

现代逻辑启蒙

杨百顺 主编

中国青年出版社

现代逻辑启蒙

杨百顺 主编

*

中国青年出版社出版 发行
中国青年出版社印刷厂印刷 新华书店经销

●

350×1168 1/32 12.25 印张 238 千字

1989年2月北京第1版 1989年2月北京第1次印刷

印数1—4,000册 定价5.30元

前 言

现代逻辑自 1879 年弗雷格建立第一个狭谓词演算系统以来，日趋繁盛，特别是本世纪三十年代以来得到蓬勃发展，成为内容丰富、理论严密、基础雄厚且分支众多的科学体系。它越来越加形式化，与语言及其他学科的研究结合日益紧密，特别是与科学发现、现代科学技术，如计算机、人工智能、自动化系统等密切相连。它的研究领域、应用范围极为广泛，深深地影响着科学的面貌和进程。各行各业掌握它已显得日益迫切。为适应现代科学技术发展的形势，广大读者的需要，遵中国青年出版社嘱，编著了这本《现代逻辑启蒙》，以普及现代逻辑基础知识，为帮助广大读者步入现代逻辑之宫，掌握它、运用它、发展它打下基础。

本书是一本较为系统地论述现代逻辑各分支的著作，为照顾广大读者的要求，在科学性的前提下，行文力求深入浅出。由于现代逻辑内容广泛，又不断发展，因此对各分支未全论列，仅作为从现代逻辑百花园中采集的一束花奉献读者，恳请专家同好赐教。

本书各章执笔人如下：

金守臣：第一、二、三章；弓肇祥：第四、十章；陈银科：第

五、十三章；任晓明：第六章；朱水林：第七章；桂起权：第八、十六章；彭先图：第九章；陈波：第十一章；瞿麦生：第十二章；陈宗明：第十四章；孟自黄、吴宣文：第十五章；杨百顺：第十七、十九章；李先焜：第十八章；陈晓平：第二十章；邱国权：第二十一章；陈亚明：第二十二章；汪馥郁：第二十三、二十四章；汤军：第二十五章；李志刚：编制附录中的人名译名对照表、主要参考文献及常用逻辑符号表。本书由杨百顺主编。瞿麦生、陈曦在本书酝酿中起了积极作用。在制定本书计划中瞿麦生、汪馥郁、陈银科提供了宝贵意见。

1985年10月

目 录

第一章	命题演算.....	1
第二章	谓词逻辑.....	26
第三章	自然演绎系统.....	45
第四章	模态逻辑.....	59
第五章	多值逻辑.....	73
第六章	直觉主义逻辑.....	90
第七章	元逻辑.....	103
第八章	量子逻辑.....	115
第九章	模糊逻辑.....	130
第十章	道义逻辑.....	143
第十一章	优先逻辑.....	157
第十二章	时间逻辑.....	171
第十三章	祈使逻辑.....	186
第十四章	自然逻辑.....	200
第十五章	问题逻辑.....	214
第十六章	相信逻辑.....	230
第十七章	断定逻辑.....	242
第十八章	内涵逻辑.....	255
第十九章	相干逻辑.....	272

第二十章	现代归纳逻辑·····	283
第二十一章	逻辑与计算机·····	298
第二十二章	悖论研究·····	317
第二十三章	科学逻辑·····	329
第二十四章	辩证逻辑的现代进 展·····	343
第二十五章	现代西方主要哲学 流派的逻辑思想··	356
附 录:		
	主要参考文献·····	371
	外国人名译名对照·····	375
	常用逻辑符号表·····	382

第一章

命题演算

逻辑演算是现代形式逻辑的主要分支,它以命题演算、谓词演算为主要组成部分,近年又形成自然演绎系统,也是逻辑演算的一种,本文仅将命题演算最基本的内容介绍如下:

命题逻辑的基本特征

我们知道,由于古典逻辑局限于以 A、E、I、O 四种基本命题形式为前提和结论的推理,远不能分析、验证所有的推理问题,因此,我们还必须进一步探究内容更为充实的推理理论,为分析、验证各种推理提供更为充分的手段。除逻辑代数外,命题逻辑便是我们首当探究的课题。

