

高等学校教材

结构力学 解题指导及习题集

西安冶金建筑学院 华南工学院 河海大学

北京工业大学 西南交通大学 合编

钟 朋 主编

高等教育出版社

高等学校教材

结构力学 解题指导及习题集

西安冶金建筑学院 华南工学院 河海大学

北京工业大学 西南交通大学 合编

钟 朋 主编

高等教育出版社

本书为第二版，是参照1980年5月审订的《结构力学教学大纲（草案）》修订的。

全书内容包括：平面体系的机动分析，多跨静定梁和静定刚架，三铰拱和三铰刚架，静定桁架，静定结构的影响线，虚功原理和结构位移计算，力法，连续梁和交叉梁系，无铰拱，位移法，渐近法，矩阵位移法，结构的极限荷载，结构的稳定计算，结构的动力计算，计算绘图作业。每一章均有理论提要、例题、习题和部分习题答案。

本书内容较丰富，选有52个例题、780个习题和6个计算绘图作业。

本书可作为高等工业学校土建、水利、道桥等专业本科生、函授生及专科生结构力学课程的辅助教材，也可供有关专业师生及工程技术人员参考。

对本书中习题，未经本社同意任何
单位不得以任何形式出版解答。

高等学校教材

结构力学解题指导及习题集

西安冶金建筑学院 华南工学院 河海大学

北京工业大学 西南交通大学 合编

钟 朋 主编

*

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

金城印刷厂印装

*

开本 $850 \times 1168 \frac{1}{2}$ 印张16.875 字数408000

1965年2月第1版 1987年9月第2版

1987年9月第1次印刷

印数 00 001—8 170

书号 15010·0816

定价 3.00元

第二版序

本书为第二版，是在西安冶金建筑学院、华南工学院、河海大学（原华东水利学院）合编、钟朋主编的《结构力学习题集》1965年第一版的基础上重新编写的。参加单位有西安冶金建筑学院、华南工学院、河海大学、北京工业大学、西南交通大学。第二版内容加强了解题指导部分，书名改为《结构力学解题指导及习题集》。

与第一版相比，本版有下列主要变动：

1. 第一版是按1962年5月审订的高等工业学校工业与民用建筑专业及河川枢纽与水电站建筑等专业用的两种《结构力学教学大纲（试行草案）》编写的。本版则是参照1980年5月审订的《结构力学教学大纲（草案）》编写的。为了照顾土建、水利、道桥三类专业的需要，在内容上进行了更新和扩充。

2. 将第一版中的“计算公式”部分，改为本版中的“理论提要”。

3. 习题大部分已改换，所选择的题目尽量不与已出版教材中的习题重复。共有例题52个、习题780个及计算绘图作业6个。

4. 增选了一部分较难的题目。较难、较繁或超大纲题目，题号后附有星号。

5. 增加了矩阵位移法一章，编选了一些适合使用计算机的习题，以便读者上机练习。

本版全部习题均经过计算和校核，大部分习题附有答案。

参加本书编写工作的有西安冶金建筑学院钟朋、王荫长、刘

铮(第六、十三、十四、十五章); 华南工学院何逢康、黄志荣、陈森坤、梁月薇、朱耀铿、潘光明(第七、十、十一章); 河海大学杨仲侯、章青、王德信、张宗尧、胡维俊、孙文俊(第一、二、三、四章); 北京工业大学赵超燮、陶振宗(第十二章); 西南交通大学唐昌荣、区锐容(第五、八、九章)。参加本书习题计算及校核的有西安冶金建筑学院吴敏哲、杨其伟、李青宁、林俐、惠宽堂、李会民、赵桂萍、牛荻涛; 北京工业大学陈长安; 西南交通大学方凤全、彭俊生、刘蓉华、江富长、李琳、徐高峰、刘召。

本书由西安冶金建筑学院钟朋教授主编, 王荫长、刘铮教授协助。

全书由天津大学结构力学教研室和大连工学院工程力学教研室初审、天津大学杨天祥教授复审。参加审阅的同志对本书提出了许多很好的意见, 对提高本书的质量, 有很大帮助, 特此致谢。

