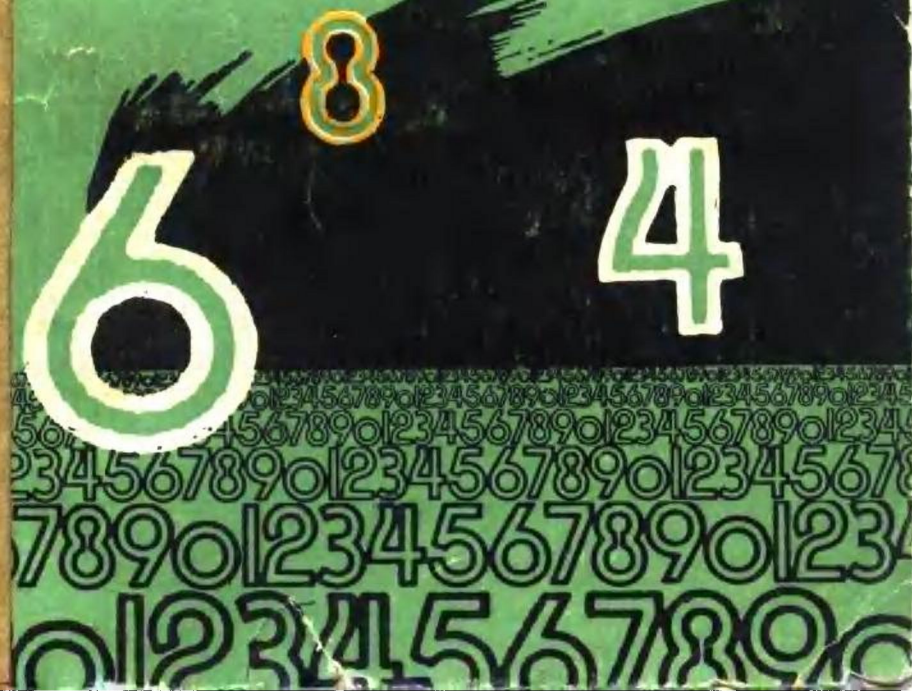


数学 在科学 起源中的作用

【美】塞路蒙·波克纳 著

李家良 译

湖南教育出版社



2

9

3

数学

【美】塞路蒙·波克纳 著

李家良 译

湖南教育出版社

在科学

起源中的作用

Jy1194/23

前 言

这是一本从头至尾写数学的书。本书说明了数学是我们的独特的智能力量，同时说明了数学创造力的神秘性，还介绍了数学日益增长的作用、广泛的重要性及其传播。作者希望它成为一部介绍数学的书，而非数学专业书。

在我们所处的时代，科学家是智者，但智慧的根却是扎在数学之中。就数学本身而言，几乎仅仅只是一种游戏而已，尽管这种游戏似乎奥秘无穷。究竟是什么使得当数学进入科学领域之后，就产生了如此强大的效力，这仍然是一个谜中谜。本书只想说明这个谜有多么深奥。

数学是一门既年轻又古老的学科，为了弄清楚数学在当今知识体系中的地位，了解昨天数学兴衰的历史是有益的和必要的。因此，为了比较和对照，我们将谈到古希腊数学和物理学，甚至涉及到古希腊人曾经具有的理性思想和文字结构。

我很高兴提到普林斯顿大学出版社的负责人Charles Scribner, Jr先生，是他注意到这本册子的第一批文章开始在周刊上发表后，很快建议我将这些文章编辑成书。

S. B.

译 者 序

目前，在国内和国外已有不少关于数学史方面的书籍，但是谈论数学和科学（包括社会科学）之间关系的发展史，以及数学对科学起源和发展怎样产生深刻影响的书籍却寥寥无几。塞路蒙·波克讷(Salomon Bocher)教授所著的《数学在科学起源中的作用》(The Role of Mathematics in the Rise of Science)正是一本关于这方面的难得的好书。

塞路蒙·波克讷教授是科学史方面的专家。他通过大量的史料（其中一些史料是鲜为人知的），通俗地描述了从古埃及和巴比伦数学开始的数学发展的各个不同时期，描述了数学对同时代科学发展所产生的广泛影响以及相互作用。塞路蒙·波克讷教授对史料的处理有自己独特的风格，对历史上一些争论不休的问题也有自己独到的见解，他认为数学是人类的独特的智能力量，数学的神秘创造力是难以估量的。

由于古希腊经典数学在数学史中的特殊地位，本书还着重谈到了古希腊数学和物理学，为了追溯人类理性思想的发展演变过程，本书还简要谈到了古希腊人曾具有的理性思想和文字结构。

