

测量技术的实验设计法

〔日〕田口玄一 著

CELIANG JISHU DE
SHIYAN SHEJIFA

机械工业出版社

P207
f. 3

测量技术的实验设计法

W8/01

〔日〕田口玄一 著

郭玉伟 李 静 译

许文林 袁子仁 校



机 械 工 业 出 版 社

本书是将实验设计法运用于测量技术领域的一本专著。前八章详细介绍了测量误差的定量评价与经济评价的具体方法。后八章从实验设计的角度对减小测量误差、改善测量方法的实验设计法，各种因子的分类与确定，信噪比（SN比）的求解与分析方法等进行了详细的讨论。

本书立足于实际问题的计算和应用，内容涉及面较广，具有一定深度，采用对话形式，叙述深入浅出，实例丰富，讲解透彻，并配有习题和答案。因此极适合测量技术和实验设计领域的广大技术人员、科研人员和管理人员自修之用，同时也可供大专院校有关专业师生参考。

計測技術のための実験計画法

青山学院大学教授 理学博士

田口玄一 著

壯光舍印刷株式会社

1980第一版

测量技术的实验设计法

[日]田口玄一 著

郭玉伟 李静 译

许文林 袁子仁 校

责任编辑 贺加华

封面设计 郭景云

机械工业出版社出版(北京阜成门外百万庄南里一号)

(北京市书刊出版业营业许可证出字第117号)

重庆印制第一厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本 850×1168 1/32 · 印张10 · 字数261千字

1988年6月北京第一版 · 1988年6月北京第一次印刷

印数 0.001—2,650 · 定价：3.80 元

1511.7 1988.6.13/TG·151

前　　言

本书是在计量研究所矢野宏博士再三规劝下，将计量管理协会机关杂志《计量管理》两年前连载16篇的“测量技术人员的数据分析”汇集成单行本的。在杂志连载过程中，为了使其尽可能通俗易懂，采用了测量技术专家“S”氏与通用技术专家“G”氏的对话形式，试图对测量技术领域中的专门问题——测量误差的评价方法以及改善测量方法的实验设计法加以阐明。

本书前八章较详细地叙述了测量误差的定量评价与经济评价的具体方法，一般从事测量技术的工作人员（指对测量方面较熟悉而对实验设计法是初学的人员）均可读懂并掌握。后八章从实验设计法的角度对测量误差的内部结构进行了透彻的分析，对减小测量误差的实验设计法，控制因子、信号因子、误差因子等因素的分类，内部设计与外部设计以及SN比的求解与分析方法等高级方法逐一进行了论述。

在杂志连载中，由于特意把通俗易懂作为主要着眼点，对文中出现的公式及表格的使用方法介绍很不详细，也未进行系统的整理。为了弥补这部分不足，本书以附表形式将那些在测量方法的研究中认为是必要的数据表及公式连同简单说明一起汇总附于书后，当仅根据正文和计算例子还不能完全理解时，请参照附表。

在篇幅上，本书尽量把测量误差所引起的社会损失的求解方法限制在质量管理领域内。尽管如此，仍希望读者能从本书了解到测量误差所引起的特性值的波动所造成的损失这一众多测量技术人员普遍关心的重要内容。此外，使读者在坚实经济基础上树立自信心来从事测量技术的研究，也是本书的愿望所在。

测量技术现已遍及机械、电气等领域，在化学领域中也相应

地渗透到微量分析等专业中。目前，不仅是工业界，社会上各个领域都需要有多种类型的测量方法，以及研制和开发新的测量仪器。当某一领域中研究出了先进的测试方法或仪器后，即使已在世界上占领了大部分市场，被限制进口的可能性也很小，这是因为它们的品种多，且大多数是面向中小型企业的。因此，作者衷心希望本书能对开发测量技术以及合理地研究改进测量方法起到促进作用。

在本书出版之际，谨向对原稿的内容及整理给予过特别关照的以矢野宏博士为首的计量研究所的诸位同仁，向对本书提供各种引用实例的日本电装公司的山本昌吾氏、日本标准协会校正方式委员会的各位委员以及在印刷校对过程中给予帮助的コロナ社的各位朋友表示深切的谢意。

