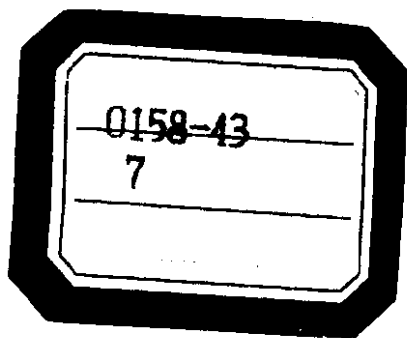


高 等 学 校 教 材

离散数学

耿素云 屈婉玲 编著 高等教育出版社





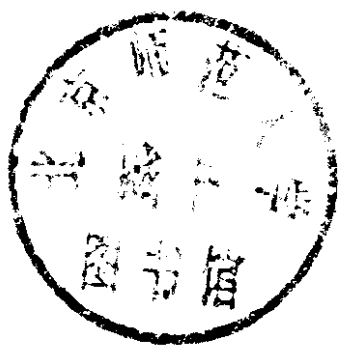
1751664

高等学校教材

离散数学

耿素云 屈婉玲 编著

501217/13



高等教育出版社



北师大图书 B1370051

C158-43/7.

1751664

(京)112号

图书在版编目(CIP)数据

离散数学/耿素云,屈婉玲编著.-北京:高等教育出版社,1998

高等学校教材

ISBN 7-04-006421-9

I.离… II.①耿… ②屈… III.离散数学-高等学校-教材 IV.0158

中国版本图书馆CIP数据核字(98)第00724号

*

高等教育出版社出版

北京沙滩后街55号

邮政编码:100009 传真:64014048 电话:64054588

新华书店总店北京发行所发行

北京印刷厂印装

*

开本850×1168 1/32 印张14.125 字数360 000

1998年6月第1版 1998年6月第1次印刷

印数0 001—10 100

定价13.60元

凡购买高等教育出版社的图书,如有缺页、倒页、脱页等质量问题者,请与当地图书销售部门联系调换

版权所有,不得翻印



北师大图书 B1370051

内 容 简 介

本书包括离散数学中的四部分内容:数理逻辑(包含命题逻辑与一阶逻辑的基本概念、等值演算以及推理理论),集合论(包含集合代数、二元关系、函数和基数),代数结构(包含代数系统、半群与群、环与域、格与布尔代数),图论(包含图的基本概念、欧拉图与哈密顿图、树、平面图及图的着色、图的某些特殊的顶点子集与边子集)。

本书是教育部高等学校“九五”教材建设规划内教材,可作为普通高等学校计算机专业本科生离散数学课程的教材,亦可供其它计算机相关专业学生和工作人员阅读参考。

前 言

计算机的发明揭开了本世纪科技史上最辉煌的一页,特别是进入信息化社会的今天,计算机与人的生活已融为一体,密不可分.伴随着计算机科学技术的迅猛发展,作为支撑学科的离散数学正变得越来越重要.离散数学属于现代数学的范畴,是研究离散量的结构及相互关系的学科.它在可计算性与计算复杂性理论、算法与数据结构、程序设计语言、数值与符号计算、操作系统、软件工程与方法学、数据库与信息检索系统、人工智能与机器人、网络、计算机图形学以及人机通信等各个领域,都有着广泛的应用.作为一门重要的专业基础课,通过离散数学的教学,不仅能为学生的专业课学习及将来所从事的软、硬件开发和应用研究打下坚实的基础,同时也能培养他们抽象思维和严格逻辑推理的能力.

本书系教育部高等学校“九五”教材建设规划内教材,根据国家教育委员会颁布的计算机软件专业教学基本要求,本书包含了四部分内容:数理逻辑、集合论、代数结构与图论.全书体系严谨、叙述深入浅出,并配有大量的习题,可作为普通高等学校计算机或相关专业的本科生教材.根据我们的经验,使用本书可在160学时内完成全部教学任务.如果采用120学时的教学计划,可以删去第九章、第十二章、第十八章以及第十一章的部分内容.

