

数字图象处理学

[美] W. K. 普拉特 著

科学出版社

数字图像处理学

[美] W. K. 普拉特 著

高荣坤 王贻良 濮群 译
葛成辉 尤婉英 胡大忻

陈贻运 校

科学出版社

1985

内 容 简 介

本书是作者在美国南加利福尼亚大学为研究生编写的教材。书中系统地讲解了数字图象处理技术的基本理论、概念和方法。全书共分六部分。前三部分讲述数字图象处理的理论基础，包括连续图象的特性及其数学表征方法、连续图象到数字图象的转换和数字图象质量的测定以及二维离散线性处理的基本方法。后三部分讲述图象处理应用的三个主要方面，包括图象增强与复原、图象分析和图象编码。本书的理论性及系统性均很强，同时又配有许多实际处理的图例加以说明，是本学科较好的一本参考书。

本书可供计算机信息处理、遥感、自动化、地球物理、生物医学信息工程等领域中从事图象处理的科技人员及高等学校有关师生参考。

W. K. Pratt

DIGITAL IMAGE PROCESSING

John Wiley & Sons, Inc., 1978

数 字 图 象 处 理 学

〔美〕W. K. 普拉特 著

高荣坤 王贻良 濮 群 译
葛成辉 尤婉英 胡大圻

陈贻运 校

责任编辑 李淑兰 鞠丽娜

科学出版社出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1984年9月第一版 开本：787×1092 1/16

1984年9月第一次印刷 印张：30 1/4

印数：0001—11,700 字数：708,000

统一书号：15031·590

本社书号：3667·15—8

定价：~~5.60~~元

8.40

译 者 的 话

数字图象处理是近二十年来蓬勃发展起来的一门新兴学科，它所包括的内容涉及到信息科学、计算机科学、数学、物理学以及生理学等科目。随着计算机技术的发展，数字图象处理技术也日趋完善成熟，而且越来越广泛地应用于空间探测、遥感、生物医学、人工智能以及工业检测等许多领域，并促使这些学科产生了新的发展。

本书是根据作者在美国南加利福尼亚大学(USC)讲授数字图象处理时所用的讲义，并结合该校图象处理研究所的研究工作成果而编写的。这本书全面系统地讲述了数字图象处理的基本理论，并介绍了在图象质量改善、图象分析与理解以及图象编码方面的实际应用技术。这本书的特点是不仅理论分析透彻、概念清晰而且还有许多实际的典型处理结果。这本书是数字图象处理学科中一本很好的著作。近年来我国的图象处理研究工作也正在兴起，我们选译这本书，希望能对我国数字图象处理学科的发展有所促进。

本书由清华大学无线电系图象信息教研室的几位同志翻译，具体分工如下：高荣坤译第1、2、3、8、9、10、11章和附录；王贻良译第4、5、6、7章；胡大圻译第12章；濮群译第13、14、15、16章；葛成辉译第17、18、19、20章；尤婉英译第21、22、23、24章；于世泽参加了部分初校工作；全部译稿由高荣坤统一校对整理。

在本书译完之后，中国科学院空间中心陈贻运同志对全书作了校阅，特此致谢。

由于译者水平所限，书中难免有错误和不妥之处，希望读者批评指正。

译 者

1983年4月

前 言

在过去十年里,随着成象技术应用的不断扩大,数字计算机和有关信号处理技术在规模、速度以及经济效果上的改进,数字图象处理技术已日趋成熟.图象处理技术在科学、工业、生物医学、宇宙空间以及政府部门的应用中已经发挥了很大的作用. 这些应用包括以下许多方面: 数字传输宇宙飞船摄取的图象;数字传输载波电视电话;提高电子显微镜中图象的分辨率;补偿太空探测器中传感器的误差和传输信道中的误差;根据地球资源卫星送来的图片进行地形自动分类和资源检测;形成和增强各种生物医学图象,包括各种射线照片、温度图表和原子核扫描图象;根据航空摄影自动测绘地图;根据工业上的射线照片检测机器各部分的缝隙和裂纹等. 无疑,将来图象处理学可以在更大的范围内帮助医务工作者依据生物医学图象检测和诊断疾病. 在工业上的应用将更广泛,图象处理系统有可能分析各种机器人“眼睛”里的景象,以控制它们的行动. 有效的图象编码技术有可能实现几十对家用和商用的双向电视信道. 随着想象力的丰富,我们将可以列出更多的应用项目来.

本书打算作为电气工程或计算机科学研究生的图象处理学课本,也可供从事图象处理研究和发展工作的科学家和工程师们参考. 数字图象处理是一门内容广泛的学科,其中包括物理学、生理学、电气工程、计算机科学和数学. 作者假设读者对这些科目之一已经有了大学毕业的技术基础. 了解线性系统理论、向量代数、概率论和随机过程方面的知识肯定是有利的,但不是绝对必需的.

本书共分六部分. 第一部分有三章,涉及到连续图象的特征. 内容包括连续图象的数学表征,人类视觉的心理物理特性,光度学和色度学. 在第二部分中探讨图象抽样和量化技术,同时研究离散图象的数学表征和图象质量的测量法. 第三部分讨论二维信号处理技术,包括通用线性算子、伪逆算子、叠加算子、卷积算子和酉变换算子: 如傅立叶(Fourier)、哈德玛(Hadamard)、K-L(Karhunen-Loeve)变换等. 第三部分的最后一章分析和比较几种线性滤波技术,如直接卷积滤波、傅立叶变换处理和递归滤波等.