本书的另一大特点是涉及面广，本书所谈到的历史上200多位名人，他们包括数学家、物理学家、化学家、天文学家、哲学家、史学家、作家、诗人、艺术家、政治家和军事家等，这些名字就像一颗颗璀璨的明珠镶嵌在本书的章节之中，将全书串成一条历史的长链，使得读者能够借着明珠的光辉，对整个数学科学发展史有一个清晰的印象。

总而言之，这是一本介绍数学的书，它适合具有初中文化水平以上的读者阅读，尽管在书的某些章节可能会涉及到一些数学和物理学方面的专业知识，但这并不影响读者读懂或领会全书的主要内容。

当然，要在一本篇幅有限的书中详细描述数学的发展史，或系统论述数学对科学

发展的巨大作用是不可能的，作者只是想通过本书，使读者对整个数学发展史有一个大致了解。由于时间仓促和水平有限，译文中一定有许多不妥或错误之处，欢迎读者批评指正。

译者

1991年6月于武昌

目 录

引言	(1)
第一章 从神话到数学到知识	(7)
1. 数学是什么?	(7)
2. 数学与神话	(8)
3. 古希腊前的数学	(11)
4. “数学”名称的由来	(13)
5. 数学的普遍性	(16)
6. 古希腊数学与现代数学的比较	(18)
7. 欧几里得《原本》	(19)
8. 数学的兴起	(22)
9. 作为预备知识的数学	(24)
10. 数学与科学的关系	(26)
11. 数学的抽象性	(27)
第二章 科学史与其它历史的区别	(33)
1. 姗姗来迟的科学史	(35)
2. 趋势和特性	(40)
3. 与史料的联系	(45)
4. 题材的局限	(46)
5. 寻求科学成就的壮观	(49)
6. 中世纪	(51)
7. 承前启后的时代	(56)
8. 科学的数学化	(61)

第三章 物理学革命和数学危机	(64)
1. 库恩的论文.....	(64)
2. 普朗克的贡献.....	(65)
3. 数学危机.....	(68)
第四章 亚里士多德时代的物理学和今天物理学	(72)
1. 物理学和数学物理学.....	(72)
2. 物理学和哲学.....	(73)
3. 物理学中的时间.....	(74)
4. 物理学和宇宙哲学.....	(75)
5. 必然性和偶然性.....	(77)
6. 空间和位置.....	(78)
7. 空间和物质.....	(81)
8. 引力空间.....	(82)
9. 绝对真空.....	(83)
10. 自然进程	(84)
11. 自然进程的范围	(85)
12. 对立事物	(87)
13. 复合运动	(87)
14. 简单变化和复杂变化	(90)
15. 亚里士多德的“位置”理论.....	(91)
16. 作为物理系统的宇宙	(93)
17. 潜能与现实	(94)
18. 结论	(95)
第五章 数学在力学起源中的作用	(97)
1. 17世纪以前	(98)
2. 17世纪	(102)
3. 18世纪	(106)
4. 最小作用原理	(113)
第六章 物理学中一些基本数学概念的意义	(117)

1. 乘法的意义·····	(118)
2. 函数的意义·····	(122)
3. 实数的意义·····	(128)
4. 复数的意义·····	(133)
5. 数学空间的意义·····	(139)
第七章 数学的本质 ·····	(146)
1. 与科学的关系·····	(146)
2. 富于创造性的公式·····	(147)
3. 基础：数学逻辑·····	(150)
4. 反例·····	(153)
5. 构造性方法：逼近·····	(155)
6. 数学空间·····	(157)
第八章 分析学的本质 ·····	(160)
1. 分析学的含义·····	(160)
2. 发展阶段·····	(163)
3. 函数·····	(166)
4. 分析学和空间·····	(174)

引 言

本书所有的章节，都是谈关于数学在知识的起源和智力的开发中的作用，它涉及神秘的数学起源和清晰的数学证明，以及数学无处不在的普遍性和重要性。

我们将现代数学和古希腊数学进行比较，这种比较将公元1600年开始发展起来的整个数学作为一个阶段是恰当的。因此，对于我们来说，“现代数学”是从公元1600年开始的，而不是从以后某个时刻开始的，尽管大多数20世纪的数学，有许多理由要求有自己的历史。