命题逻辑所探究的是其前提与结论皆由未解析的命题所组成的演绎推理。命题逻辑的重要特征,即在于研究和考察逻辑形式时,把一个复合命题只分析到其中所包含的简单命题(原子命题)为止,而不再进而分析组成该简单命题的主项、谓项及量项等各种成分。事实表明,由命题逻辑这种分析的特点所显示出的一些颇为重要的逻辑形式,更别具重要意义。未解析的命题之间的形式结构及其逻辑规律与规则,构成命题逻辑的主要内容。例如,在假言推理中,设以 p 、 q 代表任

何未解析的简单命题,则有下列推理形式:

$$\begin{array}{ll} \text{如果 } p, \text{ 则 } q & p \rightarrow q \\ \hline \text{所以 } q & \therefore q \end{array}$$

这是一个有效的推理形式。而这一推理形式有效性之基础在于该复合命题的形式结构,而与其所由组成的简单命题的成分无关。因此,我们无需对 p 和 q 所代表的简单命题再做进一步的解析,该推理的有效性就已显示出来。

可见,命题逻辑的规律反映复合命题的逻辑特征,在这一意义上,命题逻辑实际上是关于复合命题(语句)的逻辑;然而,复合命题由“并非…”、“…并且…”、“…或者…”、“如果…则…”、“当且仅当”等命题联结词构成,它的特征,决定于构成该复合命题的联结词所反映的一定客观联系。因此,命题逻辑也可称为命题联结词的逻辑。

命题演算的基本概念

一 语句、命题与判断

语句是按既定规则所形成的具有一定含义的一组声音或笔画,是表达命题或判断的语言形态;而命题是具有真假属性的语句。语句属于语言范畴,而命题则属于思维范畴。同一命题可以由不同的语句表达,而同一语句也可表达不同的命题。同时,也并非任何语句都直接表达命题,只有直陈语句可直接表达命题,当然,疑问句、祈使句、感叹句有时亦可间接地表达命题,例如“难道月球上有人吗?”实际上是断定月球上并没有人。

至于判断,是对事物的状况有所断定的语句,是为断定者所主观断定了的命题。凡由语句表达而未被主观断定其真假的思想是命题;凡由语句表达且被主观断定其真假的思想则是判断。

二 命题形式,常项与变项

命题形式是表述命题的具体的思维形态,由常项和变项两种成分组成。

常项,即命题中具有固定含义的项,是在逻辑形式中保持不变并决定该逻辑形式之逻辑特性的部分。例如,“如果…则…”、“…并且…”、“…或者…”等常项,它们并不反映具体的一类事物,而只反映某种确定的、抽象的逻辑关系。

变项,即命题中代表空位“……”而没有固定含义的项,它并不反映某一个或某一类具体确定的事物,而是代表某一特定事物中的任意一个;变项是在命题中可用不同的具体概念或判断来代换的特定部分。

如果一个变项代表某一类事物中的任意一个,那么该类就是该变项的变域或变程。

变项在人类思维中,特别是在数学与现代逻辑中,在借以表示一定的形式结构与关系的普遍性和规律性方面,起着极为重要的作用。例如, $X + Y = Y + X$,这一由变项“X”和“Y”所联结成的命题形式,既反映着数学中实数的加法交换律,又反映着形式逻辑中逻辑和的交换律。

三 简单命题与复合命题

只由一个主项和一个谓项构成,而只表述一种单一内容的命题,称为简单命题(原子命题),如“所有的社会主义者都是爱国主义者”;而借逻辑联结词由简单命题构成的命题称为

复合命题(分子命题),例如“如果张三是社会主义者,则张三必定是爱国主义者。”构成复合命题的简单命题亦可称为复合命题的支命题。

四 逻辑联结词(项)

