

第二版

数理化自学丛书

平面几何

第一册

杨荣祥编

上海科学技术出版社

数理化自学丛书

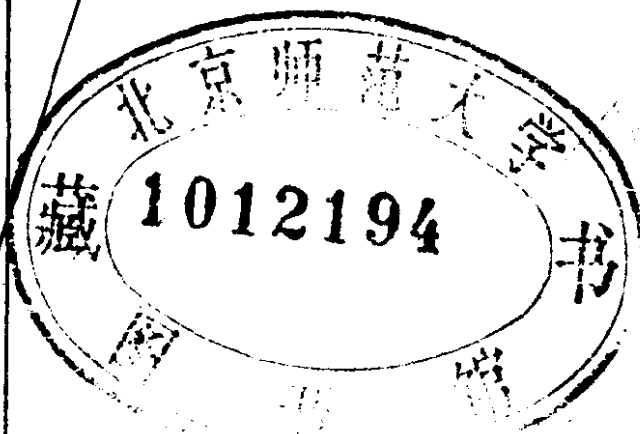
第二版

JY1154107

平面几何

第一册

杨荣祥 编



上海科学技术出版社

数理化自学丛书

第二版

平 面 几 何

第一册

杨荣祥 编

数理化自学丛书编委会审定

上海科学技术出版社出版

(上海瑞金二路450号)

新华书店上海发行所发行 上海中华印刷厂印刷

开本 737×1092 1/32 印张 10 字数 262,000

1984年2月第1版

1982年10月第2版 1982年10月第9次印刷

印数: 668,001—873,500

统一书号: 13119·181 定价: (科二) 0.70元

内 容 提 要

本书系统地讲述了平面几何中的直线、角、平行线、三角形、四边形、圆等内容。为了适合自学，讲解中特别注意联系实际和结合图形。叙述通俗，分析详细。书中配有大量例题和习题，供读者练习时使用。题前有“*”号的题目要难一些，一时解不出可慢一些做。

本书可供青年工人、知识青年、在职干部自学，也可供中等学校青年教师参考。

第二版出版说明

《数理化自学丛书》第二版是在第一版的基础上编写而成的。考虑到我社已出版大学数、理、化自学丛书, 中学数学中的微积分内容没有另编分册。第二版仍包括《代数》四册、《平面几何》两册、《平面三角》、《立体几何》、《平面解析几何》、《物理》四册和《化学》四册, 共十七册。

由黄丹麓、杨荣祥、余元希、杨逢挺、桂君协等同志主编的第一版, 自 1963 年陆续出版后, 受到广大读者的欢迎。特别是 1977 年重排、重印以来, 受到社会各方面极为广泛的关注, 在广大读者中有了相当的影响。许多在职职工、农村青年和在校学生, 自学了这套书以后, 数理化知识水平有了一定的提高。

第二版由杨荣祥、余元希、束世杰、季文德等同志主编, 数理化自学丛书编委会审定。它保留了第一版在编写上“详尽在先、概括在后、通俗到底”和“便于自学、无师自通”的特色, 仍是一套与现行中学课本并行的自学读物。第二版仍从读者的实际情况出发, 按传统的教学体系编写。但这次参照新的试行教学大纲的要求, 与第一版相比, 数学各分册的编写内容作了适当的增删和调整, 基础知识和运算技能的训练有了进一步加强; 物理各分册在内容的取舍、习题的更新、插图的选配、实验的描述等方面均有较大的改进; 化学各分册还增加了反映现代科学技术水平的基础理论知识, 在理论和实践相结合的原则下, 内容和体系均有新的特色。此外, 各册的例题和习题选配得力求恰当、合理, 知识

• i •

论述力求通俗、严密;并按章增加了测验题. 在各册编者的话中, 还有供读者自学时参考的指导性意见.

自学要有成就, 必须刻苦勤奋、踏实认真、持之以恒、知难而进. 刻苦自学、学有成就者不乏其人, 愿广大读者努力学好.

《数理化自学丛书》出版以来, 全国各地的读者给以热情的鼓励和有力的支持, 特在此表示衷心感谢.