从历史上看，考察古希腊数学为什么最终在其发展时期衰亡的严酷事实，比考察古希腊数学怎样诞生这一令人激动的事实，似乎意义更重大。希思 (T. L. Heath) 在他的《希腊数学的经典历史》一书中指出：想了解古希腊数学在一段“几乎令人难以置信的短时间内”，究竟取得多少成就，是不容易的。同时也明确指出：这段时间是从公元前600年，当第一次泰勒斯 (Thales) 风格的几何学的兴起，到公元前200年，阿波罗尼 (Apollonius) 《圆锥曲线》的发表为止。这段时间花了400年。赫斯所发表的这种言论是无礼降尊于古希腊人，因为，特别令人难过的是，当过了阿基米德 (Archimedes) 全盛时期后的50年，在圆锥曲线理论发表不久，希腊数学由于种种原因逐渐衰落了。与此形成鲜明的对照，从公元1565年以后的400年中，数学的影响将世界闹得天翻地覆，并且这种影响还在继续。

除了智力未开发的人类早期阶段外，任何重大知识体系的发展总会有飞速发展阶段和令人迷惑不解的衰落时期。比起古希腊数学在400年中的发展更令人不可思议的事情是，在1925年到1928

年的4年时间中，少数年青人改变了20世纪物理学发展的方向。若只就古希腊而论，那么在古希腊数学的发展中，就其发展速度而言，没有什么能够与亚里士多德(Aristoteles)的惊人速度相提并论。亚里士多德在他一生的约40年的学术生涯中，在逻辑学、哲学、物理学、宇宙学、生物学以及社会学等方面，都有着广博和精深的造诣。谈到智力的增长，肖伯纳(G. B. Shaw)关于人的寿命至少应该持续300年的辩解是值得商榷的。

古希腊数学发展是缓慢的，方法是笨拙而又枯燥无味的。就性质和形式而言，古希腊数学是古希腊哲学的一部分，即，巴门尼德(Parmenides)、柏拉图(plato)和亚里士多德哲学的一部分。因此古希腊数学忠实地反映了古希腊整个知识体系的一大方面。因而，古希腊数学的弱点也是整个希腊知识体系中的弱点。

然而，古希腊人关于数学作用的预测能力是惊人的。数学随着其它不同学科的发展而发展要归功于近代。一切知识领域的发展，无非是通过内部知识的扩张和吸收其它领域的知识，或通过内部结构的分划和与相近知识领域的重叠而发展起来的。除此之外，数学还渗透进其它知识领域，一方面是为了这些学科的利益，更重要的是将这些领域中的东西接纳和吸收到数学中来。甚至还在毕达哥拉斯学派不成熟的早期，透过经典的希腊数学，他们就看到了数学奇异、独特而又无所不及的微光，哪怕当时这种微光是多么暗淡和模糊不清。亚里士多德曾多次提到，毕达哥拉斯学派把一切都归结为数，把物质也看成数，这似乎与现代将物质都视为由基本粒子组成的学说有异曲同工之妙。亚里士多德还指出，毕达哥拉斯学派发现，声音是否和谐，仅依赖于声音长短的可公度比，而不依赖于其它的东西，接着，他们将声学中的经验推广到了物理学和其它领域。他们发明的“线性振动器”虽然是简单的声源装置，但也是现代理论物理学的基本框架的一部分。的确，毕达哥拉斯学派不顾自身的局限性，从一点点经验，得出

如此多结论是十分轻率的。但是，当牛顿 (Newton) 提出包括地球上各物体之间，以及行星沿着一定轨道运行的万有引力定律时，也是“鲁莽”的。事实上，仅在20世纪，当人造卫星确实按照牛顿定律运行时，牛顿定律才第一次得到了证实。虽然牛顿有许多断言，但直到那时，它们才由假说变成了真实。当毕达哥拉斯学派还误认为一切比率都是可公度时，即在他们发现某些长度的不可公度之前，就将可公度量视为物理学的基础。但这也无可厚非，就像普朗克、爱因斯坦、玻尔等人，虽然知道存在无理数，但仍然将量子力学理论基础建立在整数和可公度量的基石之上。

在古希腊，数学是适合政治、技术和社会学的学科，但这一学科的许多不完善逐渐导致了整个古希腊文明社会的瓦解。而数学的衰落也是其中的一部分。如果承认了数学的巨大影响力，那么人们有理由说：数学比其它知识领域具有更强大而持久的生命力。事实上，古希腊的悲剧并没有停留在公元前400多年的埃斯库罗斯 (Aeschylus)、索福克勒斯 (Sophocles) 和欧里庇得斯 (Euripides) 时期，古希腊历史也没有在公元前400多年的希罗多德 (Herodotus) 和修昔底德 (Thucydides) 时期结束，古希腊哲学也没有停留在公元前400多年的巴门尼德和苏格拉底 (Socrates) 的水平上，而是又经过了柏拉图和亚里士多德，直到公元前322年亚里士多德逝世时为止。然而，直到那时，始于公元前6世纪的古希腊数学仍然作出了极大努力，使自己继续保持了大约150年左右的高水平。事实上，人们甚至可能会说，亚里士多德之后，才是古希腊数学的真正黄金时期。因为，从公元前322年到公元前300年之间，欧几里得写出了堪称有史以来最伟大的数学基础巨著《原本》，公元前3世纪中叶是阿基米德时期，牛顿就是采用阿基米德风格，写出了《数学原理》；而大约在公元前200年，阿波罗尼写出了《圆锥曲线》。在1800年之后，开普勒 (Kepler) 借助于阿波罗尼的理论，推翻了柏拉图关于行星轨道的假说，而在这之前，柏拉图的假说被认为是极其美妙和不容置疑的。