诚恳地希望使用本书的同志们, 提出宝贵意见, 以便今后进一步提高。

编 者

1987年1月

第一版序

本习题集基本上是根据1962年5月审订的高等工业学校本科(五年制)工业与民用建筑专业适用的《结构力学教学大纲(试行草案)》及河川枢纽与水电站建筑等专业适用的《结构力学教学大纲(试行草案)》编写的,可作为这些专业的结构力学课程的教学用书。

本习题集共有十五章,除某些章外,各章一般包括:计算公式、例题、习题和部分习题答案四个部分。全书共有例题26个,习题426个,另附计算绘图作业题目7个。

对较难或较繁的习题,在题号后均标有星号“*”。个别较难题目,附有提示。

各章所附的计算公式主要是一些实用公式,以供学生作习题时查用。至于那些需要学生牢固掌握的有关物理概念的公式,如力法及位移法典型方程等,则没有收入。

各章编入了一定数量的典型或综合性例题,解题过程中注意了对问题的分析,以便引导学生全面地注意解题的思路、方法和步骤。

在各章习题中一部分附有答案,便于学生自己据以校核;另一部分未给答案,以便培养学生独立计算能力。

编写本习题集时,参考了西安冶金建筑学院、华南工学院、华东水利学院、清华大学、天津大学、同济大学、重庆建筑工程学院、武汉水利电力学院和南京工学院等校的结构力学习题集原稿。这些兄弟院校的有关教研组在教学中的宝贵经验,给本

目 录

第一章	平面体系的机动分析	1
一、	理论提要	1
二、	例题	3
三、	习题	8
四、	部分习题答案	14
第二章	多跨静定梁和静定刚架	16
一、	理论提要	16
二、	例题	20
三、	习题	28
四、	部分习题答案	42
第三章	三铰拱和三铰刚架	48
一、	理论提要	48
二、	例题	51
三、	习题	60
四、	部分习题答案	68
第四章	静定桁架	71
一、	理论提要	71
二、	例题	74
三、	习题	82
四、	部分习题答案	92
第五章	静定结构的影响线	95
一、	理论提要	95
二、	例题	99
三、	习题	114
四、	部分习题答案	131

第六章	虚功原理和结构位移计算	139
一、	理论提要	139
二、	例题	143
三、	习题	157
四、	部分习题答案	175
第七章	力法	182
一、	理论提要	182
二、	例题	187
三、	习题	200
四、	部分习题答案	213
第八章	连续梁和交叉梁系	225
一、	理论提要	225
二、	例题	230
三、	习题	242
四、	部分习题答案	254
第九章	无铰拱	257
一、	理论提要	257
二、	例题	260
三、	习题	277
四、	部分习题答案	285
第十章	位移法	288
一、	理论提要	288
二、	例题	293
三、	习题	314
四、	部分习题答案	327
第十一章	渐近法	332
一、	理论提要	332
二、	例题	337
三、	习题	350

四、	部分习题答案	362
第十二章	矩阵位移法	368
一、	理论提要	368
二、	例题	374
三、	习题	396
四、	部分习题答案	418
第十三章	结构的极限荷载	424
一、	理论提要	424
二、	例题	426
三、	习题	434
四、	部分习题答案	442
第十四章	结构的稳定计算	446
一、	理论提要	446
二、	例题	450
三、	习题	465
四、	部分习题答案	474
第十五章	结构的动力计算	477
一、	理论提要	477
二、	例题	482
三、	习题	500
四、	部分习题答案	512
	计算绘图作业	519
(一)	多跨静定梁的计算	519
(二)	静定平面桁架的计算	520
(三)	连续梁的计算	523
(四)	无铰拱的计算	524
(五)	用矩阵位移法计算刚架	526
(六)	结构的动力计算	528