逻辑联结词是按照既定规则连接几个简单命题而构成复合命题的项。一定的逻辑联结词反映所借以连接的各支命题之间的关系。

在命题演算中,虽然我们对命题不再进行分解,但却可借逻辑联结词从已知命题建构新的命题。而在命题演算中,通常所讨论的逻辑联结词,有以下五种:

1. 否定联结词,“并非”,符示为: $\neg$ 。该类命题的形式是“并非 p ”,或“ $\neg p$ ”,称为命题 p 之否定式。具有“并非 p ”形式的命题是对命题 p 之否定,为负命题,其含义是“ p 不真”,或“ p 假”。借这种否定联结词我们可由命题 p 构成“非 p ”。

2. 合取联结词,“并且”、“和”,符示为: $\wedge$ 。该类命题的形式是“ p 并且 q ”,或“ $p \wedge q$ ”,称为命题 p 与 q 的合取式。其含义为“ p 与 q 二者皆真”,反映几个事物情况同时并存。而且只有支命题 p, q 二者皆真时,该合取式才为真。

3. 析取联结词,“或者”,符示为: $\vee$ 。该类命题形式是“ p 或者 q ”,或“ $p \vee q$ ”,称为命题 p 与 q 的析取式(相容性或可兼性析取)。其含义为“至少 p, q 二者之一为真”,仅当 p, q 二者皆假时,该析取式才假。

4. 蕴涵联结词,“如果…则”,符示为: $\rightarrow$ 。该类命题形式是“如果 p 则 q ”,“ p 蕴涵 q ”,或“ $p \rightarrow q$ ”,称为命题 p 对 q 的蕴涵式。其含义是“ p 实质地蕴涵 q ”,是充分条件假言命题,当 p 真时则 q 不假,仅当 p 真而 q 假时,该蕴涵式才为假。

5. 等值联结词,“等值于”,“等价于”符示为; $\leftrightarrow$ 。该类命题形式是“p 等值于 q”,称为命题 p 与 q 的等值式。其含义为命题 p 与 q 相互蕴涵,同真同假,仅当 p 与 q 相互蕴涵时该等值式才为真。

五 真值联结词

反映复合命题与其支命题之间真假关系的联结词称为真值联结词。一般说来,在前述的五个逻辑联结词中除了蕴涵联结词,其余的也同时为真值联结词;至于之所以不把蕴涵联结词作为真值联结词,其原因在于,在日常实践中,我们决非仅依据 p, q 的真假,而确定“ $p \rightarrow q$ ”的真假,实际上,我们还依据“如果 p 则 q”这一复合命题所表示的 p 与 q 二者之间某种意义上的关联。当然,应当指出,在命题演算中,我们只应处置命题间的真假关系而不涉及命题的内容与意义;因此,通常我们以最接近于这种蕴涵关系的实质蕴涵来表示这种真值关系,其意义为“非 p 或 q”,即只要前件 p 假或后件 q 真,则“ $p \rightarrow q$ ”便真,而不论其有无意义上的关联。

根据上述,设“T”表示命题为真,“F”表示命题为假,则前述五种逻辑联结词以真假值列表定义如下:

p	$\neg q$	p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
T	F	T	T	T	T	T	T
F	T	T	F	F	T	F	F
		F	T	F	T	T	F
		F	F	F	F	T	T

复合命题的形式与真假

一 复合命题形式

复合命题的形式，一般即复合命题的真值形式。而真值形式则是与复合命题相当的由真值联结词所构成的形式结构，也就是由真值联结词所构成的复合命题的形式结构，是对复合命题与其支命题间真假关系的概括，因此，由前述五个真值联结词所形成的五个真值形式，即否定式 $\neg p$ ，合取式 $p \wedge q$ ，析取式 $p \vee q$ ，蕴涵式 $p \rightarrow q$ ，及等值式 $p \leftrightarrow q$ 也同是复合命题的最基本最简单的形式。