尽管上面谈了许多，但有人可能仍然坚持要问，为什么古希腊数学在处于发展的阶段，甚至是在《圆锥曲线》发表后的巅峰时期突然开始衰落了昵？遗憾的是没有一般的合理解释。

从社会学的角度解释，对于现代数学是不合适的。例如，从社会学的角度似乎不可能解释，为什么只有在18世纪，当几乎还没有什么工业萌芽和试验检测时，就有了大量的、几乎完善的数学与力学的结合，这种结合给数学和力学，以及紧接着到来的物理学和工业技术，都带来了极大的益处。然而，19世纪，在古希腊神话中的“百眼巨人”般的唯利是图的工业资本主义的追求下，一种所谓的应用数学开始从数学中分划出来。关于应用数学的诞生，直到现在，人们还说不清这是一种必然的结果，还是偶然结果。估量这些为了各种不同目的而新兴的数学分支的最终影响有多大，是不容易的。新的数学分支有时甚至也衰亡，历史上就有这样的例子。在本世纪初，显然是由于在工业技术上的极大应用，哈密顿(Hamilton)四元法传播很广，风行一时，但不久之后，四元法就不再使用了。

大多数应用数学分支是有生命力的。但我们想说的是，数学越“纯”，它所含有意义的知识结构设计就越多。基于这种理由，在过去对基础科学有意义的应用中，更多是依靠那些较“纯”的数学学科，而不是那些为了某种单一目的发展起来的数学分支。

当代社会面临的一个重大问题，是在中学对数学课程的改革运动，这点在美国表现尤为明显。这个运动无疑是有益的；由于改革的原因，在学习基本适用技能的阻力减少到最小以前，也许有一代受其影响的年青人，在这种过渡中要付出代价。发生在本世纪初的一次改革是克莱因(Felix Klein)将微积分引进中学课程的最后阶段，这种改革将19世纪课程中规定的初等数学和高等数学有机结合起来了。微积分学进入中学花了200年，集合论花了75年，发展速度是相当快的。康托集合论是20世纪现代数学最广泛的基础。准确地说，康托集合论是基于这样一种观点，即数学

本身是从一般合理性开始的。康托清楚地知道自己的使命是什么。在他的传记的附注里他提到了柏拉图、亚里士多德和其它古代数学家，也提到了现代数学的早期代表人物。康托指出：他是在前人失败的基础上成功的，尽管前人失败了，但前人的经验和教训使他获得了成功。当康托还处于出成就的高峰时，他的注意力转向了“古代历史”，这不能不说是数学的一大损失。

社会面临的进一步问题，是个人的抽象工作和集体实践的重大关系问题。这一问题随着时间的推移会表现得更明显。数学比其它学科对这一问题也许更有兴趣。是否像通常人们所认为的那样，创造的源泉一定来源于那些单个的研究者，或者说，创造的源泉不可能从一群没有经过合理分工合作的研究集体中流淌出来。

自1940年以来，世界上有更多的研究成果是通过科研小组的计划和设计，以及其它形式的联合研究机构得到的。预言这些集体研究的意义是困难的。断言所有这些研究机构仅只有外表的装饰而没有内在的东西，或断言只有在个人的单独研究中才会出成果，都可能是草率的。事实上，整个科学和一切完整知识体系的研究，也许会因为以上断言而葬送掉。今天极少数人的研究活动，明天也许有众多人参加；昨天有独创性的东西，将来也许会变得习以为常；迄今为止，我们一切知识的哲学原理，也许只是一场黎明前的梦幻。

从神话到数学到知识

1. 数学是什么？

数学究竟是什么？严格地说，这个问题是没有答案的，至少没有满意的答案。我们只能试图给出部分答案和解释。

在公元3世纪一个教父的著作中，保存着一个普通人对数学简短而精美的描述。古埃及亚历山大城的阿纳托利斯(Anatolius)这位拉奥迪西*的主教报道说，有某个(不知名的)好开玩笑者，引用了荷马的一段话：