田口玄一

1980年

目 次

前 言

第一章 校正方法与测量误差	1
1.1 测量误差的评价	1
1.2 各种校正方法	5
1.3 误差方差的求法	10
习题	13
注 测量误差的经济评价	14
*1.1 质量与测量误差	14
*1.2 由测量误差造成的损失	14
*1.3 求由误差造成的损失和产品质量的公式	15
*1.4 为便于管理进行测量的情形	18
第二章 比例校正与SN比	20
2.1 测量方法的比较与测量方法的误差方差	20
2.2 转动惯量的测定	21
2.3 一般公式	26
2.4 测转动惯量时的SN比	31
习题	34
第三章 测量误差及其改善方法	35
3.1 比例式校正	35
3.2 定点校正与一次式校正	38
习题	43
注 测量误差的公式	44
*3.1 测量误差的公式(比例式校正, 标准为一个时)	44
*3.2 测量误差的公式(一次式校正, 标准为两个时)	46
*3.3 测量误差的公式(一次式校正, 标准为三个以上 即 k 个时)	49
第四章 校正频率与误差变动	52
4.1 零点校正与误差变动	52
4.2 SN比的比较	54

4.3 改变校正周期的情形	62
习题	64
注 读数值与真值之差 SN 比的公式	65
*4.1 比例式校正的情形	65
*4.2 一次式校正的情形	66
第五章 信号因子水平的确定方法与SN比的比较(1)	67
5.1 信号因子及其水平	67
5.2 信号因子水平的确定方法——化学分析的例子	68
5.3 信号因子水平的确定方法——质量测定的例子	73
5.4 若干问题	79
习题	81
第六章 信号因子水平的确定方法与SN比的比较(2).....	82
6.1 测转动惯量的情形	82
6.2 轮圈的动平衡测量举例	85
6.3 信号因子水平的确定方法	88
习题	93
第七章 信号因子水平的确定方法与SN比的比较(3)	95
7.1 用回归变量(操作变量)求信号因子的水平	95
7.2 带有回归变量的 SN 比	96
7.3 回归变量不能很好控制的情形	104
第八章 信号因子水平的确定方法与SN比的比较(4)	108
8.1 信号因子水平及若干问题	108
8.2 硬度测试的实验举例(丰田自工門野氏提供)	109
8.3 无重复的情形	116
第九章 误差问题	123
9.1 内部随机误差与外部随机误差	123
9.2 误差原因的分类	124
9.3 标准室的作用	129
9.4 试样误差的问题	132
第十章 误差因子的选取方法	136
10.1 质量测量中的误差因子	136
10.2 误差因子与 SN 比	140

10.3 改变校正周期的情形	147
第十一章 改善SN比的实验设计(1)	150
11.1 信号因子与误差因子	150
11.2 SN比的计算方法	152
11.3 误差因子及其控制措施	154
11.4 SN比的置信界限	158
第十二章 改善SN比的实验设计(2)	162
12.1 内部正交表, 控制因子的安排	162
12.2 外部正交表, 信号因子的安排	165
12.3 SN比的计算	168
12.4 方差分析	170
12.5 因素显著性判断	173
第十三章 求解标准固有误差的实验设计法	174
13.1 标准的误差	174
13.2 直读天平的实验	175
13.3 方差分析	179
13.4 标示值误差的问题与数据分析法	182
13.5 求砝码标示值误差方差的实验设计法	185
第十四章 标准误差的求法	189
14.1 标准标示值的误差	189
14.2 环规的例子	195
14.3 信号因子效应的多项式展开	200
第十五章 标准稳定性的实验设计与数据分析	204
15.1 标准的稳定性	204
15.2 稳定性的实验设计	205
15.3 数据分析	208
15.4 变化量的预测	212
15.5 标准的校正周期	215
第十六章 二次校正式	218
16.1 二次回归式	218
16.2 计算举例	221
16.3 校正方法	226

16.4 估计值的置信界限	228
附录	231
1. F 表的使用方法	231
2. 正交多项式系数表及其使用方法	231
3. SN 比关系基本公式的使用方法	249
4. 测试关系的公式	272
5. 求 SN 比的置信界限用表及其使用方法	276
6. 正交表和点线图	290
习题答案	309

第一章 校正方法与测量误差

1.1 测量误差的评价

S：不懂得测量误差的处理方法，是很难办的。

G：测量误差一般定义为测量值减去真值，且不存在与此相反的值。最终问题是，如何在真值不明确时求出测量误差的大小。如果存在其它方法，能十分准确的搞清真值，测量也就没必要了。

S：家庭用的测试工具有尺子、体重秤、钟表等，其中只能知道钟表与真值之差，可每隔十秒钟通过电话知道时间的真值。

G：但报时也有百分之一秒左右的误差，所以，报时值也不能说是真值。然而，如果测试值小于测量仪器误差两位数，也不妨就把它看作是真值。我们的手表一般都有一秒的指示误差，所以，可以把只有百分之一秒误差的报时值视为真值。