本书的数理逻辑和图论部分(第一章至第五章、第十四章至第十八章)由耿素云编写,集合论和代数结构部分(第六章至第十三章)由屈婉玲编写.在编写过程中,我们参阅了大量的离散数学书籍和资料,在此向有关作者表示衷心的感谢.本书付梓前,山东大学的马绍汉教授、郭清泉教授、马军教授和徐秋亮副教授认真地审阅了全稿,并提出了许多宝贵的意见和建议,在此我们表示深深的

谢意。

最后,我们诚恳地期待着读者对本书的批评和指正。

作 者

1997年4月于北京大学

目 录

第一部分 数理逻辑

第一章 命题逻辑基本概念	3
1.1 命题与联结词	3
1.2 命题公式及其赋值	12
习题一	19
第二章 命题逻辑等值演算	22
2.1 等值式	22
2.2 析取范式与合取范式	31
2.3 联结词的完备集	45
习题二	49
第三章 命题逻辑的推理理论	52
3.1 推理的形式结构	52
3.2 自然推理系统 P	59
习题三	66
第四章 一阶逻辑基本概念	69
4.1 一阶逻辑命题符号化	69
4.2 一阶逻辑公式及解释	77
习题四	85
第五章 一阶逻辑等值演算与推理	88
5.1 一阶逻辑等值式与置换规则	88
5.2 一阶逻辑前束范式	94
5.3 一阶逻辑的推理理论	98
习题五	105

第二部分 集 合 论

第六章 集合代数	111
6.1 集合的基本概念	111
6.2 集合的运算	115
6.3 集合恒等式	121
习题六	126
第七章 二元关系	132
7.1 有序对与笛卡儿积	132
7.2 二元关系	135
7.3 关系的运算	138
7.4 关系的性质	149
7.5 关系的闭包	156
7.6 等价关系与划分	161
7.7 偏序关系	166
习题七	170
第八章 函数	176
8.1 函数的定义与性质	176
8.2 函数的复合与反函数	183
习题八	189
第九章 集合的基数	192
9.1 集合的等势与优势	192
9.2 集合的基数	200
习题九	205

第三部分 代 数 结 构

第十章 代数系统	209
10.1 二元运算及其性质	209
10.2 代数系统	221
习题十	224
第十一章 半群与群	227

11.1 半群与独异点	227
11.2 群的定义与性质	231
11.3 子群	239
11.4 陪集与拉格朗日定理	243
11.5 正规子群与商群	251
11.6 群的同态与同构	255
11.7 循环群与置换群	264
习题十一	275
第十二章 环与域	279
12.1 环的定义与性质	279
12.2 整环与域	283
习题十二	287
第十三章 格与布尔代数	288
13.1 格的定义与性质	288
13.2 子格与格同态	295
13.3 分配格与有补格	300
13.4 布尔代数	305
习题十三	318
第四部分 图 论	
第十四章 图的基本概念	323
14.1 图	323
14.2 通路与回路	336
14.3 图的连通性	338
14.4 图的矩阵表示	346
14.5 图的运算	351
习题十四	352
第十五章 欧拉图与哈密顿图	356
15.1 欧拉图	356
15.2 哈密顿图	362
15.3 带权图与货郎担问题	369

习题十五	370
第十六章 树	373
16.1 无向树及其性质	373
16.2 生成树	376
16.3 根树及其应用	380
习题十六	390
第十七章 平面图及图的着色	393
17.1 平面图的基本概念	393
17.2 欧拉公式	397
17.3 平面图的判断	401
17.4 平面图的对偶图	404
17.5 图中顶点的着色	407
17.6 地图的着色与平面图的点着色	409
17.7 边着色	410
习题十七	412
第十八章 支配集、覆盖集、独立集与匹配	416
18.1 支配集、点覆盖集与点独立集	416
18.2 边覆盖集与匹配	418
18.3 二部图中的匹配	422
习题十八	425
名词与术语索引	427
符号注释	436
参考文献	440

第一部分

数理逻辑

第一章 命题逻辑基本概念

1.1 命题与联结词

数理逻辑是研究推理的数学分支,而推理必须包含前提和结论,且前提和结论又都是由陈述句组成的,因而陈述句就成了推理的基本要素.但并不是所有的陈述句都是推理的要素,数理逻辑中所要求的是能判断真假而不是可真可假的陈述句,称这样的陈述句为命题.在命题逻辑中,对命题的成分不再细分,因而命题就成了命题逻辑中最基本也是最小的研究单位.

