

数学手册

潘志 贺祖琪 主编

中国矿业大学出版社

01-62

P 1E

数 学 手 册

潘 志 贺 和 琪 主 编

G117.62

中国矿业大学出版社

(江苏·徐州 221008)

4901

(苏)新登字第010号

数 学 手 册

潘 志 贺祖琪 主编

责任编辑 陈玉和 马跃龙

中国矿业大学出版社出版发行

新华书店经销 中国科学院开封印刷厂印刷

开本 787×1092 毫米 1/32 印张 14 字数 430 千字

1995 年 3 月第一版 1995 年 3 月第一次印刷

印数 1—10000 册

ISBN 7-81040-290-0

○ · 10

定价:16.50 元

前 言

随着科学技术的发展,数学的作用越来越大,数学的应用范围越来越广。因此,数学手册已成为大中学校师生及广大工程技术人员必不可少的工具书。尤其是简明实用、内容广泛、查阅方便、便于携带的数学手册更为欢迎。为此,我们把初等数学、高等数学以及工程数学中一些常用的定义、定理、公式、算法、解法、图、表等内容集中起来,编写成这本《数学手册》。

在编写本手册过程中,我们除参考了有关的书籍和已出版的各种数学手册外,重点参考了我校(原北京矿业学院后改名为中国矿业学院)数学教研室编写的、煤炭工业出版社和科学出版社出版的《数学手册》,这本手册自出版以来,多次修订和重印,先后发行几百万册,一直受到广大读者的普遍欢迎。这次重编,我们汲取了原手册的主要特点,进行了内容更新和重新编写。

本手册共二十四章。其中,初等数学五章:初等代数、初等几何、平面三角、球面三角、平面解析几何等;高等数学六章:空间解析几何与向量代数、微分学、积分学、级数、场论、常微分方程等;工程数学十三章:偏微分方程、复变函数、拉普拉斯变换、傅立叶变换、变分法、特殊函数、微分几何、线性代数、集合与逻辑代数、计算方法、概率论与数理统计、系统工程、模糊数学等。

本手册由潘志、贺祖琪主编。参加编写的人员有张晖(第1到第5章)、张永平(第6,7章)、高翔(第8,9章)、周圣武(第10,18章)、张兴永(第11,12,16章)、宋晓秋(第13,19,

20,24 章)、曹德欣(第 14,15,17 章)、曹璎珞(第 21 章)、高运良(第 22 章)、林谦(第 23 章前 6 部份)、黄皓(第 23 章第 7 部份)。

本手册编写过程中得到了数学教研室全体教师的支持,有些参加原手册编写的老教师虽已退休,但仍给予我们热情关怀,在此向他们表示深切的感谢,同时对我校出版社支持这本手册及时出版表示谢意。

由于编者水平所限,错误和不足之处不可避免,欢迎读者指正。

编 者

1993 年 10 月 | 于徐州

目 录

第 1 章 初等代数

1	乘法及因式分解公式	1
2	分式	1
	(1) 分式运算 (2) 分项分式	
3	根式	2
	(1) 最简根式 (2) 算术根 (3) 变形规则	
4	比例	3
5	不等式	4
	(1) 基本不等式 (2) 几个重要不等式 (3) 绝对值与不等式	
6	一元二次方程	5
	(1) 根 (2) 根与系数的关系 (3) 判别式	
7	一元三次方程与四次方程	5
	(1) 三次方程 (2) 四次方程	
8	数列	6
	(1) 等差数列 (2) 等比数列 (3) 某些数列的前 n 项和	
9	指数	8
	(1) 定义 (2) 指数律	
10	对数	8
	(1) 定义 (2) 性质 (3) 运算法则 (4) 换底公式	
	(5) 常用对数求法	
11	复数	9
	(1) 虚数单位 (2) 虚数单位的乘方 (3) 复数的三种表示式	