本书最后三部分是数字图象处理学的三种主要应用. 第四部分讨论图象增强和复原技术. 图象增强是指完成图象处理以提供主观上更满意的图象,或把图象转变为更适合于人或机器分析的形式. 图象复原的任务在于对退化了的图象进行补偿以提高图象的逼真度. 第五部分的标题是图象分析,集中讨论景物分析和图象理解方面的一般性课题. 具体内容包括图象特征的分离和量测、图内物体的检测、图象配准、图象符号描述和图象理解系统等. 图象编码是第六部分的主题,包括为了使通讯和存贮更有效而以最小代码比特数代表单色和彩色图象的各种方法.

读者可看出本书涉及内容相当广泛,但因限于篇幅,有些和数字图象处理有关的课题都已略去. 最明显的是模式识别和分类、数字全息摄影和图象投影重建. 有关这些题目的参考文章已列在附录1中.

W. K. 普拉特

目 录

第一部分 连续图象的特征	1
1. 连续图象的数学表征.....	2
2. 视觉的心理物理性质.....	16
3. 光度学和色度学.....	31
第二部分 数字图象的特征	56
4. 图象抽样和重建.....	57
5. 离散图象的数学表征.....	75
6. 图象量化.....	87
7. 抽样图象的质量测度.....	100
第三部分 二维离散线性处理	120
8. 线性算子.....	121
9. 叠加算子.....	129
10. 二维酉变换.....	141
11. 二维线性处理技术.....	171
第四部分 图象复原和增强	185
12. 图象增强.....	186
13. 图象复原模型.....	211
14. 代数空间图象复原技术.....	231
15. 特殊空间图象复原技术.....	261
16. 光亮度,彩色和光谱图象复原.....	274
第五部分 图象分析	287
17. 图象特征提取.....	288
18. 图象符号描述.....	316
19. 图象检测和配准.....	337
20. 图象理解系统.....	348
第六部分 图象编码	359
21. 模拟处理的图象编码.....	360
22. 数字点处理的图象编码.....	374
23. 数字空间处理的图象编码.....	400
24. 图象编码性能分析.....	429
附录	
1. 精选的参考资料.....	443
2. 色坐标转换.....	444
3. 统计信源编码.....	447
参考文献.....	449

第一部分 连续图象的特征

本书主要论述数字图象处理技术,而非模拟技术,必须记住,多数数字图象表示的是连续的自然图象. 而某些人为的数字图象,如计算机中用数字方法产生的测试图和X射线断层系统绘制的图象等是例外. 因此,了解由传感器和包括人眼在内的光学系统形成图象的“物理”,显然是重要的. 为了定量地描述图象,光的度量是另一重要的依据. 最后,确定连续象场的空间和时间特性很有用,可以为研究数字图象的抽样关系打基础. 这些课题包括在以下各章中. 第一章题为连续图象的数学表征. 第二章讨论视觉的心理物理性质. 第三章叙述光度学和色度学.

1 连续图象的数学表征

设计和分析图象处理系统时,用数学表示图象的特征,不仅方便而且常常是必需的.一般有两种基本的数学表征法:确定性的和统计性的.在确定性的图象表示法中,数学图象函数是确定的,用这种方法研究图象的点性质.统计性的表示法则是用统计的平均参数说明图象的特征.下面几节分别讨论连续图象的确定性表征和统计性表征.虽然下文分析的是可见图象,但许多结论可以推广到一般的二维时变信号和场中.

1.1. 连续图象的表达式

设 $C(x, y, t, \lambda)$ 代表象源的空间辐射能量分布,其中 (x, y) 为空间坐标, t 为时间, λ 为波长.因为光的强度是实正量,即正比于电场的模方,所以图象的光函数是实数并且非负.实际上所有成象系统中总有少量背景光存在.实际的成象系统也给图象的最大亮度以某种限制,例如胶片的饱和,阴极射线管荧光物质的发热等.因此设

$$0 \leq C(x, y, t, \lambda) \leq A \quad (1.1-1)$$

其中 A 是图象的最大亮度.另一方面,实际图象的幅面必然受到成象系统和录象介质的限制.为了在数学上分析简单起见,设所有图象只在某一矩形区域内非零,即

$$-L_x \leq x \leq L_x \quad (1.1-2a)$$

$$-L_y \leq y \leq L_y \quad (1.1-2b)$$

自然,实际图象只在有限时间内可观察到.因此令

$$-T \leq t \leq T \quad (1.1-2c)$$

由此可见,图象的光函数 $C(x, y, t, \lambda)$ 是有界独立变量的四维函数.最后的一个限制是设图象函数在定义域内连续.