第一章 平面体系的机动分析

一、理论提要

(一) 平面体系的自由度

1. 平面体系自由度 W 的一般计算公式为

$$W = 3m - 2h - r \quad (1-1)$$

式中 m ——刚片（指内部无多余约束的平面刚体）数；

h ——体系内部各刚片间的单铰数（复铰应折算成相当数目的单铰）；

r ——支座链杆数。

2. 平面铰接杆系自由度的计算公式为

$$W = 2j - b - r \quad (1-2)$$

式中 j ——体系的铰结点数；

b ——体系内部的链杆数；

r ——支座链杆数。

3. 平面体系和平面铰接杆系可变量度(V)的计算公式分别为

$$V = 3m - 2h - 3 \quad (1-3)$$

$$V = 2j - b - 3 \quad (1-4)$$

4. 平面体系几何不变的必要条件是

$$W \leq 0$$

$\{W\} \rightarrow W \leq 0$

体系内部几何不变的必要条件是

$$V \leq 0$$

(二) 平面体系的基本组成法则

对于 $W \leq 0$ 的体系，还须检查几何不变的充分条件。体系几何不变的充分条件是几何不变体系的合理组成规则。

几何不变的平面体系的几种简单组成规则如下。

1. 两刚片法则 两刚片用不相交于同一点又不完全平行的三根链杆连接而成的体系,是内部几何不变且无多余约束的体系。如果连接两刚片的三根链杆交于一点(三根完全平行的链杆可看作交于无穷远点),则为瞬变体系。

本法则也可表示为:两刚片用一个铰和不通过该铰的一根链杆相连接,组成无多余约束的几何不变体系。

2. 三刚片法则 三刚片两两之间用两根链杆(或一个单铰)相连接,而这六根链杆所形成的三个单铰(或虚铰)又不是一条直线上,则此体系是内部几何不变且无多余约束的体系。三个单铰共线的体系,为瞬变体系。

3. 二元体法则 一个刚片与一个点用两根链杆相连接,此两根链杆不在一直线上,则此体系是内部几何不变且无多余约束的体系。所谓二元体是指由两根不在同一直线上的链杆连接一个新结点的装置。在一个体系上增加或去掉二元体,不改变体系的几何不变性或可变性。

对平面体系作组成分析时,关键在于选择哪些部分作为刚片,哪些部分作为约束。原则是:任何一个仅用两个铰结点与其他部分相连的几何不变部分,根据分析需要,可将此部分选作为刚片,也可将此部分连同两个铰选作为链杆;而任何一个用两个以上的铰与其他部分相连的几何不变部分(包括地基)则必须选作为刚片。

还须注意,有些体系并不是按这里所述基本法则组成的。对这类体系的组成可采用其他方法分析,例如零载法等,见例 1-5。

(三) 平面体系的类型

体系可以分为以下几类:

体系 $\left\{ \begin{array}{l} \text{几何不变} \left\{ \begin{array}{l} \text{无多余约束——静定结构} \\ \text{有多余约束——超静定结构} \end{array} \right. \\ \text{几何可变 (包括几何瞬变)} \end{array} \right.$

二、例 题

例 1-1 对图 1-1a 所示体系进行机动分析。

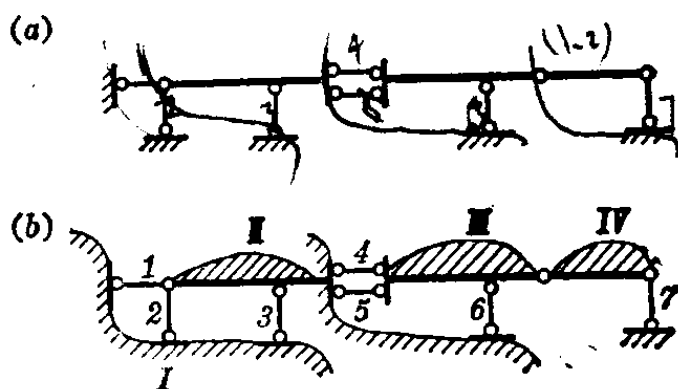


图 1-1

解 1. 计算自由度

因为体系是具有支座的 (图 1-1b), 故用公式 (1-1) 计算自由度。这里 $m=3$, $h=2$ (其中链杆 4 与 5 组成一个在无穷远处相交的虚铰), $r=5$, 故 $W=3m-2h-r=3\times 3-2\times 2-5=0$ 体系满足几何不变的必要条件。

2. 几何组成分析

进行组成分析时, 首先分析体系中有否明显的几何不变部分, 在图 1-1b 中, 如取地基 I 与杆 II 为两刚片, 它们之间用不交于一点又不完全平行的三根链杆 1, 2, 3 相连接, 满足两刚片法则, 是几何不变的部分。其次, 将此部分 (包括地基) 当作一刚片, 它与刚片 III 又是用不交于一点又不完全平行的三链杆 4, 5, 6 相连, 这符合两刚片法则, 是几何不变的。最后, 将 I、II、III 作为一刚片, 它与刚片 IV 用铰 A 和不通过铰 A 的链杆 7 相连接, 符