上海科学技术出版社

编 者 的 话

平面几何是研究平面图形性质的学科，它的应用非常广泛，是学习现代科学技术必不可少的基础知识。

丛书中平面几何分两册，它包括中学平面几何的全部内容。本书可供具有相当于初中一年级文化程度的青年自学。

平面几何第一册系统地讲述了直线、角、平行线、三角形、四边形和圆等内容。为了适合自学，特别注意理论联系实际和结合图形进行讲解。叙述通俗，分析详细。并配置适量的例题和习题，供读者练习时使用。

为了加强读者的逻辑思维能力和空间想象能力的培养，对于命题的组成形式，命题间的等效关系，证明的方法等，大都作了简要的介绍，并通过范例加以说明。

熟练掌握几何图形的性质和定理，是进行论证和计算的基础。为了引导读者思考和自学，对于应该注意的地方和解题的思考方法，在“注意”后面排印，作为正文的补充说明。各章附有内容提要，概括本章的内容。每章备有复习题，分A、B组，A组习题要全做，B组略难一些，可以选做。章末附有测验题，希望读者在复习的基础上，独立完成。

详细阅读课文，认真解答习题，是理解概念和掌握知识的重要途径。对于解题的思考方法、步骤、书写格式等，希望读者先模仿后创造，逐步提高解题的能力。题前有“*”号的题目要难一些，可以慢一点做。多数的证明题和作图

题有提示,书后备有习题答案.读者应先独立解题,不要先看提示或答案,培养自己的独立思考能力和解题的技能技巧.希望读者要以坚强的信心和决心,努力学好这门几何课程.

本书一定还有缺点和错误,希望读者提供宝贵意见,以便进一步修订时参考.

编 者

1980 年春

《数理化自学丛书》(第二版)编辑委员会

(以姓氏笔划为序)

主编:

数学 杨荣祥 余元希

物理 束世杰

化学 季文德

委员:

杨荣祥(上海师范学院)

束世杰(上海师范学院)

吴孟明(上海市七一中学)

余元希(华东师范大学)

汪思谦(上海教育学院)

张国模(上海教育学院)

张冠涛(上海市育才中学)

季文德(上海市教育局)

赵宪初(上海市南洋模范中学)

桂君协(上海师范学院)

凌康源(上海教育学院)

目 录

第二版出版说明	i
编者的话	iii
绪论	1

1. 直线、角、平行线	7
直线、圆和圆弧	7
§ 1.1 直线、射线和线段	7
§ 1.2 线段的相等和不等	10
§ 1.3 线段的度量和画法	11
§ 1.4 圆和圆弧	17
角和垂线	19
§ 1.5 角、平角和周角	19
§ 1.6 角的相等和不等	22
§ 1.7 角的度量和画法	23
§ 1.8 垂线	32
§ 1.9 余角、补角、对顶角	36
平行线	42
§ 1.10 平行线	42
§ 1.11 平行线的判定和画法	44
§ 1.12 平行线的性质	54
§ 1.13 两组对应边平行的角	62
本章提要	65
复习题一 A	67
复习题一 B	69
第一章测验题	70

2. 三角形	72
三角形和它的内角和	72
§ 2.1 三角形和它的元素	72
§ 2.2 三角形的内角和	77
§ 2.3 三角形的主要线段	82
等腰三角形	84
§ 2.4 轴对称图形	84
§ 2.5 等腰三角形的性质	85
§ 2.6 等腰三角形的性质在作图上的应用	93
§ 2.7 等腰三角形的判定	96
全等三角形	101
§ 2.8 全等形	101
§ 2.9 三角形全等的判定	102
§ 2.10 直角三角形全等的判定	116
§ 2.11 三角形作图	121
三角形的边角关系	129
§ 2.12 在同一个三角形内的边角关系	129
§ 2.13 两对边对应相等的两个三角形的边角关系	133
基本轨迹	137
§ 2.14 线段的垂直平分线的性质	137
§ 2.15 角的平分线的性质	140
§ 2.16 点的轨迹	144
本章提要	148
复习题二 A	151
复习题二 B	153
第二章测验题	155
 3. 四边形	 156
多边形和它的内角和	156
§ 3.1 多边形	156
§ 3.2 多边形的内角和	159
平行四边形	162
§ 3.3 平行四边形和它的性质	162

§ 3.4	平行四边形的判定	167
§ 3.5	中心对称图形	171
§ 3.6	矩形、菱形、正方形	174
§ 3.7	平行线等分线段定理	177
§ 3.8	关于平行线的点的轨迹	180
§ 3.9	三角形的中位线的性质	183
§ 3.10	三角形的重心	187
	梯形	191
§ 3.11	梯形	191
§ 3.12	梯形的中位线的性质	198
	本章提要	200
	复习题三 A	202
	复习题三 B	205
	第三章测验题	207

