动惯量 $J_A = J_B$; ω_A 和 ω_B 为壳体相对惯性空间的角速度; α 和 β 为陀螺仪相对壳体的转角; k_u 为信号器的传递函数; u_A 和 u_B 为信号器的输出电压; k_m 为力矩器的传递函数; i_A 和 i_B 为加到力矩器上电流; F 为前置放大校正环节的传递函数; G_1 和 G_2 为解耦环节的传递函数(包含 G_2 的反馈回路为直接反馈回路,包含 G_1 的反馈回路为耦合反馈回路)。在理想情况并且满足解耦条件(即满足 $G_1 = (J_A s / H) G_2$ 条件)下,陀螺仪绕两根轴的稳态输出转角与绕两根轴的输入角速度成正比,即

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = -\frac{1}{K} \begin{bmatrix} H & 0 \\ 0 & H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_A \\ \omega_B \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

式中: $K = k_u k_m F G_2$, 称为直接反馈回路增益。