标准观察者对图象光函数的亮度响应,通常用光场的瞬时光亮度 (luminance) 计量,由下式定义为

$$Y(x, y, t) = \int_0^{\infty} C(x, y, t, \lambda) V_s(\lambda) d\lambda \quad (1.1-3)$$

式中 $V_s(\lambda)$ 代表相对光效函数,即人视觉的光谱响应.同样,标准观察者的色响应,通常用一组三刺激值计量,它们与“匹配”某种色光时所需红、绿、蓝光的数量成线性比例关系.对于任一红、绿、蓝坐标系,瞬时三刺激值是

$$R(x, y, t) = \int_0^{\infty} C(x, y, t, \lambda) R_s(\lambda) d\lambda \quad (1.1-4a)$$

$$G(x, y, t) = \int_0^{\infty} C(x, y, t, \lambda) G_s(\lambda) d\lambda \quad (1.1-4b)$$

$$B(x, y, t) = \int_0^{\infty} C(x, y, t, \lambda) B_s(\lambda) d\lambda \quad (1.1-4c)$$

式中 $R_s(\lambda)$, $G_s(\lambda)$, $B_s(\lambda)$ 是红、绿、蓝基色组的光谱三刺激值.所谓光谱三刺激值是

匹配单位谱色光（波长为 λ ）时所要求的三刺激值。在多光谱成象系统中，常将所观察的象场模拟为图象光函数在光谱上的加权积分。因而第 i 个光谱象场可以表示为

$$F_i(x, y, t) = \int_0^{\infty} C(x, y, t, \lambda) S_i(\lambda) d\lambda \quad (1.1-5)$$

式中 $S_i(\lambda)$ 是第 i 个传感器的光谱响应。

为了使符号简单起见，选择单一的图象函数 $F(x, y, t)$ 代表实际成象系统中的象场。对于单色图象系统，图象函数 $F(x, y, t)$ 通常指图象光亮度，或者指某些转化了的，甚至含义不清的光度量。在彩色成象系统中， $F(x, y, t)$ 代表三刺激值之一，或者表示三刺激值的某种函数。有时图象函数 $F(x, y, t)$ 也表示一般的三维场，例如图象扫描器的时变噪声。

按照一维时间信号的标准定义，图象函数在给定点 (x, y) 上的时间平均值为

$$\langle F(x, y, t) \rangle_T = \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{2T} \int_{-T}^T F(x, y, t) L(t) dt \right\} \quad (1.1-6)$$

式中 $L(t)$ 是时间加权函数。同样，在给定时间上的平均图象亮度由空间平均值求得，即

$$\langle F(x, y, t) \rangle_S = \lim_{\substack{L_x \rightarrow \infty \\ L_y \rightarrow \infty}} \left\{ \frac{1}{4L_x L_y} \int_{-L_x}^{L_x} \int_{-L_y}^{L_y} F(x, y, t) dx dy \right\} \quad (1.1-7)$$

在许多成象系统中，例如图象投射器，图象不随时间改变，因而时变量可以从图象函数中略去。对于另一些系统，例如电影，图象函数是时间抽样的。还有一些系统可以将空间变量转变为时间变量，例如电视中的图象扫描过程。在以后的讨论中，除非有特殊要求，时变量一概从象场符号中略去。

1.2. 二维系统

一个二维系统，其最一般的形式就是输入二维函数组 $F_1(x, y), F_2(x, y), \dots, F_N(x, y)$ 到输出二维函数组 $G_1(x, y), G_2(x, y), \dots, G_M(x, y)$ 的映射，其中 $(-\infty < x, y < \infty)$ 指连续的独立空间变量。这种映射可以用算子 $\mathcal{O}_m\{\cdot\}$ 来代表，下标 $m = 1, 2, \dots, M$ 。因而输入和输出函数组的关系可以表示为

$$\begin{aligned} G_1(x, y) &= \mathcal{O}_1\{F_1(x, y), F_2(x, y), \dots, F_N(x, y)\} \\ &\vdots \\ G_m(x, y) &= \mathcal{O}_m\{F_1(x, y), F_2(x, y), \dots, F_N(x, y)\} \\ &\vdots \\ G_M(x, y) &= \mathcal{O}_M\{F_1(x, y), F_2(x, y), \dots, F_N(x, y)\} \end{aligned} \quad (1.2-1)$$

在特定的情况下，映射可以由多到少，或者由少到多，或一对一。这一对一映射的定义为

$$G(x, y) = \mathcal{O}\{F(x, y)\} \quad (1.2-2)$$

对于实际的一维系统，其中独立变量是时间，系统的输出是过去和现在的函数，但不是将来的函数。这种系统称为因果系统。一般地说，二维系统为非因果系统，因为空间变量 (x, y) 相对于某参考轴可以为负。

进一步讨论二维系统的性质需要直接论述各种具体的算子。

1.3. 奇异算子

在分析二维系统时，尤其是在分析有连续函数抽样的系统时常常要利用奇异算子。二维狄拉克 (Dirac) 冲激函数 (δ) 是一种奇异算子，它具有下列性质：

$$\delta(x, y) = \begin{cases} \infty, & x = 0, y = 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (1.3-1a)$$

$$\delta(x - \xi, y - \eta) = \begin{cases} \infty, & x = \xi, y = \eta \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (1.3-1b)$$

$$\iint_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \delta(x, y) dx dy = 1, \varepsilon > 0 \quad (1.3-1c)$$

$$\iint_{-\infty}^{\infty} F(\xi, \eta) \delta(x - \xi, y - \eta) d\xi d\eta = F(x, y) \quad (1.3-1d)$$