诞生时虽小，但每时在长大，
天空也容不下她那魔鬼般强大的身躯，
她在大地上蔓延，
她震撼着世界。

当然，荷马史诗本来并不是用来描述数学的。

阿纳托利斯解释说，虽然数学是从点和线开始的，但数学很快将自己扩展到整个宇宙，使得它包罗万象。如果主教大人今天还活着的话，他也许会作如下的解释：数学作为物理学的基础和理论工具，超越了宇宙，从最小的基本粒子到最大的银河系都被包含在内。

以上概括和解释，对数学作出了较为完整的描述：数学是有特色的、有效的，因而是重要的学科。但是，数学的这种特色和

* 拉奥迪西 (Laodicea)，小亚细亚的一个城市，早期基督教堂的遗址。

效率是怎样产生的呢？而数学又是怎样使自己变得如此强有力的呢？数学渗透到众多旧的和新的知识领域，特别是新的，这种智慧的渗透力又是来自何处？也许这些问题根本得不到答案。但我们试图作出回答，我们将采取分析和循序渐进的步骤。

2. 数学与神话

我们首先看一段引文：

数学富有诗意，但却胜过诗，因为它表达了真理；数学具有理性，但却超越理性；数学富于行动，这种行动像庆典仪式，虽然看不到为此作出的准备和努力，但却表达和精心设计出了富有诗意的真实。

以上这段引人入胜的语句是摘自一本关于埃及和美索波达米亚文明之觉醒的书。这两个地区靠近地中海，是现代西方文明萌芽的地方。不过，在原文中，这段话描述的是神话而不是数学。原文是这样：

神话富有诗意，但却胜过诗，因为她表达了真理；神话具有理性，但却超越理性……

我们所引用的这本书，根本不是描述数学的，但它却事实上写了数学，因为在埃及和美索波达米亚的个别地方很早就有了数学。例如，在著名的古希腊“经典”数学（是古希腊自然哲学的最高成就）于公元前6世纪和5世纪单独形成前的2000年左右，古埃及和美索波达米亚就有了数学。的确，从智力方面看，古希腊数学比前面的数学都要优越得多。但由于进化在先的缘故，古埃及和美索波达米亚的数学绝对出现在先也是事实。数学的第一次出现，不是作为史前人的类学现象，而是作为智者们的有组织、有系统的追求，是他们精心开创了我们的现代文明。

无论数学的出现多么神秘，数学确实是最先出现的理性知识，这是整个西方文明的一个有意义的特性。数学方面的早期成

就，至少像其它领域，如建筑学，视觉艺术或音乐艺术，贸易和航海，诗歌，以及宗教和道德等领域的早期成就同样令人惊叹不已。

在埃及和美索波达米亚，尽管数学出现相当早，但没有神话的创造早，因为数学这种系统学科的发展，需要一些预备知识，而制造神话却不需要。不过，在埃及和美索波达米亚，当地的数学在写作开始不久就产生了。然而在古希腊，具有特色的数学明显落后于古希腊的诗歌等，甚至是在这种写作水平相当成熟以后，古希腊的经典数学才开始。在《圣经》诞生之后，数学也许还没有找到自己的萌芽之地。

柏拉图(公元前427—347年)对数学有着浓厚的兴趣，但表面上他似乎是一个神话制造大师。然而，在柏拉图关于宇宙创造论和宇宙哲学的专著《蒂迈乌斯篇》中，仍有意混淆了数学和神话。亚里士多德在研究《蒂迈乌斯篇》时也认为，即使完全描写神话的书，除了一些文学细节外，也应该有“科学”的解释。自古以来，一些评论家对亚里士多德在柏拉图神话灵感奔涌的每一个细节里，寻求缺乏想象力的解释提出了批评；但回顾历史，我认为亚里士多德在某种程度上是无辜的。在当代的宇宙哲学中，出发点不是神话学，而是永恒的数学。科学家们希望在纯数学的结论出现以前，能够发现一个以往不知晓的相应的自然现象，这就是众所周知的科学猜想的内容。我们可进一步认为，柏拉图和亚里士多德也许模糊地认为数学和神话有某种相似性。这样一来，柏拉图和亚里士多德都是无可指责的。

数学和神话之间的相似性主要是由于结构上的相似性，数学和神话都是用“符号”表达的，因而可以认识。符号是什么？数学本身和数学之外的东西都不可能给出令人满意的答案，但这并没有抹煞相似性本身。神话中的符号和数学中的符号是有很区别的，但它们毕竟都是符号。

神话故事中的符号，譬如在诗歌中，可能有意或部分有意地