命题是人们对客观事物或对象的断定，其真假归根结底取决于是否如实地反映了客观事物；复合命题的真假自然也同样如此。然而，因为复合命题是由其支命题（简单命题）组成的，因此，有时其支命题的真假情况也可直接或间接地决定该复合命题的真假。如对于一个具有“ $p \wedge q$ ”形式的合取复合命题，只有当其两个支命题 p 与 q 二者皆真时，整个复合命题“ $p \wedge q$ ”才为真；而当其两个支命题之一为假，或两者皆假时，则“ $p \wedge q$ ”为假。

然而，在实际上，我们也不都只依据支命题的真假论断复合命题的真假。例如“月球是地球的卫星并且北京是中国的首都”，虽然该复合命题的两个支命题二者皆真，但整个复合命题却没有实际意义，因为该两个支命题分属不同的论述范围，且又无一定的内在关联。因此在日常实践中，一个复合命题之真除对其支命题真假的相应的要求之外，也要求各支命题之间有一定的意义的关联。当然更应强调指出，如仅

就形式而论,上述合取命题“ $p \wedge q$ ”之真假唯由其支命题 p 与 q 之真假情况而定。

真 值 函 项

一 真 值

真值是命题的值,即命题的真值与假值。在现代形式逻辑的二值逻辑系统中,依据排中律,任一命题其值非真即假。现代形式逻辑舍弃命题所论断的客观具体内容,而仅抽象出命题的真假关系来研究命题之间的形式结构。

二 真值函项

函项是现代形式逻辑的基本概念之一,是数学中函数这一基本概念在逻辑领域中的推广和运用。在数学中,如果一个代数式中的变元(或诸变元)取一定的值,而该代数式之值可据此单一地确定,则该代数式就称为该变元的函数。如用 x 表示自变量, y 表示因变量, f 表示函数关系,则该函数关系式可以用公式表述为: $y = f(x)$ 。

作为数学中函数关系在逻辑领域中的推广和应用,函数称为函项,变量称为变项。但变项所取的值却并非是数值,而是真值或假值。正如一个简单的数学函数值乃取决于出现在该函数中自变量所取之值,同样在逻辑中,命题之每一组合或其否定所取的值也只决定于诸支命题所取值之真或假。因此,对于一个函数,如果其自变元所取之值为“真”,而该函数本身也由之取值为“真”,则该函数称为真值函项。

根据上述命题演算中经常运用的真值函项即前述的五个复合命题的真值形式。虽然真值形式的数目无穷,但在变项

的数目给定之后,真值函项的种类却是有限的,真值形式虽可不同,但它们所表示的真值函项却可相同,例如“ $p \leftrightarrow q$ ”与“ $(p \rightarrow q) \wedge (\neg p \rightarrow \neg q)$ ”的函项值等同。

至于真值函项的数目多少,这取决于该函项中所含变项的多少,即取决于变项所代表的支命题数目的多少。在二值逻辑系统中,由 p 、 q 两个支命题所构成的真值函项,其可能有的真、假情况有四种,即: p 、 q 都真, p 真而 q 假, p 假而 q 真及 p 、 q 皆假。

由两个支命题可能组合的真假情况为 $2 \times 2 = 4$; 而三个命题可能组合的真假情况当为 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (如右表所示); 一般说来, n 个命题可能组合的情况为 $2 \times 2 \times 2 \times \cdots \times 2 = 2^n$ 。

p	q	r
T	T	T
T	T	F
T	F	T
T	F	F
F	T	T
F	T	F
F	F	T
F	F	F

三 真值蕴涵

相当于假言命题中前件与后件之间内在关联的真值函项,称作真值蕴涵。

假言命题的基本涵义是:前件是后件的充分条件,也就是说前件真则后件必真,或者说前件真则后件不可能假;反之,如果前件真而后件假,则该假言命题必定为假。同时,如在“如果 p 则 q ”这一命题中, p 是 q 的充分条件,而 p 却不一定是 q 的必要条件,因此,当前件假而后件真,或前件和后件都假时,该假言命题仍可为真。例如:“如果地球会飞,则地球存在”(前件假而后件真);“如果地球有翅,则地球会飞”(前后件皆假),而这样的假言命题为真。