在性质 (c) 中， ε 是积分的无穷小限。性质 (d) 称为狄拉克冲激函数的筛选性。

二维冲激函数可以分解为两个沿正交坐标定义的一维冲激函数的乘积，即

$$\delta(x, y) = \delta(x)\delta(y) \quad (1.3-2)$$

其中一维冲激函数满足方程式 1.3-1 的一维形式。冲激函数也可以定义为某函数族的极限。举例如下^[1, p. 275]：

矩形函数族的极限

$$\delta(x, y) = \lim_{a \rightarrow \infty} [\alpha^2 \text{rect}\{\alpha x\} \text{rect}\{\alpha y\}] \quad (1.3-3a)$$

圆函数族的极限

$$\delta(x, y) = \lim_{a \rightarrow \infty} \left[\frac{\alpha^2}{\pi} \text{circ}\{a\sqrt{x^2 + y^2}\} \right] \quad (1.3-3b)$$

高斯函数族的极限

$$\delta(x, y) = \lim_{a \rightarrow \infty} [\alpha^2 \exp\{-a^2\pi(x^2 + y^2)\}] \quad (1.3-3c)$$

sinc 函数族的极限

$$\delta(x, y) = \lim_{a \rightarrow \infty} [\alpha^2 \text{sinc}\{\alpha x\} \text{sinc}\{\alpha y\}] \quad (1.3-3d)$$

贝塞尔 (Bessel) 函数族的极限

$$\delta(x, y) = \lim_{a \rightarrow \infty} \left[\frac{\alpha J_1(2\pi a\sqrt{x^2 + y^2})}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right] \quad (1.3-3e)$$

上列式中

$$\text{rect}\{x\} = \begin{cases} 1, & |x| \leq \frac{1}{2} \\ 0, & |x| > \frac{1}{2} \end{cases} \quad (1.3-4a)$$

$$\text{circ}\{r\} = \begin{cases} 1, & r \leq 1 \\ 0, & r > 1 \end{cases} \quad (1.3-4b)$$

$$\operatorname{sinc}\{x\} = \frac{\sin\{\pi x\}}{\pi x} \quad (1.3-4c)$$

冲激函数的另一种有用的表示式是^[2, p. 99]

$$\delta(x - \xi, y - \eta) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \exp\{i[u(x - \xi) + v(y - \eta)]\} dudv \quad (1.3-5)$$

式中 $i = \sqrt{-1}$.

1.4. 相加的线性算子

只要二维系统服从叠加定律,便称该系统为相加的线性系统. 在一对一映射的情况下,叠加性质要求

$$\mathcal{O}\{a_1 F_1(x, y) + a_2 F_2(x, y)\} = a_1 \mathcal{O}\{F_1(x, y)\} + a_2 \mathcal{O}\{F_2(x, y)\} \quad (1.4-1)$$

式中 a_1 和 a_2 是常数,很可能是复数. 这一叠加性质可以很容易推广到 1.2-1 式的一般性映射中.

一系统的输入函数 $F(x, y)$ 可用筛选积分表示为幅度加权的冲激函数的和,即

$$F(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} F(\xi, \eta) \delta(x - \xi, y - \eta) d\xi d\eta \quad (1.4-2)$$

式中 $F(\xi, \eta)$ 是冲激的加权因子,该冲激在 xy 平面内的坐标为 (ξ, η) , 如图 1.4-1 所示. 因此,如果一般性的一对一线性系统的输出定义为

$$G(x, y) = \mathcal{O}\{F(x, y)\} \quad (1.4-3)$$

则

$$G(x, y) = \mathcal{O}\left\{\iint_{-\infty}^{\infty} F(\xi, \eta) \delta(x - \xi, y - \eta) d\xi d\eta\right\} \quad (1.4-4a)$$

或

$$G(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} F(\xi, \eta) \mathcal{O}\{\delta(x - \xi, y - \eta)\} d\xi d\eta \quad (1.4-4b)$$

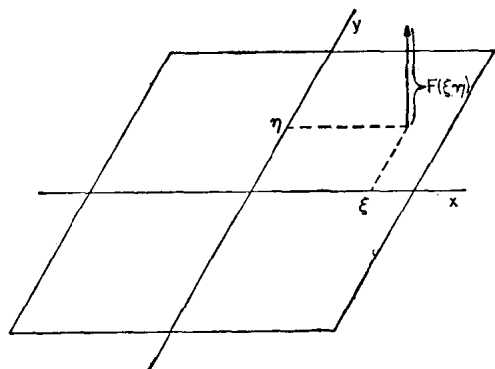


图 1.4-1 图象函数的分解

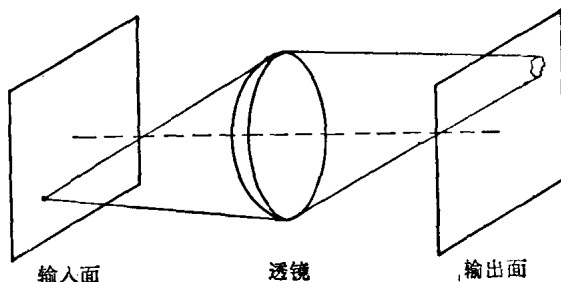


图 1.4-2 点源成象系统

在由 1.4-4a 变到 1.4-4b 时,通用线性算子 $\mathcal{O}\{\cdot\}$ 和积分号的应用顺序相反,而且只对被积函数中与空间变量 (x, y) 有关的因子进行线性运算. 在方程式 1.4-4b 的被积函数中,通用线性运算部分可以再定义为

$$H(x, y; \xi, \eta) \equiv \mathcal{O}\{\delta(x - \xi, y - \eta)\} \quad (1.4-5)$$