目 录

及其相互关系 (4) 复数的运算	
12 排列、组合与二项式公式	11
(1) 选排列 (2) 全排列 (3) 有重复的排列 (4) 组合	
(5) 二项式公式 (6) 多项式公式	

第 2 章 初等几何

1 任意三角形	13
(1) 五心 (2) 面积 (3) 外接圆半径 (4) 内切圆半径	
2 直角三角形	14
3 四边形面积	14
(1) 矩形 (2) 平行四边形 (3) 菱形 (4) 梯形 (5) 任意四边形	
4 正多边形	16
(1) 正三角形 (2) 正方形 (3) 正五边形 (4) 正六边形	
(5) 正 n 边形 (6) 有关正多边形的数值表	
5 圆	17
(1) 圆周长 (2) 圆弧长 (3) 圆面积 (4) 扇形面积 (5) 弓形	
(6) 环形面积	
6 旋转体	19
(1) 圆柱 (2) 圆锥 (3) 圆台 (4) 球 (5) 球缺(球冠)	
(6) 球台 (7) 球面锥体	
7 棱柱及棱锥	20
(1) 棱柱体积 (2) 棱锥体积 (3) 正棱锥侧面积 (4) 棱台	
8 正多面体的表面积及体积数值表	21

第 3 章 平面三角

1 弧度与度的关系	22
2 三角函数	22
(1) 定义 (2) 基本关系 (3) 三角函数在各象限的正负号	

(4) 各三角函数用某一个三角函数表示的公式表	
3 任意角三角函数诱导公式表	25
4 特殊角的三角函数值	25
5 三角函数的图形	26
6 两角和的三角函数	28
7 倍角的三角函数	28
8 半角的三角函数	29
9 三角函数的和差与积的关系	30
10 三角函数其他常用公式	30
11 斜三角形的边角关系及其解法	31
(1) 正弦定理 (2) 余弦定理 (3) 正切定理 (4) 半角公式	
(5) 斜三角形解法	
12 反三角函数	33
(1) 图形及主值范围 (2) 恒等式 (3) 基本三角方程的通解	

第 4 章 球面三角

1 有关定义	36
(1) 大圆 (2) 大圆弧长 (3) 球面角 (4) 球面三角形	
2 球面三角形的基本性质	36
3 球面三角形的边角关系	37
(1) 正弦定理 (2) 边的余弦定理 (3) 角的余弦定理	
(4) 边的正弦与其相邻角余弦的乘积定理(五个元素公式)	
(5) 角的正弦与相邻边余弦的乘积定理(五个元素公式)	
(6) 余切定理(四个元素公式)	
4 解球面直角三角形的公式	38
5 解球面斜三角形的公式	39
(1) 半角函数公式 (2) 半边函数公式 (3) 二角和、差之半的	
正弦余弦公式 (4) 二角(边)和、差之半的正切公式	

(5) 正切定律 (6) 球面三角形解法	
6 球面三角形的角超与面积	41
(1) 角超 (2) 球面三角形的面积	

第 5 章 平面解析几何

1 三个基本问题	43
(1) 两点距离 (2) 定比分点 (3) 三角形及多边形的面积	
2 直线的斜率(或角系数)	44
3 直线方程	44
(1) 一般式 (2) 斜截式 (3) 点斜式 (4) 截距式 (5) 两点式	
(6) 法线式	
4 点线距离	45
5 二直线夹角及平行垂直条件	45
6 三点共线及三线共点	46
7 圆	46
(1) 圆的方程 (2) 过 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ 三点的圆的方程	
(3) 圆 $x^2 + y^2 = R^2$ 上一点 (x_1, y_1) 处的切线方程	
8 椭圆	47
(1) 椭圆的方程 (2) 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 上一点 (x_1, y_1) 处的切线方程	
(3) 椭圆的面积	
9 双曲线	47
(1) 双曲线的方程 (2) 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的渐近线方程	
(3) 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 上一点 (x_1, y_1) 处的切线方程	
10 抛物线	48
(1) 抛物线方程($p > 0$) (2) 抛物线 $y^2 = 2px$ 上一点 (x_1, y_1) 处的切线方程	
(3) 抛物拱形(跨度 $= 2a$, 高 $= h$)	