4.	圆	209
	圆的基本性质	209
§ 4.1	不在一直线上的三点确定一个圆	209
§ 4.2	垂直于弦的直径的性质	214
§ 4.3	在同圆(或等圆)中,弦、弧、弦心距之间的关系	216
§ 4.4	圆心角、圆周角、圆内角和圆外角的度量	221
§ 4.5	圆内接四边形的性质	229
	直线和圆的位置关系	236
§ 4.6	直线和圆的相互位置	236
§ 4.7	切线的判定、性质和画法	237
§ 4.8	三角形的内切圆、内心和旁心	244
§ 4.9	圆外切四边形的性质	249
§ 4.10	弦切角的度量定理	252
	圆和圆的位置关系	255
§ 4.11	两个圆的相互位置	255
§ 4.12	两圆公弦的性质	259
§ 4.13	相切两圆的连心线的性质	259
§ 4.14	两圆的公切线	264

§ 4.15 直线和弧、弧和弧的吻接	266
弧和角的关系	271
§ 4.16 在已知线段上作含有已知圆周角的弧	271
§ 4.17 基本轨迹	273
本章提要	279
复习题四 A	283
复习题四 B	287
第四章测验题	289
总复习题 A	291
总复习题 B	297
总测验题	300
习题答案	302

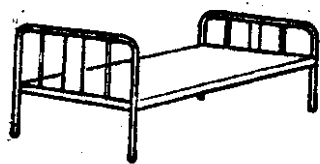
绪 论

1. 几何学研究的对象

我们已经学习过算术和代数的初步知识，这两门课都是研究数的运算性质的。现在我们要开始学习数学的另一门学科：“几何学”，它研究物体的形状、大小和相互位置关系。

在日常生活里，我们经常要观察周围的各种物体。我们是怎样去观察的呢？经验告诉我们，首先看到的是各种物体的外形和颜色，其次是物体的重量和组成它们的元素等等。但是在区别各种物体的时候，最容易识别的还是物体的形状和大小。人类为了满足生活上的需要，在制造一些器具时，常常考虑它们的形状和大小要适合实际应用。

例如床的形状就需要是长方形的，它的大小要能够容纳人体的长度；汽车的车轮是圆形的，目的是使它在地面上容易滚动，并且在滚动时保持车身的平稳(图 1)。



床



汽 车

图 1

我们在观察事物的过程中，还会看到这个物体和那个物体之间的位置关系，这些位置不是随便放的，这就需要我们研究怎样放才是适当的。

例如图 2 中车间里合理地放置机床；田野里装置排灌

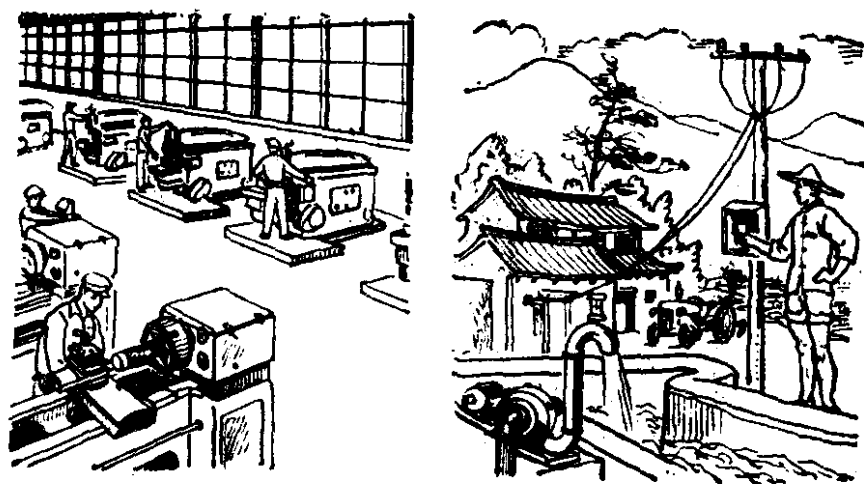


图 2

设备等等,都需要一番研究才行.

几何学研究的对象就是物体的形状、大小和相互的位置关系.

2. 几何学的发展简史

几何学的产生和别的学科一样,也是由于人类生产和生活的需要. 在原始社会里,人们已经积累了许多关于物体的形状和大小以及它们的分布和位置关系的知识. 例如古代的人们为了记住他们居住和打猎的地方,就逐渐地学会怎样来判定各个地方之间的距离,怎样来测量各个地区的大小.

随着人类社会的发展,对于物体的形状、大小和相互位置关系的知识,要求愈来愈高,就这样经过劳动人民长期的生产和生活实践,积累了许多几何知识,并不断地丰富起来,形成了人类知识的一个部分.