称为二维系统的冲激响应. 在光学系统中这种冲激响应常称为系统的点扩散函数. 将冲激响应函数代入 1.4-4b 式中,得叠加积分

$$G(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} F(\xi, \eta)H(x, y; \xi, \eta)d\xi d\eta \quad (1.4-6)$$

如果二维相加线性系统的冲激响应仅决定于因子 $x - \xi$ 和 $y - \eta$, 便称为空不变(等晕)系统. 在光学系统中,如图 1.4-2 所示,空不变的意思是当点源位置在物面内移动时,聚焦面内点源的象只改变位置,不改变函数的形状. 对于空不变系统

$$H(x, y; \xi, \eta) = H(x - \xi, y - \eta) \quad (1.4-7)$$

叠加积分简化到这一特殊情况时称为卷积积分,表示为

$$G(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} F(\xi, \eta)H(x - \xi, y - \eta)d\xi d\eta \quad (1.4-8a)$$

以符号表示为

$$G(x, y) = F(x, y) \otimes H(x, y) \quad (1.4-8b)$$

上式表示卷积运算. 卷积积分是对称的,即

$$G(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} F(x - \xi, y - \eta)H(\xi, \eta)d\xi d\eta \quad (1.4-9)$$

图 1.4-3 是卷积过程的一种形象化说明. 在图 1.4-3a 和 1.4-3b 中,将输入函数 $F(x, y)$ 和冲激响应画在虚拟坐标系 (ξ, η) 中. 而后在图 1.4-3c 和 1.4-3d 中,将冲激响应的坐标

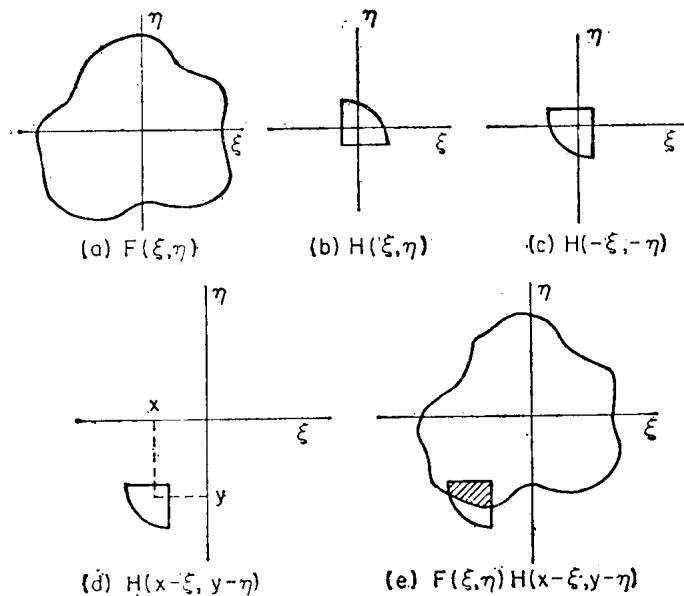


图 1.4-3 二维卷积的图例

倒转过来,并将其偏置一空间值 (x, y) 。在图 1.4-3e 中,阴影区表示 1.4-8 式卷积积分中被积函数的乘积。按阴影区求积分便得偏置坐标 (x, y) 上的 $G(x, y)$ 值。实际上对整个函数 $F(x, y)$ 的计算,可将偏置的倒冲激响应对输入函数进行顺序扫描,同时对重叠的区域求积分,便可得到对应的 $G(x, y)$ 。

1.5. 微分算子

通常实现图象边缘检测的方法是对象场进行空间微分,再用一种门限运算来决定幅度急剧变化的点。水平和垂直的空间导数定义为

$$d_x = \frac{\partial F(x, y)}{\partial x} \quad (1.5-1a)$$

$$d_y = \frac{\partial F(x, y)}{\partial y} \quad (1.5-1b)$$

当向量方向 z 与水平轴成 ϕ 角时,象场沿 z 方向的导数为^[3,p.10]

$$\nabla\{F(x, y)\} = \frac{\partial F(x, y)}{\partial z} = d_x \cos \phi + d_y \sin \phi \quad (1.5-2)$$

因而梯度的幅值为

$$|\nabla\{F(x, y)\}| = \sqrt{d_x^2 + d_y^2} \quad (1.5-3)$$

水平和垂直方向的空间二阶导数分别定义为

$$d_{xx} = \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x^2} \quad (1.5-4a)$$

$$d_{yy} = \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial y^2} \quad (1.5-4b)$$