S：为什么能将少于误差两位数的测量值（作为一般术语，我们将测量求得的读数值称为测量值）看作是真值呢？

G：在测量领域，误差越大损失就越大。即测量值等于真值时，损失为零，测量值与真值差得越大，损失也就越大。下面，我们假设测量值为 y ，此时的损失函数为 $L(y)$ 。如果假设真值为 m ，那么，在测量值 y 等于 m 时，损失 $L(y)$ 便为零，即

$$L(m)=0 \quad (1.1)$$

再以 m 为中心，将损失 $L(y)$ 进行泰勒展开，得

$$\begin{aligned} L(y) &= L(m+y-m) \\ &= L(m) + \frac{L'(m)}{1!}(y-m) \\ &\quad + \frac{L''(m)}{2!}(y-m)^2 + \dots \end{aligned} \quad (1.2)$$

但

$$L(m)=0, \quad L'(m)=0$$

S: 为什么函数 $L(y)$ 在 m 点的导数 $L'(m)$ 为零呢?

G: 因为测量值 y 为真值 m 时, 损失最小, 所以这时的导数为零。不论测量值 y 比真值大, 还是比真值小, 都将产生损失。

S: 比如测定铁矿石中的成分, 如果其测定值小于真值 m , 不是对购买者有利了吗?

G: 在这种情况下, 卖者就亏了。因此就要考虑 **买卖双方的盈亏加在一起的损失**。

S: 将二者的盈亏加起来不等于零吗?

G: 实际上并不是这样。当铁矿石的成分出现比真值小的数值时, 买者相信了这个数值, 在决定高炉作业的原料掺合量时, 就要偏离最佳值, 因此就要出现不良品。过量的成分就是损失。这个损失也许只有一点儿, 但这决不只是卖者所失掉的那部分, 也不会成为盈利。

S: 关于损失函数还有些地方不太清楚, 测量人员应能直观地理解测量误差越小损失就越小这一概念。这样一来, 在展开式(1.2)中, 因为 $L(m)$ 、 $L'(m)$ 都为零, 所以展开式为

$$L(y)=\frac{L''(m)}{2!}(y-m)^2+\dots \quad (1.3)$$

测量值 y 与真值之差的平方项就成了伴随测量误差损失的主项。

G: 精确的损失函数大多是不清楚的, 因而不论其损失函数大小, 都可以认为测量误差损失的主项与误差的平方成正比。损失函数 $L(y)$ 以 k 作为比例常数, 便可得近似式为

$$L(y)\approx k(y-m)^2 \quad (1.4)$$

所谓某种测量方法误差的大小, 就是指用该测量方法进行数次测量时所得误差平方的平均值, 即用所谓误差方差 σ^2 (均方差) 表示其测量方法的误差大小。用这种方法进行一次测量时的平均损失就等于 $k\sigma^2$, 即

$$L(y)=k\sigma^2 \quad (1.5)$$

S: 这样, 损失函数由式(1.5)给出, 所以, 当误差值小

位时，其平方将小于四位。

G：是的。由误差产生的损失与误差大小的平方成正比，所谓误差小于两位数，也就是损失小于万分之一，因此可忽略不计。

S：钟表可每隔两小时求出误差。对于尺子和体重秤，则因家庭中不清楚其真值，而不能求出误差。

G：实际上，钟表即使在早晨六点报时时调整误差，仍存在以后的二十四小时中误差是多少的问题。而且只在某一天求出每隔两小时的误差，第二天是否还是如此，也仍然是个问题。

S：那就是说求误差的大小，不论真值是否明确都存在问题了。

G：以家庭用的竹尺为例，生产竹尺的厂家在尺子的寿命期限内，必须控制其误差的大小。

S：据说测量仪器的误差不得大于刻度间隔，这是为什么呢？

G：实际上为了防止测量时的读数误差，刻度间隔最好大于测量误差。另外，在用卷尺测量人体尺寸时，要比用同一卷尺测量固体产生的误差大得多。因此，由被测物的状态而产生的误差大小也是不同的。

S：若是这样，误差大小的求解方法就更不好理解了。

G：例如在一个家庭中用一把尺子进行了 N 次测量。设 N 次测量值为 y_1, y_2, \dots, y_N ，假如此时的真值是已知的，分别为 M_1, M_2, \dots, M_N ，则误差大小的平均值可用下面的**误差方差**表示：

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \left\{ (y_1 - M_1)^2 + (y_2 - M_2)^2 + \dots + (y_N - M_N)^2 \right\} \quad (1.6)$$