11	一般二次方程的图形	50
12	坐标变换	51
	(1) 移轴 (2) 转轴 (3) 极坐标与直角坐标的关系	
13	曲线的极坐标方程	52
	(1) 圆的方程 (2) 直线方程 (3) 圆锥曲线方程	
14	曲线的参数方程	54
	(1) 直线 (2) 圆 (3) 椭圆 (4) 弹道曲线	
15	重要曲线	55
	(1) 立方抛物线 (2) 半立方抛物线 (3) 抛物线 (4) 箕舌线	
	(5) 叶形线 (6) 双纽线 (7) 蔓叶线 (8) 环索线 (9) 摆线	
	(10) 内摆线 (11) 外摆线 (12) 心脏线 (13) 星形线	
	(14) 悬链线 (15) 概率曲线 (16) 圆的渐开线 (17) 曳物线	
	(18) 阿基米得螺线 (19) 等角螺线(对数螺线)	
	(20) 三叶玫瑰线	
	(21) 四叶玫瑰线 (22) $\rho = a \sin \frac{\theta}{2}$	

第 6 章 空间解析几何与向量代数

1	两个基本问题	62
	(1) 两点距离 (2) 定比分点	
2	投影定理	62
3	直线的方向	62
	(1) 过原点的直线 (2) 通过两点 $M_1(x_1, y_1, z_1)$ 和 $M_2(x_2, y_2, z_2)$ 的直线	
4	平面	63
	(1) 方程 (2) 点面距离	
5	直线方程	64
	(1) 交面式 (2) 参数式 (3) 对称式 (4) 投影式 (5) 两点式	
6	线面间相互关系	65

(1) 夹角 θ (2) 平行条件 (3) 垂直条件 (4) 二直线共面 (5) 距离	
7 重要曲面	66
(1) 球面 (2) 椭球面 (3) 单叶双曲面 (4) 双叶双曲面 (5) 椭圆抛物面 (6) 双曲抛物面 (7) 旋转面 (8) 柱面 (9) 锥面 (10) 螺旋面	
8 空间曲线	70
(1) 一般方程 (2) 参数方程 (3) 圆柱螺线 (4) 圆锥螺线	
9 向量代数	71
(1) 向量 $\alpha = \{x, y, z\}$ (2) 向量 $\overrightarrow{AB} = \{x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1\}$ (3) 线性关系 (4) 加减法 (5) 数性积(标积, 点积) (6) 矢性积(叉积) (7) 夹角 (8) 面积 (9) 三个向量的积	
10 向量微分	74
(1) 一般微分公式 (2) 坐标向量的导数公式	
11 向量积分	75
(1) 不定积分 (2) 定积分 (3) 平面面积向量	

第 7 章 微分学

1 函数	76
(1) 基本初等函数 (2) 反曲函数	
2 极限	79
(1) 定义 (2) 数列极限的柯西(Cauchy)收敛准则 (3) 变量与无穷小的关系 (4) 极限存在准则 (5) 极限运算定理 (6) 两个重要极限 (7) 几个常用极限	
3 连续	81
(1) 定义 (2) 连续判别法 (3) 一致连续定义 (4) 闭区间上连续函数的性质	
4 导数与微分	82