因而二阶导数是

$$\nabla^2\{F(x, y)\} = d_{xx} + 2d_x d_y + d_{yy} \quad (1.5-5)$$

如此继续,第 n 阶导数可由下一定义确定^[3,p.10]:

$$\nabla^n\{F(x, y)\} = \sum_{j=0}^n \frac{n!}{(n-j)!j!} \frac{\partial^j F(x, y)}{\partial x^j} \frac{\partial^{n-j} F(x, y)}{\partial y^{n-j}} \quad (1.5-6)$$

空间二阶导数常组合为拉普拉斯算子

$$L\{F(x, y)\} = d_{xx} + d_{yy} = \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial y^2} \quad (1.5-7)$$

注意在这一定义中没有交叉乘积项。在文献中由上式定义的拉普拉斯算子常在符号上表示为 $\nabla^2\{F(x, y)\}$,但在本书中用它表示含有交叉乘积项的二阶空间导数,见方程式 1.5-5。还应注意拉普拉斯算子是标量(不是空间方向的函数)而梯度是与方向有关的向量。

1.6. 二维傅立叶变换

图象函数 $F(x, y)$ 的二维傅立叶变换定义为

$$\mathcal{F}(\omega_x, \omega_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} F(x, y) \exp\{-i(\omega_x x + \omega_y y)\} dx dy \quad (1.6-1)$$

式中 ω_x 和 ω_y 是空间频率, $i = \sqrt{-1}$. 符号上, 傅立叶变换写成

$$\mathcal{F}(\omega_x, \omega_y) = \mathcal{O}_{\mathcal{F}}\{F(x, y)\} \quad (1.6-2)$$

一般说来, 傅立叶系数 $\mathcal{F}(\omega_x, \omega_y)$ 是复数, 可以表示为实部和虚部的和

$$\mathcal{F}(\omega_x, \omega_y) = \mathcal{R}(\omega_x, \omega_y) + i\mathcal{I}(\omega_x, \omega_y) \quad (1.6-3a)$$

或者表示为幅度和相位的形式:

$$\mathcal{F}(\omega_x, \omega_y) = \mathcal{M}(\omega_x, \omega_y) \exp\{i\phi(\omega_x, \omega_y)\} \quad (1.6-3b)$$

式中

$$\mathcal{M}(\omega_x, \omega_y) = [\mathcal{R}^2(\omega_x, \omega_y) + \mathcal{I}^2(\omega_x, \omega_y)]^{1/2} \quad (1.6-4a)$$

$$\phi(\omega_x, \omega_y) = \tan^{-1} \left\{ \frac{\mathcal{I}(\omega_x, \omega_y)}{\mathcal{R}(\omega_x, \omega_y)} \right\} \quad (1.6-4b)$$

对于函数 $F(x, y)$, 傅立叶变换存在的充分条件是函数绝对可积. 即

$$\iint_{-\infty}^{\infty} |F(x, y)| dx dy < \infty \quad (1.6-5)$$

因此, 输入函数 $F(x, y)$ 可以由傅立叶反变换式复原. 即

$$F(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \mathcal{F}(\omega_x, \omega_y) \exp\{i(\omega_x x + \omega_y y)\} d\omega_x d\omega_y \quad (1.6-6a)$$

或用算子形式表示为

$$F(x, y) = \mathcal{O}_{\mathcal{F}}^{-1}\{\mathcal{F}(\omega_x, \omega_y)\} \quad (1.6-6b)$$

函数 $F(x, y)$ 和 $\mathcal{F}(\omega_x, \omega_y)$ 称为傅立叶变换对.

由于傅立叶核的可分性, 二维傅立叶变换可以分两步计算. 因此设

$$\mathcal{F}_y(\omega_x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} F(x, y) \exp\{-i\omega_x x\} dx \quad (1.6-7)$$

则

$$\mathcal{F}(\omega_x, \omega_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{F}_y(\omega_x, y) \exp\{-i\omega_y y\} dy \quad (1.6-8)$$

下面说明二维傅立叶变换的几种常用的性质. 证明见参考文献[1, 2].

函数的性质

如果图象函数是空间可分的, 即

$$F(x, y) = f_x(x) f_y(y) \quad (1.6-9)$$

则

$$\mathcal{F}(\omega_x, \omega_y) = \mathcal{C}_x(\omega_x) \mathcal{C}_y(\omega_y) \quad (1.6-10)$$

式中 $\mathcal{C}_x(\omega_x)$ 和 $\mathcal{C}_y(\omega_y)$ 分别是 $f_x(x)$ 和 $f_y(x)$ 的一维傅立叶变换. 如果 $F(x, y)$ 和 $\mathcal{F}(\omega_x, \omega_y)$ 是二维傅立叶变换对, 那么 $F^*(x, y)$ 的傅立叶变换是 $\mathcal{F}^*(-\omega_x, -\omega_y)^{1)}$.

如果 $F(x, y)$ 是对称的, 即 $F(x, y) = F(-x, -y)$, 那么

$$\mathcal{F}(\omega_x, \omega_y) = \mathcal{F}(-\omega_x, -\omega_y)$$

线性

傅立叶变换是一种线性算子. 因此

$$\mathcal{O}_{\mathcal{F}}\{aF_1(x, y) + bF_2(x, y)\} = a\mathcal{F}_1(\omega_x, \omega_y) + b\mathcal{F}_2(\omega_x, \omega_y) \quad (1.6-11)$$

1) 星号 * 表示变量的共轭复数.