谈起几何学的发展历史,就会联想到古埃及尼罗河的故事. 相传 4000 多年前,尼罗河每年洪水泛滥把两岸的土地淹没,水退后河床常有变易,致使土地界线不明. 当时埃及的劳动人民为了明确自己耕地的界线,用步长测出土地的周界,并计算它们面积的大小,画出耕地的图形,作为划

分土地的依据。由于经常测量和画图、不断地积累和提高的结果,归纳出不少关于图形的知识,这样就产生了初步的几何学。

后来希腊人到埃及去经商,学到了测量和绘图的知识,再逐步加以补充,使这些初步的几何知识充实成为一门完整的几何学。“几何学”这个名词,希腊文原来的意义是“测量土地的技术”,一直沿用到今天。

公元前 338 年,希腊人欧几里得在亚力山得里亚大学教课,他把埃及和希腊的几何学知识,作了系统的总结和整理,写成一本《几何原本》。这本书对于几何学的发展,曾起了很大的作用。

我国的祖先对于几何学很早就有研究,同埃及和希腊人一样作出了光辉的成绩。在我国黑陶文化时期(约公元前一千年),陶器上的花纹就有菱形、正方形和圆内接正方形等等的图样(图 3)。



图 3

在墨翟(约公元前 500 年)所著的《墨经》里,提出了关于几何图形的一些知识。在古算书《九章算术》里,载有土地面积和物体体积的计算方法。在另一本古算书《周髀算经》里,叙述了关于直角三角形的边长的比为 3:4:5,

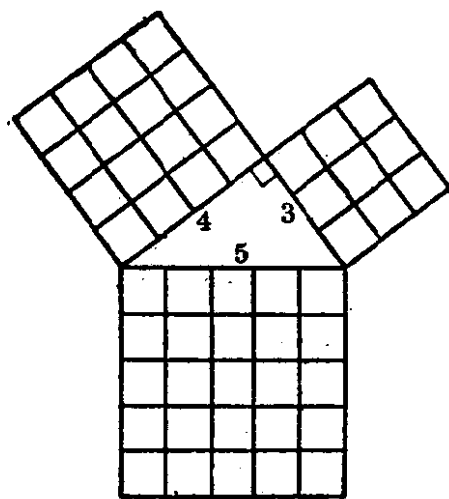


图 4

这个例子说明直角三角形斜边上所作的正方形面积等于两条直角边上所作正方形面积的和(图 4)。

我国数学家祖冲之(公元 429~500 年)计算的圆周率 π , 已准确到第七位小数, 就是 $3.1415926 < \pi < 3.1415927$, 他还用 $\frac{355}{113}$ 近似地表示 π 的值, 可以准确到第六位小数, 后人把 $\frac{355}{113}$ 简称密率, 这在当时是一项了不起的科学成就. 圆周率 π 的这个近似值, 直到十五世纪, 才由伊斯兰国家的数学家阿尔·卡西达到了祖冲之所计算的精确度.

可以查考的例子还很多, 这里不多举了.

3. 组成几何图形的元素

如果我们只考虑一个物体的形状和大小, 不管它的其他性质时, 这样的物体也叫做几何体. 例如图 5 中一根圆形的木料和一只圆形的铅桶, 尽管它们的颜色、重量和其他性质都不相同, 但是只考虑它们外表的形状时, 都是一个圆柱形的几何体.

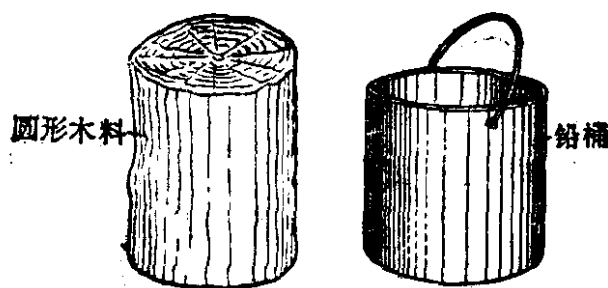


图 5

又如图 6 中一个皮球和一个和它同样大小的木球, 虽然它们的其他性质都不相同, 但却是两个大小完全相等的球体.

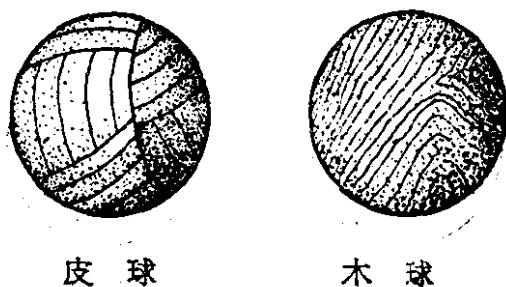


图 6

我们知道, 任何物体都占有一部分空间, 都用它的表面和它的周