合两刚片法则，故为几何不变的。

3. 结论

该体系是几何不变又无多余约束的体系。

例 1-2 对图 1-2a 所示体系进行机动分析。

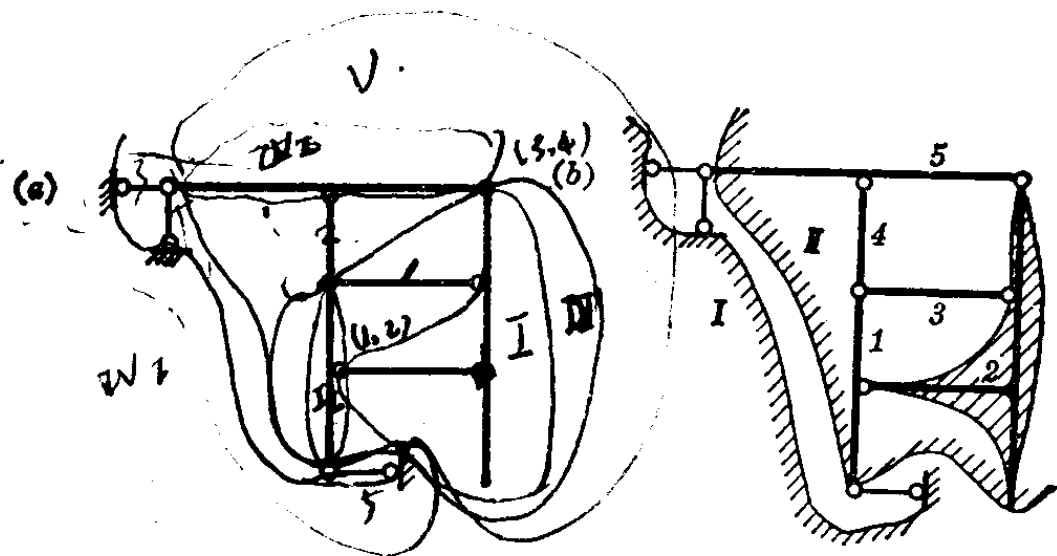


图 1-2

解 1. 计算自由度

此体系的 $m=5$, $h=6$, $r=3$, 故

$$W = 3m - 2h - r = 3 \times 5 - 2 \times 6 - 3 = 0$$

体系满足几何不变的必要条件。

2. 几何组成分析

此体系有三根支座链杆，可先分析体系内部。组成分析见图 1-2b。首先将杆 1, 2, 3 视为刚片，它们两两之间用单铰相联结，此三铰又不共线，所以组成内部几何不变又无多余约束的体系。再将该部分视作一刚片，它与刚片 4, 5 又组成几何不变且无多余约束的体系。最后将它们（杆 1 至杆 5）合起来当作刚片 I，将地基当作刚片 II，由于它们之间用不交于一点也不完全平行的三根链杆相连，故满足两刚片法则。