式中 a 和 b 是常数。

标度

空间变量的线性标度运算导致空间频率的反标度运算,即

$$\mathcal{O}_{\mathcal{F}}\{F(ax, by)\} = \frac{1}{|ab|} \mathcal{F}\left(\frac{\omega_x}{a}, \frac{\omega_y}{b}\right) \quad (1.6-12)$$

因此一域中的轴伸张时另一域中的对应轴必紧缩,外加幅度变化。

位移

在输入平面内位移时,输出平面内发生相移。因此

$$\mathcal{O}_{\mathcal{F}}\{F(x-a, y-b)\} = \mathcal{F}(\omega_x, \omega_y) \exp\{-i(\omega_x a + \omega_y b)\} \quad (1.6-13a)$$

另一方面,傅立叶平面内的频移将导致下一结果,即

$$\mathcal{O}_{\mathcal{F}}^{-1}\{\mathcal{F}(\omega_x - a_x, \omega_y - b_y)\} = F(x, y) \exp\{i(a_x x + b_y y)\} \quad (1.6-13b)$$

卷积

两个互卷函数的二维傅立叶变换等于各自函数变换的乘积。因而

$$\mathcal{O}_{\mathcal{F}}\{F(x, y) \otimes H(x, y)\} = \mathcal{F}(\omega_x, \omega_y) \mathcal{H}(\omega_x, \omega_y) \quad (1.6-14)$$

逆定理为

$$\mathcal{O}_{\mathcal{F}}\{F(x, y)H(x, y)\} = \frac{1}{4\pi^2} \mathcal{F}(\omega_x, \omega_y) \otimes \mathcal{H}(\omega_x, \omega_y) \quad (1.6-15)$$

帕斯瓦尔 (Parseval) 定理

空域和傅立叶变换域中的能量关系为

$$\iint_{-\infty}^{\infty} |F(x, y)|^2 dx dy = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} |\mathcal{F}(\omega_x, \omega_y)|^2 d\omega_x d\omega_y \quad (1.6-16)$$

自相关定理

某函数空间自相关的傅立叶变换等于该函数傅立叶变换的绝对值平方。即

$$\mathcal{O}_{\mathcal{F}}\left\{\iint_{-\infty}^{\infty} F(\alpha, \beta) F^*(\alpha - x, \beta - y) d\alpha d\beta\right\} = |\mathcal{F}(\omega_x, \omega_y)|^2 \quad (1.6-17)$$

空间微分

某图象函数 $F(x, y)$, 其方向导数的傅立叶变换与该函数傅立叶变换的关系是

$$\mathcal{O}_{\mathcal{F}}\left\{\frac{\partial F(x, y)}{\partial x}\right\} = -i\omega_x \mathcal{F}(\omega_x, \omega_y) \quad (1.6-18a)$$

$$\mathcal{O}_{\mathcal{F}}\left\{\frac{\partial F(x, y)}{\partial y}\right\} = -i\omega_y \mathcal{F}(\omega_x, \omega_y) \quad (1.6-18b)$$

因此,图象函数的拉普拉斯算子的傅立叶变换为

$$\mathcal{O}_{\mathcal{F}}\left\{\frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial y^2}\right\} = -(\omega_x^2 + \omega_y^2) \mathcal{F}(\omega_x, \omega_y) \quad (1.6-19)$$

1.7. 相加线性系统的傅立叶分析

分析相加线性系统时, 方程式 1.6-14 所表明的傅立叶变换卷积定理是一个极为有用的工具。设图象函数 $F(x, y)$ 是相加线性系统的输入, 并且系统的冲激响应为 $H(x, y)$, 则输出图象函数可由卷积积分求得

$$G(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} F(\alpha, \beta) H(x - \alpha, y - \beta) d\alpha d\beta \quad (1.7-1)$$

上式两边取傅立叶变换, 并置换右边的积分顺序, 得

$$\mathcal{G}(\omega_x, \omega_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} F(\alpha, \beta) \left[\iint_{-\infty}^{\infty} H(x - \alpha, y - \beta) \exp\{-i(\omega_x x + \omega_y y)\} dx dy \right] d\alpha d\beta \quad (1.7-2)$$

根据 1.6-13 式傅立叶变换的位移定理, 上式中括弧内的积分等于 $H(x, y)$ 的傅立叶变换乘一指数相移因子。因此

$$\mathcal{G}(\omega_x, \omega_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} F(\alpha, \beta) \mathcal{H}(\omega_x, \omega_y) \exp\{-i(\omega_x \alpha + \omega_y \beta)\} d\alpha d\beta \quad (1.7-3)$$

作上式的傅立叶变换得

$$\mathcal{G}(\omega_x, \omega_y) = \mathcal{H}(\omega_x, \omega_y) \mathcal{F}(\omega_x, \omega_y) \quad (1.7-4)$$

再由上式的反变换得到输出图象函数

$$G(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \mathcal{H}(\omega_x, \omega_y) \mathcal{F}(\omega_x, \omega_y) \exp\{i(\omega_x x + \omega_y y)\} d\omega_x d\omega_y \quad (1.7-5)$$