作为命题的陈述句所表达的判断结果称为命题的真值,真值只取两个值:真或假.真值为真的命题称为真命题,真值为假的命题称为假命题.真命题表达的判断正确,假命题表达的判断错误.任何命题的真值都是唯一的.

判断给定句子是否为命题,应该分两步:首先判定它是否为陈述句,其次判断它是否有唯一的真值.

例1.1 判断下列句子是否为命题.

- (1) 4 是素数.
- (2) $\sqrt{5}$ 是无理数.
- (3) x 大于 y .
- (4) 月球上有冰.
- (5) 2000 年元旦是晴天.
- (6) π 大于 $\sqrt{2}$ 吗?
- (7) 请不要吸烟!
- (8) 这朵花真美丽啊!

(9) 我正在说假话.

解 本题的 9 个句子中,(6)是疑问句,(7)是祈使句,(8)是感叹句,因而这 3 个句子都不是命题.剩下的 6 个句子都是陈述句,但(3)与(9)不是命题.(3)无确定的真值,根据 x, y 的不同取值情况它可真可假,即无唯一的真值,因而不是命题.若(9)的真值为真,即“我正在说假话”为真,则(9)的真值应为假.反之,若(9)的真值为假,即“我正在说假话”为假,也就是“我正在说真话”为真,则又推出(9)的真值应为真.于是(9)的真值无法确定,它显然不是命题.像(9)这样由真推出假,又由假推出真的陈述句称为悖论,凡是悖论都不是命题.本例中,只有(1),(2),(4),(5)是命题.(1)为假命题,(2)为真命题.虽然今天我们还不知道(4),(5)的真值,但它们的真值客观存在,而且是唯一的,不久的将来就会知道(4)的真值,到 2000 年元旦(5)的真值就真相大白了.

对命题和它的真值的首次抽象,就是将命题和真值符号化.在本书中,用小写英文字母 $p, q, r, \dots, p_i, q_i, r_i \dots$ 表示命题,用“1”表示真,用“0”表示假,于是命题的真值取值为 0 或 1.在例 1.1 中,用 p, q, r, s 分别表示(1),(2),(4),(5)中命题,称为这些命题的符号化,其表示法为

p : 4 是素数.

q : $\sqrt{5}$ 是无理数.

r : 月球上有冰.

s : 2000 年元旦是晴天.

于是, p, q, r, s 就成了所表示命题的代表.其中 p 的真值为 0, q 的真值为 1, r, s 的真值暂时不知道.

在例 1.1 中, p, q, r, s 所表示的命题都是简单陈述句,它们都不能被分解成更简单的陈述句了,称这样的命题为简单命题或原子命题.但在各种论述和推理中,所出现的命题多数不是简单的陈述句,而是由简单陈述句通过联结词联结而成的陈述句,称这样的命题为复合命题.

例1.2 将下面这段陈述中所出现的原子命题符号化,并指出它们的真值,然后再写出这段陈述.

$\sqrt{2}$ 是有理数是不对的;2是偶素数;2或4是素数;如果2是素数,则3也是素数;2是素数当且仅当3也是素数.

解 这段陈述中出现5个原子命题,将它们分别符号化为

p : $\sqrt{2}$ 是有理数.

q : 2是素数.

r : 2是偶数.

s : 3是素数.

t : 4是素数.

p, t 的真值为0,其余的真值为1.将原子命题的符号代入这段陈述:

“非 p ”;“ q 并且(与) r ”;“ q 或 t ”;“如果 q ,则 s ”;“ q 当且仅当 s ”.

例1.2中最后给出的这段陈述的形式,不妨称它为半形式化形式,这种形式不会令人满意.数理逻辑研究方法的主要特征是将论述或推理中的各种要素都符号化,即构造各种符号语言来代替自然语言,我们称完全由符号所构成的语言为形式语言.为了达到这个目的,就要求进一步抽象化,即将联结词也符号化.在例1.2中出现的联结词有5个:“非”、“并且”、“或”、“如果…,则…”、“当且仅当”,这些联结词是自然语言中常用的联结词.但自然语言中出现的联结词有的具有二义性,因而在数理逻辑中必须给出联结词的严格定义,并且将它们符号化.

