

模糊数学及其运用丛书

模糊信息处理的数学基础

Mathematical Fundamentals of
Fuzzy Information Processing

任 平 编著

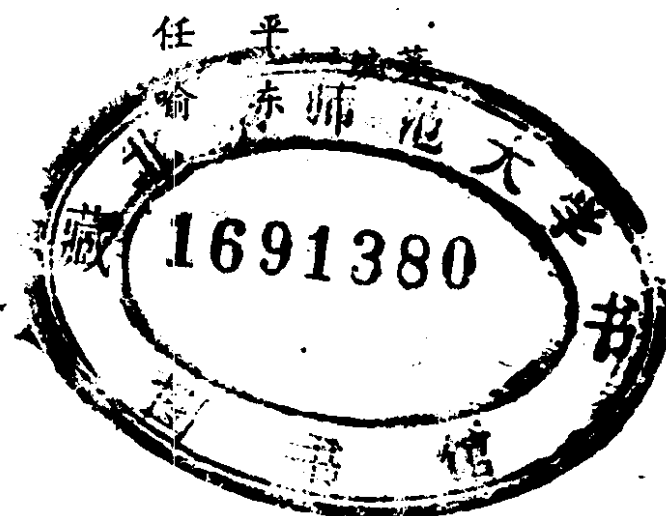
贵州科技出版社

模糊数学及其应用丛书

841108/17

模糊信息处理的数学基础

国家自然科学基金资助项目
国务院侨办重点学科科研基金



贵州科技出版社

黔新登(90)03号

模糊信息处理的数学基础

任平 喻东 编著

贵州科技出版社出版发行

(贵阳市中华北路 289 号 邮政编码 550001)

贵阳云岩科技书刊印刷厂印刷 贵州省新华书店经销

787×1092 毫米 32 开本 6.375 印张 138 千字

1995 年 5 月第 1 版 1995 年 5 月第 1 次印刷

印数 1—2000

ISBN7—80584—415—1/O. 018 定价:9.50 元

《模糊数学及其应用丛书》

资 助 单 位

贵州科技出版社

海南省粮油贸易公司

北京爱普亚太电子有限公司

中国人民解放军国防科技大学

贵州师范大学

中外合资贵州永兴电子仪表公司

贵阳永光五金站 吴石川

西南交通大学智能控制开发中心

《模糊数学及其应用丛书》

编辑委员会

主 编

- 刘应明 (国务院学位评审员, 国家级有突出贡献的科学家, 博士导师, 四川大学副校长, 国际模糊系统协会(IFSA)副主席)
- 汪培庄 (国家级有突出贡献的优秀专家, 博士导师, 北京师范大学教授, 新加坡大学客座教授, 国际模糊系统协会(IFSA)理事, IFSA 中国分会主席)
- 陈世权 (贵州省有突出贡献的优秀专家, 贵州师范大学软科学研究室主任, 研究员)

编 委 (按姓氏笔划为序)

- 王光远 (中国工程院院士; 国务院学位评审员, 黑龙江省一级劳动模范, 博士导师, 哈尔滨建筑工程学院工程理论研究所所长, 教授)
- 王国俊 (国家级有突出贡献的优秀专家, 博士导师, 陕西师范大学校长, 教授)
- 任 平 (暨南大学经济数学教研室主任, 教授, 日本神户大

学客座教授)

吴从炘 (航空航天部有突出贡献的优秀专家, 博士导师, 哈尔滨工业大学数学系主任, 教授)

吴望名 (上海师范大学数学系主任, 教授)

张文修 (西安交通大学研究生院副院长, 教授)

郭桂蓉 (博士导师, 中国人民解放军国防科技大学副校长兼研究生院院长, 教授)

前 言

自从美国扎德(L. A. Zadeh)教授于 1965 年建立模糊集合论以来,由于它在处理广泛存在的一种不确定性——模糊性方面的成功,它在处理复杂系统方面的简捷与有力,在某种程度上弥补了经典数学与统计数学的不足,越来越受到欢迎。在这种背景下,随着模糊工程的开发和应用,模糊技术产品的广泛利用,日本于 1990 年将本田(Honda)奖授予了扎德教授,以表彰这一新方法的成功。