(1) 定义 (2) 几何意义 (3) 微分法则 (4) 导数公式 (5) 高阶导数	
5 导数与微分的应用	85
(1) 切线(PT)方程 (2) 法线(PN)方程 (3) 两线夹角 (4) 函数的增减性 (5) 极值的充分条件 (6) 曲线的凸凹性及拐点 (7) 渐近线 (8) 微分在近似计算中的应用 (9) 极坐标曲线性态	
6 弧长的微分与曲率	88
(1) 弧长的微分 (2) 曲率	
7 中值定理	89
(1) 洛尔定理 (2) 拉格朗日定理 (3) 柯西定理 (4) 台劳公式 (5) 罗彼塔法则	
8 多变量函数	91
(1) 偏导数 (2) 偏微分 (3) 全微分 (4) 复合函数微分法 (5) 全导数 (6) 隐函数微分法 (7) 混合偏导数的性质 (8) 方向导数 (9) 曲面的切平面及法线方程 (10) 曲线的切线及法平面方程 (11) 曲率与挠率 (12) 中值定理 (13) 台劳公式 (14) 二元函数的极值 (15) 多元函数的极值 (16) 条件极值(拉格朗日乘数法)	

第 8 章 积分学

1 不定积分法则	99
(1) 不定积分 (2) 不定积分性质 (3) 分部积分法 (4) 换元积分法	
2 不定积分表	100
3 定积分的概念与性质	126
(1) 定积分 (2) 定积分的性质 (3) 积分中值定理 (4) 积分不等式 (5) 含参变数积分的导数	

4	定积分计算法	127
	(1) 基本公式 (2) 配元法 (3) 置换法 (4) 分部积分法	
	(5) 奇偶性的利用	
5	广义积分存在准则	128
	(1) 无穷区间上的广义积分 (2) 无界函数的广义积分	
6	定积分表	129
7	椭圆积分	132
	(1) 椭圆积分 (2) 不完全椭圆积分 (3) 完全椭圆积分	
	(4) 应用	
8	二重积分	134
	(1) 直角坐标 (2) 极坐标 (3) 变量替换公式 (4) 几何意义	
9	三重积分	136
	(1) 直角坐标 (2) 柱面坐标 (3) 球面坐标	
	(4) 变量替换公式 (5) 几何意义	
10	曲线积分	139
	(1) 对弧长的曲线积分 (2) 对坐标的曲线积分	
	(3) 两种类型曲线积分的关系 (4) 曲线积分的性质	
	(5) 格林公式 (6) 等价命题	
11	曲面积分	141
	(1) 对曲面面积的曲面积分 (2) 对坐标的曲面积分	
	(3) 奥斯特洛格拉得斯基公式 (4) 斯托克斯公式	
12	积分的应用	142
	(1) 几何应用 (2) 物理应用	

第 9 章 级 数

1	级数概念	149
	(1) 公项 (2) 部分和 (3) 余项 (4) 收敛 (5) 发散	
	(6) 柯西收敛准则	

2	收敛级数的基本性质	149
3	正项级数敛法	150
	(1) 收敛准则 (2) 比较法 (3) 比值法 (4) 柯西判别法	
4	任意项级数敛法	151
	(1) 变号级数判别法 (2) 交错级数的莱布尼兹判别法	
5	收敛级数的运算	152
6	函数项级数	152
	(1) 收敛域与和函数 (2) 一致收敛	
	(3) 一致收敛函数项级数的性质	
7	幂级数	153
	(1) 收敛半径 R 的公式 (2) 幂级数的性质 (3) 幂级数的运算	
	(4) 台劳级数 (5) 常用函数的幂级数展开式	
8	三角级数	158
	(1) 傅氏级数定义 (2) 傅氏级数的收敛性 (3) 函数展为	
	傅氏级数示例 (4) 参考级数 (5) 三角级数求和公式	
9	无穷乘积	163
	(1) 基本概念 (2) 无穷乘积的收敛条件 (3) 绝对收敛	
	(4) 无穷乘积示例	

第 10 章 场 论

1	向量函数	166
	(1) 定义 (2) 性质	
2	数量场的梯度	166
	(1) 定义 (2) 性质	
3	向量场的环量与旋度	167
	(1) 向量场 (2) 性质	
4	向量场的通量与散度	168
	(1) 向量场的散度 (2) 性质	