定义1.1 设 p 为命题,复合命题“非 p ”(或“ p 的否定”)称为 p 的否定式,记作 $\neg p$,符号 \neg 称作否定联结词.并规定 $\neg p$ 为真当且仅当 p 为假.

由定义可知, $\neg p$ 的逻辑关系为 p 不成立,因而当 p 为真时, $\neg p$ 为假,反之当 p 为假时, $\neg p$ 为真.

在例1.2中,“非 p ”可符号化为 $\neg p$,由于 p 的真值为0,所以

$\neg p$ 的真值为 1.

定义1.2 设 p, q 为二命题, 复合命题“ p 并且 q ”(或“ p 与 q ”)称为 p 与 q 的合取式, 记作 $p \wedge q$, \wedge 称作合取联结词. 并规定 $p \wedge q$ 为真当且仅当 p 与 q 同时为真.

由定义可知, $p \wedge q$ 的逻辑关系为 p 与 q 同时成立, 因而只有 p 与 q 同时为真, $p \wedge q$ 才为真, 其它情况 $p \wedge q$ 均为假.

在例 1.2 中, “ q 并且 r ”符号化为 $q \wedge r$, 由于 q 与 r 的真值全为 1, 所以 $q \wedge r$ 的真值为 1.

使用联结词 \wedge 需要注意两点: 其一是 \wedge 的灵活性. 自然语言中的“既…, 又…”, “不但…, 而且…”, “虽然…, 但是…”, “一面…, 一面…”等联结词都可以符号化为 \wedge . 其二, 不要见到“与”或“和”就使用联结词 \wedge .

例1.3 将下列命题符号化.

- (1) 吴颖既用功又聪明.
- (2) 吴颖不仅用功而且聪明.
- (3) 吴颖虽然聪明, 但不用功.
- (4) 张辉与王丽都是三好生.
- (5) 张辉与王丽是同学.

解 首先将原子命题符号化:

p : 吴颖用功.

q : 吴颖聪明.

r : 张辉是三好生.

s : 王丽是三好生.

t : 张辉与王丽是同学.

(1)到(4)都是复合命题, 它们使用的联结词表面看来各不相同, 但都是合取联结词, 都应符号化为 \wedge , (1)到(4)分别符号化为 $p \wedge q, p \wedge q, q \wedge \neg p, r \wedge s$. 在(5)中, 虽然也使用了联结词“与”, 但这个联结词“与”是联结该句主语的, 而整个句子仍是简单陈述句, 所以(5)是原子命题, 符号化为 t .

定义1.3 设 p, q 为二命题, 复合命题“ p 或 q ”称作 p 与 q 的析取式, 记作 $p \vee q$, \vee 称作析取联结词. 并规定 $p \vee q$ 为假当且仅当 p 与 q 同时为假.

由定义可知, 若 $p \vee q$ 为真, 则 p 与 q 中至少一个成立, 因而只有 p 与 q 同时为假时, $p \vee q$ 才为假, 其它情况下 $p \vee q$ 均为真.

在例 1.2 中, “ q 或 t ”符号化为 $q \vee t$. 由于 q 为真, 所以 $q \vee t$ 为真.

以上定义的析取联结词 \vee 的逻辑关系是严格的, 但自然语言中的“或”具有二义性, 用它联结的命题有时具有相容性, 有时具有排斥性, 对应的联结词分别称为相容或和排斥或.

例1.4 将下列命题符号化.

- (1) 张晓静爱唱歌或爱听音乐.
- (2) 张晓静是江西人或安徽人.
- (3) 张晓静只能挑选 202 或 203 房间.

解 在解题时, 先将原子命题符号化.

- (1) p : 张晓静爱唱歌.
- q : 张晓静爱听音乐.

显然(1)中“或”为相容或, 即 p 与 q 可以同时为真, 符号化为

$$p \vee q$$

- (2) r : 张晓静是江西人.
- s : 张晓静是安徽人.

易知, (2) 中“或”应为排斥或, 但 r 与 s 不能同时为真, 因而也可以符号化为

$$r \vee s$$

- (3) t : 张晓静挑选 202 房间.
- u : 张晓静挑选 203 房间.

由题意可知, (3) 中“或”应为排斥或. t, u 的联合取值情况有四种: 同真, 同假, 一真一假(两种情况). 如果也符号化为 $t \vee u$, 张