方程式 1.7-1 和 1.7-5 表示了两种可供选择的方法, 这两种方法可以确定相加线性空不变系统的输出图象响应。分析或运算时选择哪种方法, 选择卷积还是傅立叶处理, 通常依赖于所遇到的问题。

1.8. 广义线性系统

通常线性和叠加这样的术语只用于如 1.4 节所定义的相加线性系统。然而线性和叠加的概念更具有普遍性。奥本海姆^[4] (Oppenheim) 引入了广义叠加的概念, 将相加线性概念推广到更多的系统中去。

设两个象场 $F_1(x, y)$ 和 $F_2(x, y)$ 按照某种算子 (\diamond) 结合在一起, 产生输出象场

$$G(x, y) = F_1(x, y) \diamond F_2(x, y) \quad (1.8-1)$$

令 $\mathcal{O}_c\{\cdot\}$ 代表对 $G(x, y)$ 的系统运算, 并具有以下一些性质:

$$\mathcal{O}_c\{F_1(x, y) \diamond F_2(x, y)\} = \mathcal{O}_c\{F_1(x, y)\} \diamond \mathcal{O}_c\{F_2(x, y)\} \quad (1.8-2a)$$

和

$$\mathcal{O}_c\{k: F(x, y)\} = k: \mathcal{O}_c\{F(x, y)\} \quad (1.8-2b)$$

式中 k 是常数, 冒号表示乘积运算。已经证明^[4], 如果 \diamond 代表向量空间加法, 冒号表示标量乘法, 那么算子 $\mathcal{O}_c\{\cdot\}$ 可以分解为各种运算的级联, 如图 1.8-1 所示, 总合起来称为同

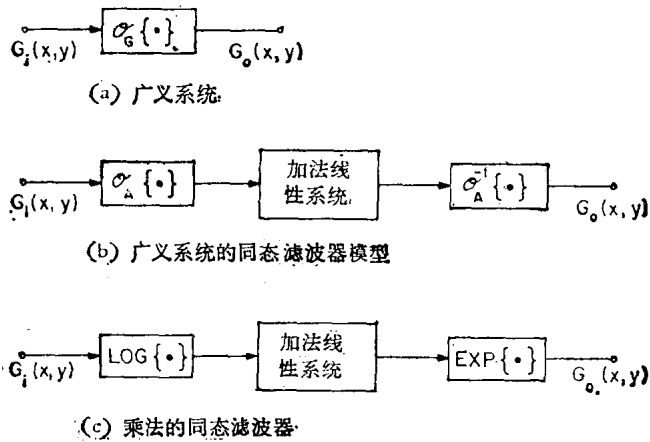


图 1.8-1 广义线性系统

态滤波器。第一个算子 \diamond 遵循以下规律：

$$\mathcal{O}_A\{F_1(x, y) \diamond F_2(x, y)\} = \mathcal{O}_A\{F_1(x, y)\} + \mathcal{O}_A\{F_2(x, y)\} \quad (1.8-3a)$$

和

$$\mathcal{O}_A\{k: F(x, y)\} = k: \mathcal{O}_A\{F(x, y)\} \quad (1.8-3b)$$

这样第一步将算子 \diamond 转变为代数加法。第二步是常规相加线性系统运算。第三步是第一步的反运算。即

$$\mathcal{O}_A^{-1}\{\mathcal{O}_A\{F(x, y)\}\} = F(x, y) \quad (1.8-4)$$

图 1.8-1c 说明相乘运算系统中用同态滤波的一种特殊情况^[5]。设某象场 $G(x, y)$ 是由象场 $F_1(x, y)$ 和 $F_2(x, y)$ 的代数乘积产生的,并按下面的简单关系:

$$G(x, y) = F_1(x, y) \diamond F_2(x, y) \equiv F_1(x, y)F_2(x, y) \quad (1.8-5)$$

两边取对数得

$$\log\{G(x, y)\} = \log\{F_1(x, y)\} + \log\{F_2(x, y)\} \quad (1.8-6)$$

式中 $F_1(x, y)$ 和 $F_2(x, y)$ 的对数是相加的,因而这些象场可作线性处理,随后指数运算使输出变回到原来的信号空间。标量乘积运算时为

$$G(x, y) = k: F(x, y) \equiv [F(x, y)]^k \quad (1.8-7)$$

取对数得

$$\log\{G(x, y)\} = k \log\{F(x, y)\} \quad (1.8-8)$$

同态滤波在图象复原中的应用在第 15 章中讨论。

1.9. 连续图象的随机表征¹⁾

将图象考虑为随机过程的样本常常是适宜的。对于连续图象,可以认为图象函数 $F(x, y, t)$ 是一种空变量为 (x, y) 、时变量为 (t) 的三维连续随机过程。

随机过程 $F(x, y, t)$ 可以由它的联合概率密度完全地表示出来。对于所有样本点

1) 这里对图象统计特征的表达,采用概率论、随机变量和随机过程中惯用的形式。基本参考书见参考文献 [2, 6, 7]。这里主要目的在于引入符号和推演随机图象模型。