5	几种特殊向量场	168
	(1) 有势场 (2) 管形场 (3) 调和场	
6	哈密顿算子	169
	(1) 定义 (2) 运算规则	
7	梯度、散度、旋度与调和量在柱面坐标系和球面坐标系中的 表达式	169
	(1) 柱面坐标系 (2) 球面坐标系	

第 11 章 常微分方程

1	一阶微分方程	171
	(1) 变量分离型方程 (2) 可化为变量分离型的方程	
	(3) 齐次方程 (4) 可化为齐次型的方程 (5) 线性方程	
	(6) 贝努里方程 (7) 恰当(全微分)方程 (8) 克莱洛方程	
	(9) 拉格朗日方程 (10) 黎卡笛方程	
	(11) 一阶特殊隐式微分方程	
2	二阶微分方程	174
	(1) 变系数二阶线性方程 (2) 二阶特殊型方程	
	(3) 其他二阶可解型方程	
3	常系数线性方程	176
	(1) 二阶齐次方程 (2) 二阶非齐次方程 (3) 高阶齐次方程	
	(4) 用记号 D 求非齐次方程的特解 (5) 欧拉方程	
4	多变量常微分方程	179
	(1) 全微分方程 (2) 一阶一次联立微分方程	
	(3) 二阶常系数线性联立微分方程	

第 12 章 偏微分方程

1.	偏微分方程的解	181
	(1) 通解 (2) 完全解	

2 一阶线性方程	181
(1) 一般式 (2) 标准式	
3 二阶线性方程	182
(1) 双曲型方程 (2) 椭圆型方程 (3) 抛物型方程	

第 13 章 复变函数

1 解析函数的概念	189
(1) 定义 (2) 性质	
2 解析函数的四个等价条件	190
3 保角变换	190
4 分式线性变换	190
(1) 平移变换 (2) 旋转变换 (3) 相似变换 (4) 反演变换	
(5) 分式线性变换	
5 复变函数的积分	192
6 解析函数积分的基本定理及基本公式	192
(1) 基本定理 (2) 基本公式	
7 解析函数的级数展开	193
(1) 幂级数的收敛半径 (2) 台劳级数 (3) 几个初等函数的	
台劳级数展开式 (4) 罗朗级数 (5) Z 变换	
8 留数	195
(1) 孤立奇点 (2) 留数(残数)及计算 (3) 留数定理	
(4) 对数留数与辐角原理	
9 两个公式	197
(1) 测地投影公式 (2) 欧拉公式及其推论	

第 14 章 拉普拉斯变换

1 定义	199
(1) 定义 (2) 拉普拉斯变换的存在条件	

2	基本性质和定理	199
	(1) 线性性质 (2) 伸缩性质 (3) 平移性质 (4) 微分性质	
	(5) 积分性质 (6) 卷积定理 (7) 乘积定理	
	(8) 巴斯瓦等式相似式	
3	拉普拉斯变换简表	201
4	二重拉普拉斯变换	203

第 15 章 傅立叶变换

1	定义	204
	(1) 定义 (2) 傅立叶变换存在条件	
2	基本性质和定理	204
	(1) 线性性质 (2) 奇偶和虚实 (3) 共轭性质 (4) 伸缩性质	
	(5) 平移性质 (6) 翻转性质 (7) 微分性质 (8) 积分性质	
	(9) 对称性质 (10) 卷积定理 (11) 乘积性质 (12) 巴斯瓦等式	
3	傅立叶变换简表	205
4	傅立叶余弦变换	208
	(1) 定义 (2) 基本性质 (3) 傅立叶余弦变换简表	
5	傅立叶正弦变换	209
	(1) 定义 (2) 基本性质 (3) 傅立叶正弦变换简表	
6	离散傅立叶变换	210
	(1) 定义 (2) 基本性质 (3) 快速傅立叶变换(FFT)算法	
7	二重傅立叶变换	213

第 16 章 变分法

1	泛函的极值	214
	(1) 泛函的变分 (2) 泛函的极值	
2	固定端点的极值	215
	(1) 二维空间 (2) 三维空间	