20 多年来,这一新的数学方法从理论到应用,从软技术到硬技术,都有了很大的发展,得到了越来越多的人的关心和支持,他们迫切希望了解这一新方法的研究与进展。在贵州科技出版社等单位的大力支持下,国际模糊系统协会中国分会(China Chapter of IFSA)和全国模糊数学与模糊系统学会组织编辑了《模糊数学及其应用丛书》。

这套丛书选编了一批学术性较强、应用性较好的模糊数学及其应用的专著,这些专著基本上反映了当前国际和国内水平。这些专著都是执笔者多年研究的成果,反映于国际同行的动态,其中多数属国家自然科学基金资助项目和国家 863 高技术计划项目。

我们相信这套丛书的出版,将对国内外模糊数学及其应用的研究与发展起到很好的推动作用。

刘应明

1991. 9

内 容 提 要

本书以模糊信息处理问题为背景,简要地介绍了有关模糊集的基本理论,包括模糊集的概念、模糊映射和模糊关系、模糊逻辑、模糊概率以及不分明拓扑等。部分内容为国家自然科学基金重大项目《模糊信息处理与机器智能》的研究成果,其中关于隶属度含义的讨论、模糊运算的确定、重于关系在决策分析的意义、概率论方法与模糊集论方法的比较研究等,在国内外同类著作中都是不多见的。

由于本丛书的其它专著都假定了读者已经具备有关模糊集论的基础知识。因此,本书在整套丛书中居基础位置,但本身也有其独立阅读价值而可供大学本科生、研究生、工程师以及科学工作者等使用。

Mathematical Fundamentals of Fuzzy Information Processing

Abstract

On the background of fuzzy information processing, the fundamental theory of fuzzy sets and systems are discussed. It deals with familiar topics, such as the concept of fuzzy set, fuzzy mapping and relation, fuzzy logic, fuzzy topology, etc. Nevertheless, this book includes some new results which reflect the original work of the Project of Fuzzy Information Processing and Machine Intelligence supported by National Natural Science Foundation of China. Especially, the material about analysis of the implication of membership degree, the determination of operations between fuzzy sets, the application of coincidence relation on decision making analysis, and the comparative study of probability and fuzzy set theoretical approach are rarely seen in similar textbooks.

The present book can be regarded as the base of this series, because in the consequent books the authors assume that the readers have the necessary knowledge of fuzzy set theory. However, it has its independent value, and will be readable for graduate students, engineers and researchers.

编写说明

近年来,在信息处理的研究中,模糊集论方法受到越来越广泛的注意。信息论的奠基者 C. E. Shannon 曾经指出,信息的本质在于消除或减少不确定性。然而,过去把不确定性往往单纯看成随机性。事实上,随机性确实是最重要的一种不确定性,但不能把不确定性只理解为随机性。例如,气象预报中要预报旱、涝。今年是旱还是涝,在年初是不确定的。这种不确定性属随机性的范畴。可是,什么叫“旱”、什么叫“涝”,很难确切回答。或许我们可以用年降水量的多少来描述旱、涝这些概念。但是,不存在精密的标准以能判断年降水量小于某个值就是旱,大于某个值就不叫旱。暴雨成灾肯定是涝,几个月一点雨不下当然是旱。另一方面,有的年份雨量比正常年多些但还不算涝,有的年份雨量比正常年少些但还不算旱。旱和不旱或者涝,虽有本质区别,但界限是不分明的。这种不分明并不是反映事件出现可能性大小的问题,因此不属于随机性的范畴。我们称为模糊性。Shannon 的信息论实际上只讨论有关信息的传递。这时,起主要作用的是随机性,其工具则为概率论与数理统计。但是,如果涉及到对信息内容和意义的理解,随机性的影响并不明显,用概率方法去描述就有些牵强,而当这些信息是用人的自然语言表达时,模糊性的作用就更为基本。

人类在长期的生产和社会实践过程中逐步形成了以自然语言为载体的信息接收、贮存、加工、传递方式。语言必须力求用最小单位表达尽可能多的信息,否则将非常累赘。用同一个词表达各种不同的含意,从而大大节约语言单位,是自然语言