由此可见,当我们从真假关系中考察假言命题时,除了前

件真而后件假的情况外，其它情况的假言命题皆可为真。正如下表所示：

自变项		真值函项
p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

因为“ $p \rightarrow q$ ”这一真值函项相当于假言命题的真值函项，因此，亦称真值蕴涵。

真值蕴涵也叫实质蕴涵。它只是以命题的真假为实质，从真假这个角度描述了“如果…则”这一假言命题的前件与后件之间的逻辑联系，而与我们日常语言中的“如果…则”的含义并不完全一致，二者的主要区别在于：日常语言的“如果…则”往往要求前件与后件有更多的意义或事实方面的联系，而实质蕴涵却并不如此要求，而仅着眼于前后件之间在真假方面的逻辑关系。例如，在日常实践中，人们不习惯于接受“如果 $2+2=4$ ，则东京是日本的首都”这样的假言命题，尽管它的前后件都真，但人们却乐于接受“假如语言能够生产物质资料，那么夸夸其谈的人就会成为世界上最富的人了”这样的假言命题，虽则它的前后件都假。因为人们认为，虽然它的前件与后件都不可能实现，但两者之间有着条件联系。然而，在日常实践中，人们又不习惯于接受“如果 $2+2=5$ ，则东京不是日本首都”这一如同上例一样前后件都假的有效推理。

同时，实质蕴涵是对于形式蕴涵而言，实质蕴涵是一种更

为普遍抽象的蕴涵关系，是一种仅以未解析的命题的真假为实质而加以确定的蕴涵关系，而并不涉及命题的形式结构与含义，未解析的命题“ p 蕴涵 q ”只排除 p 真而 q 假这一实况；而形式蕴涵却是由已解析的在意义方面具有一定关联的命题所显示的形式结构而形成的蕴涵关系。例如命题“ x 是人”蕴涵着命题“ x 有死”，这一形式蕴涵由下述在意义方面具有一定关联的命题所显示的形式结构而加以确定：“凡人皆有死， x 是人，因此 x 有死”。再如，命题“张三感冒”与“张三发烧”之间只是实质蕴涵关系，而在命题“凡感冒者皆发烧”与“张三感冒发烧”之间却有形式蕴涵关系。

形式蕴涵关系极其重要，它构成形式逻辑演绎推理的基础。

真 值 表

一 真值表

在现代形式逻辑中，通常用图表的方法判定命题函项的真假情况。

真值表是由判定真假值所构成的图表。借真值表可判别真值形式的多种重要性质。所有基本的真值形式都可借真值表加以说明当其中变项的真值确定之后，该真值形式的真假。其实，命题逻辑中的许多重要问题实际上就是计算各种复杂真值形式的真假问题。例如，在日常实践中，我们以命题“非 p 或 q ”来定义“如果 p 则 q ”这一蕴涵关系，而与之相应的真值形式则分别为“ $\neg p \vee q$ ”与“ $p \rightarrow q$ ”。实际上，对于这两个命题之等值通用，我们完全可借分别填出其相应的真值表，计算

出其相应的真值形式的真值而予以证明。

二 真值表的构成

构成真值表的方法和有关真值形式的结构密切相关。而真值形式则是由命题变项和前述五个真值联结词经过有限次的各种组合、联结，由简单而复杂逐步构成的。一般来说，构成一定真值形式的真值表包括以下三个步骤：

1. 首先，列出已知真值形式中的所有变项，并且列举出各变项的各种取值组合，即各种真假情况的组合。例如，已知真值形式 $(p \rightarrow q)$ ，其中变项为 p 与 q ，而 p, q 真值组合情况如下（设以“T”、“F”分别表示“真”与“假”），

p	q
T	T
T	F
F	T
F	F

2. 根据真值形式的构成过程，由简而繁地列举出已知真值形式的各个组成部分，并于最后列举出该真值形式本身，例如：

①		②		③
p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \rightarrow q$
T	T			
T	F			
F	T			
F	F			

3. 再根据前述五个基本真值形式的真值表计算出每个