3. 结论

该体系是几何不变又无多余约束的体系。

1. 结构
 2. 有几根杆
 3. 如何分析

例1-3 对图 1-3a 所示体系进行机动分析。

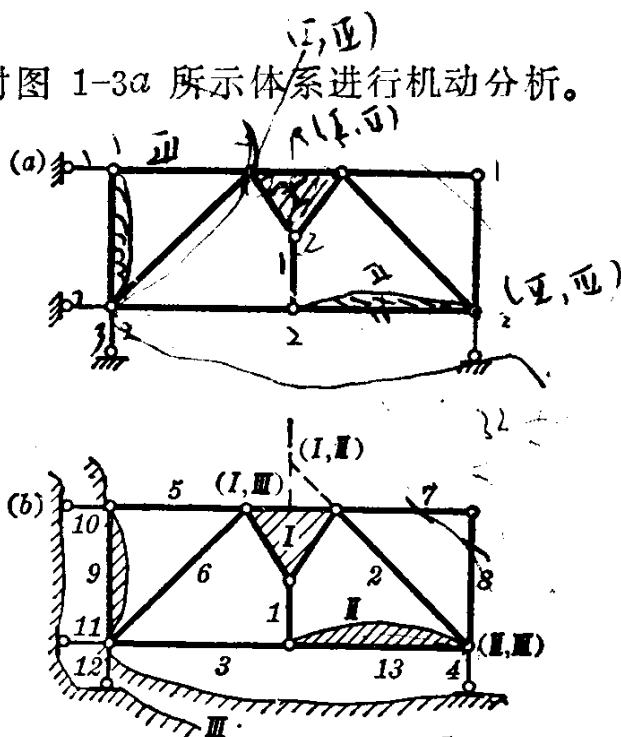


图 1-3

解 1. 计算自由度

用公式 (1-2), $j = 8$, $b = 12$, $r = 4$, 故

$$W = 2j - b - r = 2 \times 8 - 12 - 4 = 0$$

体系满足几何不变的必要条件。

2. 几何组成分析

此体系 $r = 4 > 3$, 应将地基与体系一起分析。在分析组成时, 如取图 1-3b 所示三角形 I、2-7-8, 5-6-9 各作为一个刚片, 加上地基, 共有四个刚片, 将不便根据基本组成法则判断是否为几何不变体系。正确的组成分析方案是: 因增减一个二元体不改变体系的几何不变性, 故可将杆 7 与杆 8 组成的二元体去掉。再选中部三角形作刚片 I, 杆 13 作刚片 II, 而杆 9 与地基间由不共点的三链杆 10, 11, 12 相连, 满足两刚片法则, 可把它们合起来视作刚片 III。现在考察刚片 I、II、III。由于它们分别由链杆 1 与 2, 3 与 4, 5 与 6 两两相连, 而三对链杆形成的三个铰 (I, II)、(II, III) 及 (I, III) 不共线, 故满足三刚片法则。

3. 结论

该体系为几何不变且无多余约束的体系。

例 1-4 对图 1-4a 所示体系进行机动分析。

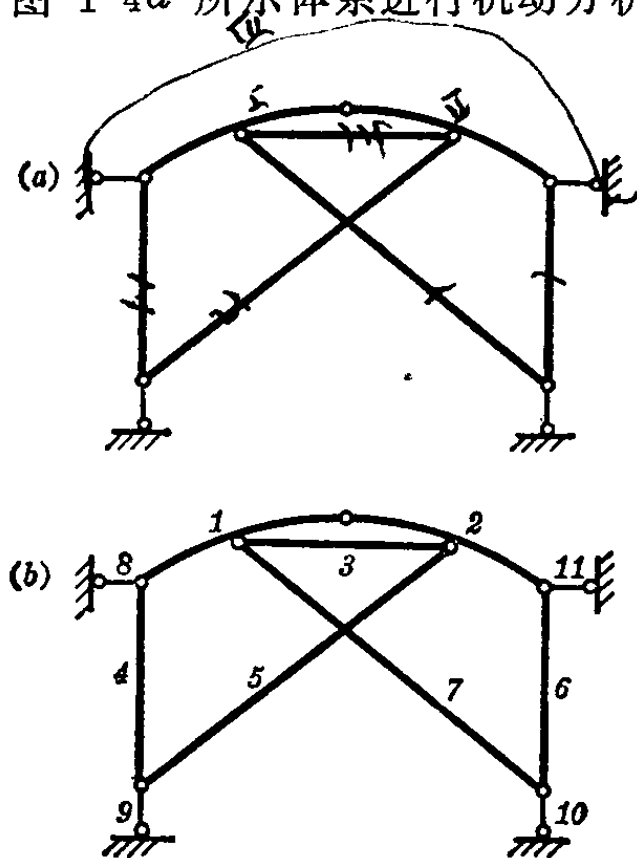


图1-4

解 1. 计算自由度

该体系 $m=7$, $h=9$, $r=4$, 故

$$W = 3m - 2h - r = 3 \times 7 - 2 \times 9 - 4 = -1$$

体系满足几何不变的必要条件。

2. 几何组成分析

组成分析见图1-4b。杆1, 2, 3由三铰联结满足三刚片法则。在该部分上添加两个二元体, 即杆4与5及杆6与7, 可见杆1至杆7组成内部几何不变且无多余约束的体系。将它视作一个刚片, 由链杆8, 9, 10与地基相连, 符合两刚片法则。显然, 杆11是多余的。也可以改用杆9, 10, 11与地基相连, 则杆8是多余的。但是不可以认为9与10两杆中任一杆是多余的, 因为它们是维持该体系几何