S：实际上求式(1.6)中的 σ^2 是不可能的。因为被测物的真值 M_1, M_2, \dots, M_N 是未知的。

G：确实是这样。再以钟表为例，如果钟表在其有效工作期

内，需要提供 N 次时间，到时候由此钟表读出时间。设其读数值为 y_1, y_2, \dots, y_N ，与此同时，再检查报时，设真实时间分别为 M_1, M_2, \dots, M_N ，由式(1.6)求出二者之差的平方和的平均值，就是误差方差 σ^2 。

S：如果真值为已知，那么用式(1.6)求解误差方差总是可能的。但是，既然真值已经知道，则测量值 y_1, y_2, \dots, y_N 也就用不着了。

G：说穿了就是这么一回事。每次测量都进行测量值与真值的比较是无意义的。拿钟表来说，即使是相当认真的人，一天也只不过校正一次；而且现代的钟表误差越来越小，多数人几乎是一个月校正一次。

S：这样一来，将钟表的测量值与真值进行比较求其误差只需一个月进行一次，将误差修正为零，进行所谓定点校正。实际上并不是为了比较真值和测量值来得出误差，而是为了使误差为零，将表针调整到正确的位置罢了。

G：如果一个月校正一次钟表，校正时将误差调至零，则由于此次校正与下一次校正之间不再进行校正，因此就可以相信自己钟表的读数值了。这个测量值和真值之差平方后的平均值就是所谓校正之后的误差方差。

S：这样，一个月校正一次，就需要考察一下一个月内产生多少误差。例如，每6小时进行一次，累计30天，求出钟表的读数值与报时数值之差平方和的平均值，然后求出误差方差。数据的个数 N 为 $4 \times 30 = 120$ 个。

G：是这样，实际上某个月的误差与下个月的误差可能有差别，所以，只有一月的数据是不够的。

S：那么尺子的校正如何进行呢？尺子能不能校正呢？

G：家庭用的竹尺在工厂生产时就和真值进行了比较，加以校正，所以，尺子只在最初校正一次。

S：塑料尺是用压力机自动压制而成的，那么就不用一根一根地进行误差校正了吧？

G：用压力机连续生产时，常常是取样品校正。当取相邻两次样品与真值比较，且误差很小时，则认为在这两次取样之间生产的产品误差都很小。虽然允许进行合理的校正工作，但是，对厂家来说，无论生产什么产品，至少在制造时要保证与真值之差足够小。

S：也就是说，厂家尽管是定时抽检，但仍然是保证产品全部合格的合理方法。

G：是的。关于合理进行测量仪器的质量管理，我们另外再谈。

S：那么尺子或体重秤在生产时或出厂时必须进行校正，能修正的产品就加以修正，修正不了的产品就该报废了吧？就是说，进行产品与真值之差的校正，只出厂误差小的产品。

G：拿体重秤来说，仅有零点偏差，在家庭中就可以校正。在测量体重之前，如果指针偏离零点，此偏离值是可以得到校正的。

S：如100公斤体重秤的校正，在空载情况下，读数值是0.2公斤，如果载重100公斤时的读数值是100.2公斤，则可以作为合格品出厂。

G：另外一个重要问题是使整个刻度间隔精确相等。正因为如此，体重秤只需要检查刻度的间隔，而零点则可以在家庭中校正。

1.2 各种校正方法

S：为了进行校正，就需要有弄清真值的方法。家庭用的测量仪器类几乎都校正不了。温度计等连零点都校正不了。机械式的温度计虽然带有校正用的螺钉，但是因为没有确定真值的标准，所以无法使用。如同测水的三态点或沸点，这在家庭中是不能简单进行的……。