的一个重要特点。这就是说,词无须象某些精密概念所要求的那样界限分明,它在一定程度上的模糊性赋予知识体系以必不可少的灵活性。另一方面,语言的上下文限制又恰好能使它在一个特定的环境中只表示一种界限分明、意义清楚而非模糊的概念。人类这种独特的信息处理方式,高效而可靠,恰是近代电子计算机所欠缺。近代的电子计算机,运算速度快,精确性高,但对模糊性语句和信息的信息处理能力甚至不及一个婴儿。要求计算机在模糊信息处理的问题上有所突破,必须对模糊性概念、模糊逻辑和模糊推理进行深入的研究。

历史上,曾有不少学者从哲学或其他角度对模糊性进行过阐述。但是,明确提出模糊性的重要和积极意义,并建立了一种框架以处理这种不同于随机性的另一种类型的不确定性,则应归功于美国的控制论专家 L. A. Zadeh。他在 1965 年发表的一篇论文[34],非常简洁地推广了普通集合的概念,提出所谓模糊集,给出了模糊性的定量估计。1956 年,苏联著名数学家 А. Я. Хинчин 院士在评价 C. E. Shannon 关于数学信息论的工作时曾经指出,一篇论文的发表就使一门学科获得科学理论上的成熟性和分流性,这种现象在数学发展中是少见的。有趣的是,Zadeh 的上述论文,恰好也属这种情况。

目前,模糊集论的研究正沿着两条途径向前发展。第一个方面是关于模糊性内在规律的探讨,即模糊逻辑,或更一般地称为模糊信息处理的研究。另一则是把模糊集当作一个能概括更加多样数学概念的框架,建立处理模糊现象的确切性的数学理论。这两个方面的研究,虽有区别却存在着深刻的内在联系。它们的结合点,即模糊信息处理的数学基础构成了本书的讨论对象。因此,本书既可做为《模糊数学及其应用丛书》的

基础读物,也有其自身独立的参考价值。

本书在编写过程中,始终得到刘应明教授、李中夫教授、陈世权教授的鼓励和支持,谨此致谢。

任 平
喻 东

1993. 5

序

目 录

第一章 模糊集的概念和运算	(1)
第一节 从经典集到模糊集	(1)
第二节 模糊集的运算	(18)
第三节 隶属度含义的剖析	(26)
第四节 模糊集的数量指标	(34)
第五节 模糊集论中的邻属关系	(39)
第六节 L 型模糊集	(45)
第二章 模糊关系	(55)
第一节 模糊集的映射与扩展原理	(55)
第二节 模糊关系的合成	(60)
第三节 聚类分析	(70)
第四节 综合评判和模糊关系方程	(80)
第三章 模糊逻辑	(87)
第一节 预备知识	(87)
第二节 模糊逻辑的一般概念	(95)
第三节 语言变量与语言真值	(99)
第四节 近似推理	(107)
第五节 可能性理论	(113)
第四章 模糊概率	(125)
第一节 模糊概率空间	(125)
第二节 模糊决策分析	(129)
第三节 模糊事件的语言概率	(136)

第四节	模糊集方法和概率方法的比较研究·····	(142)
第五章	模糊拓扑空间·····	(149)
第一节	模糊拓扑空间的基本概念·····	(149)
第二节	连通性,分离性,紧性·····	(160)
第三节	$R(L)$ 与 $I(L)$ ·····	(166)
简短的结论	·····	(183)
参考文献	·····	(186)

第一章 模糊集的概念和运算

第一节 从经典集到模糊集

一、假定读者已经了解有关经典集合论的初步知识。

把所研究对象的全体称为论域,以 U 表示。此后,只在论域的范围讨论问题。 U 中的对象称为元素,通常以小写字母 $x, y, \dots$ 表示。 U 中部分元素组成的集合称为 U 的子集,通常以大写字母 $A, B, \dots$ 表示。 U 的全体子集构成一个集合族,称为 U 的幂集,以 $\mathcal{P}(U)$ 表示。 $\mathcal{P}(U)$ 有两个特殊的元素,即 U 的两个特殊的子集;空集 $\emptyset$ 和论域 U ,它们在集合论的研究中起重要作用,对 U 的任意两个子集 $A, B \in \mathcal{P}(U)$,分别以 $A \cup B, A \cap B, A'$ 表示 A 和 B 的并、交以及 A 的补集。集合的并、交、补运算满足