不变的绝对必要约束。

3. 结论

该体系是具有一个多余约束的几何不变体系。

例1-5 对图 1-5a 所示体系进行机动分析。

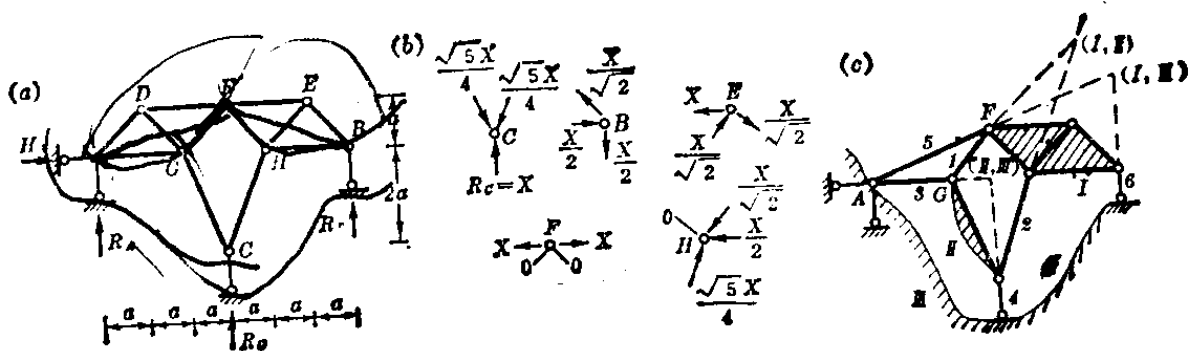


图 1-5

解 1. 计算自由度

该体系 $j=8, b=12, r=4$, 故

$$W = 2j - b - r = 2 \times 8 - 12 - 4 = 0$$

体系满足几何不变的必要条件。

2. 几何组成分析

该体系不能直接应用基本组成法则分析其几何组成（读者可自行验证）。这类体系的几何不变性需要用别的方法来分析。本题采用两种不同方法进行分析。

~~(1) 零载法~~ 该方法的依据是：一个自由度为零的体系，在无荷载（零载）作用时，由平衡条件确定的反力及内力，若只有零解，则体系为几何不变的；若有非零解，则为几何可变（包括瞬变）的。

首先假设零载时支座反力 $R_C = X$ ，由整体平衡条件算得 R_B

$= -\frac{X}{2}$, $R_A = -\frac{X}{2}$, $H_A = 0$ 。再由结点 C、B、E、F 的平衡算出各杆内力, 如图 1-5b 所示。最后由结点 H 的平衡条件

$$\sum X = 0 \quad \frac{\sqrt{5}}{4}X \times \frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{X}{2} - \frac{X}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{3}{4}X = 0$$

$$\sum Y = 0 \quad \frac{\sqrt{5}}{4}X \times \frac{2}{\sqrt{5}} - \frac{X}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{X}{2} - \frac{X}{2} = 0$$

可知, 若要满足所有平衡方程, 只有 $X = 0$ 才行, 从而体系各杆内力及支座反力全都为零 (体系左半部与右半部对称)。因此, 该体系为几何不变且无多余约束的体系。

(2) 等效变换法 一个体系内部无多余约束的几何不变部分, 用另一个无多余约束的几何不变部分替换并保持它与体系其余部分的连接不变, 则这种替换在几何组成上是等效的, 即不改变原体系的几何组成性质。据此, 首先将体系内部 $ADFG$ 部分 (这是一个几何不变且无多余约束部分) 用链杆 1, 3, 5 组成的铰接三角形 (这也是一个几何不变且无多余约束部分) 替换 (如图 1-5c)。注意, 这种替换没有改变原来 $ADFG$ 部分与体系其他部分的连接。即原体系的 $ADFG$ 部分与代替的 AFG 部分都是由铰 A、F、G 与其他部分相连接的。这样的替换是几何组成的等效变换, 不影响原体系的几何可变性。对于变换后的体系可以用基本组成法则进行分析。如图 1-5c 所示, 取刚片 I, II, 它们分别由链杆 1 与 2, 3 与 4, 5 与 6 两两相连、且三对链杆形成的三个铰不共线, 所以符合三刚片法则。这样, 也证明该体系为几何不变且无多余约束的体系。

三、习 题

1-1~1-16 对图示体系作机动分析。