G：家庭中买了体重秤后，马上称量一下质量变化小的金属制品或其它制品的重量，以这些为标准，测一下秤的误差。如果

买来的秤测量误差很小，那么，就可以按刚买来时的精确程度校正误差。

S: 那使用什么校正方法呢？

G: 测量体重 M 时，首先设零点读数值为 y_0 ，其标准数值为 M_1 ，读数值为 y_1 ，并设称自己体重时的读数值为 y 。则体重 M 便可按下式求出：

$$M = M_1 - \frac{y - y_0}{y_1 - y_0} \quad (1.7)$$

S: 式(1.7)是怎么求出的？

G: 此时，对于零点、标准、自己的体重读出三个刻度值。在质量 M 和读数值 y 之间有一次式：

$$y = \alpha + \beta M \quad (1.8)$$

当 $M=0$ 时， y 的读数值是 y_0 ，当 M 是 M_1 时， y 读数值是 y_1 ，因此

$$y_0 = \alpha \quad (1.9)$$

$$y_1 = \alpha + \beta M_1 \quad (1.10)$$

由上式求得 α 和 β 分别为

$$\alpha = y_0 \quad (1.11)$$

$$\beta = \frac{y_1 - y_0}{M_1} \quad (1.12)$$

所以，测量体重 M 的读数值为 y 时， y 和 M 的关系式为

$$y = \alpha + \beta M = y_0 + \frac{y_1 - y_0}{M_1} M \quad (1.13)$$

以此式求解 M 便得出式(1.7)。这就是用零点和 M_1 点这两个标准进行校正时的一次式。

S: M_1 没有误差时，式(1.7)很好理解。但是当 M_1 有误差时将怎样理解呢？

G: 关于标准本身存在误差的问题，准备在后面进一步讨论。现在暂时假定标准不存在误差。

S: 除一次式校正外，还有哪些校正呢？

G: 关于校正本身，有：

- (1) 不校正;
- (2) 零点校正、定点校正;
- (3) 斜率校正(比例式校正、 β 校正);
- (4) 一次式校正;
- (5) 曲线校正等等。

家庭进行的校正主要是不校正或零点校正，很少进行(3)~(5)的校正。但是作为厂家，不是对全部产品进行(3)、(4)、(5)中的一种校正，就是对以某种时间间隔取样的产品进行校正。对于这些各种各样的校正方法，我们逐步加以说明。

S：校正方式的种类除以上五种外，另外一个问题是在消费者手里后的校正。即使限于家庭的校正，但有时仍出现以下四种情形：

- (1) 不校正。
- (2) 以某种时间间隔进行零点或基准点的校正。
- (3) 以某种时间间隔进行一次式校正。
- (4) 以不同的时间间隔进行刻度间隔 β 的校正和基准点校正。

G：家庭用的校正方法，一般是(1)不校正和(2)定点校正，几乎很少有人进行(3)、(4)那种一次式校正。

S：生产测量仪器的厂家要限制误差，如石英钟的误差为

$$\text{月误差} = \pm 5(\text{s})$$

这里月误差 $\pm 5\text{s}$ 的意思是否就是每月校正一次时的误差值不超过 $\pm 5\text{s}$ ？

G：是的。校正在这里的意思就是每月和报时比较一次，误差大就进行修正。但并不是说气温在 -5°C 以下也能保证误差范围。所谓只能进行零点校正或基准点校正，这个问题不仅对家庭，而且对普通的小商店、或者使用这种测量仪器的厂家不也一样吗？在这个意义上，划出回转体动态不平衡量的测试线或定量分析的测量线，就成了测量人员进行的一次式校正，这是使用者自己进行的高级校正工作。

S：这就是说可以认为厂家一般进行一次式校正，而使用者则多是进行较简单的定点校正或不校正。

G：对。但是，由于这种讨论是针对测量方法的研究人员、生产测量仪器的厂家和定量分析人员的，因此，我们重点谈一下一次式校正的原则。

S：难道这种测量方法或测量仪器到用户手中后产生的误差就不重要了吗？

G：这是一个很重要的问题，实际上，测量误差大致分为两个范畴：

（1）最优测量方法或测量仪器的开发，

（2）最优测量方法或测量仪器确定之后，应求出其测量方法的误差大小。

前者是测量人员和生产测量仪器厂家内部研究的问题，在这种情况下，至少要进行一次式校正。实际上，即使没有标准，往往也能求出正确的误差方差。

S：这一点还不太清楚，能否举些具体的例子说明一下？

G：这个问题很难简单说明。比如说打算用一天或两天时间，比较两种钟表的设计。一般情况下，钟表如果在一天里的误差小，那么在更长的时间里，它的误差仍然小，也就是说一般情况下误差的比较没那么麻烦。但是，当某种测量方法作为最佳方法被选出来后，其测量方法怎样使用以及产生多大的误差，都必须考虑到使用该方法的人员所用的校正方法、使用条件以及劣化等造成的影响。

S：比较测量方法时，是否都要考虑使用人员的差别、使用条件、校正间隔等因素呢？

G：这是一种理想的做法。为了达到这些条件，最好是制定测试计划。在目前的测量方法研究中，几乎都不考虑计划问题。也有人把在同一条件下反复测量同一被测物后得出的误差称作精度。尽管对不同真值的各种被测物通过所有测试条件得出的误差平均值一定是误差方差。