$$S1 \quad \text{等幂律} \quad A \cup A = A$$

$$A \cap A = A$$

$$S2 \quad \text{交换律} \quad A \cup B = B \cup A$$

$$A \cap B = B \cap A$$

$$S3 \quad \text{结合律} \quad (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

$$S4 \quad \text{分配律} \quad A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$S5 \quad \text{德·摩根律} \quad (A \cup B)' = A' \cap B'$$

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

S6 双重否定律 $(A')' = A$

S7 两极律 $U \cup A = U$

$$\emptyset \cup A = A$$

$$U \cap A = A$$

$$\emptyset \cap A = \emptyset$$

S8 补余律 $A \cup A' = U$

$$A \cap A' = \emptyset$$

在集合论中,考察集合的着眼点是论域中元素对于集合的从属关系,而对元素本身的具体性质并不关心,因此,只要对论域的每个元素,都能判断哪个属于该集合、哪个不属于,这个集合就被认为是给定的。于是,对 U 的任一子集,定义 U 到 $\{0,1\}$ 的映射

$$f_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \in \overline{A} \end{cases}$$

则 A 由映射 f_A 所唯一确定,反之亦然。 f_A 称为 A 的特征函数。对集合的特征函数,我们有

$$C1 \quad A \subseteq B \Leftrightarrow f_A(x) \leq f_B(x), \forall x \in U$$

$$C2 \quad f_{A'} = 1 - f_A$$

$$C3 \quad f_{A \cup B} = f_A \vee f_B$$

$$C4 \quad f_{A \cap B} = f_A \wedge f_B$$

这里, $f_{A'}$ 、 $f_{A \cup B}$ 、 $f_{A \cap B}$ 分别表示 A' 、 $A \cup B$ 、 $A \cap B$ 的特征函数,符号“ $\vee$ ”、“ $\wedge$ ”则表示实数间“取大”、“取小”的运算,即对任意实数 a, b

$$a \vee b = \max\{a, b\}, a \wedge b = \min\{a, b\}$$

“ $\forall x \in U$ ”表示“对 U 中的所有 x ”。

这就说明,利用特征函数,同样可以讨论集合间的关系和运算问题。当然,和通常使用的列举法,描述法相比,以特征函数为工具来研究集合,可能显得有些抽象。但失掉了一些直观性,却使我们获得方便推广的某种可能性。事实上,到目前为止,我们所讨论的特征函数的值域只由 0 和 1 两个数组成。它可以解释为论域的元素 x 对集合的“属于程度”:属于该集合的,“属于程度”为 1;不属于该集合的,“属于程度”为 0。但是,正如我们已经指出的,在许多场合里,“是”与“不是”、“属于”与“不属于”之间的区别不是突变的,而是有一个边缘地带、过渡过程。换句话说,论域 U 中任一元素 x 和任一子集 A 之间的关系,不应只限于“属于”或“不属于”这两种极端的情况,而应允许存在许许多多的“中介”状态,从而集合特征函数的值域不应只限于由 0、1 两个数组成,应推广到整个单位区间上,这就是所谓的模糊集。

二、现在给出

定义 1.1 (L. A. Zadeh, 1965) 论域 U 的一个模糊子集 A 是指 U 到 $[0,1]$ 的一个映射。

$$\mu_A: U \rightarrow [0,1]$$

映射 μ_A 称为 A 的隶属函数, $\mu_A(x)$ 表示元素 x 属于 A 的程度,或称为 x 对 A 的隶属度。

普通的集合由其特征函数所完全确定,模糊子集也完全由其隶属函数所确定。当隶属函数的值域由区间 $[0,1]$ 蜕化为两个数 $\{0,1\}$,相应的模糊子集就成为通常的集合,论域 U 的全体模糊子集记为 $\mathcal{F}(U)$ 。

例 1.1 论域取为自然数集 $N = \{1, 2, 3, \dots\}$, 则“2 左右”可用模糊集