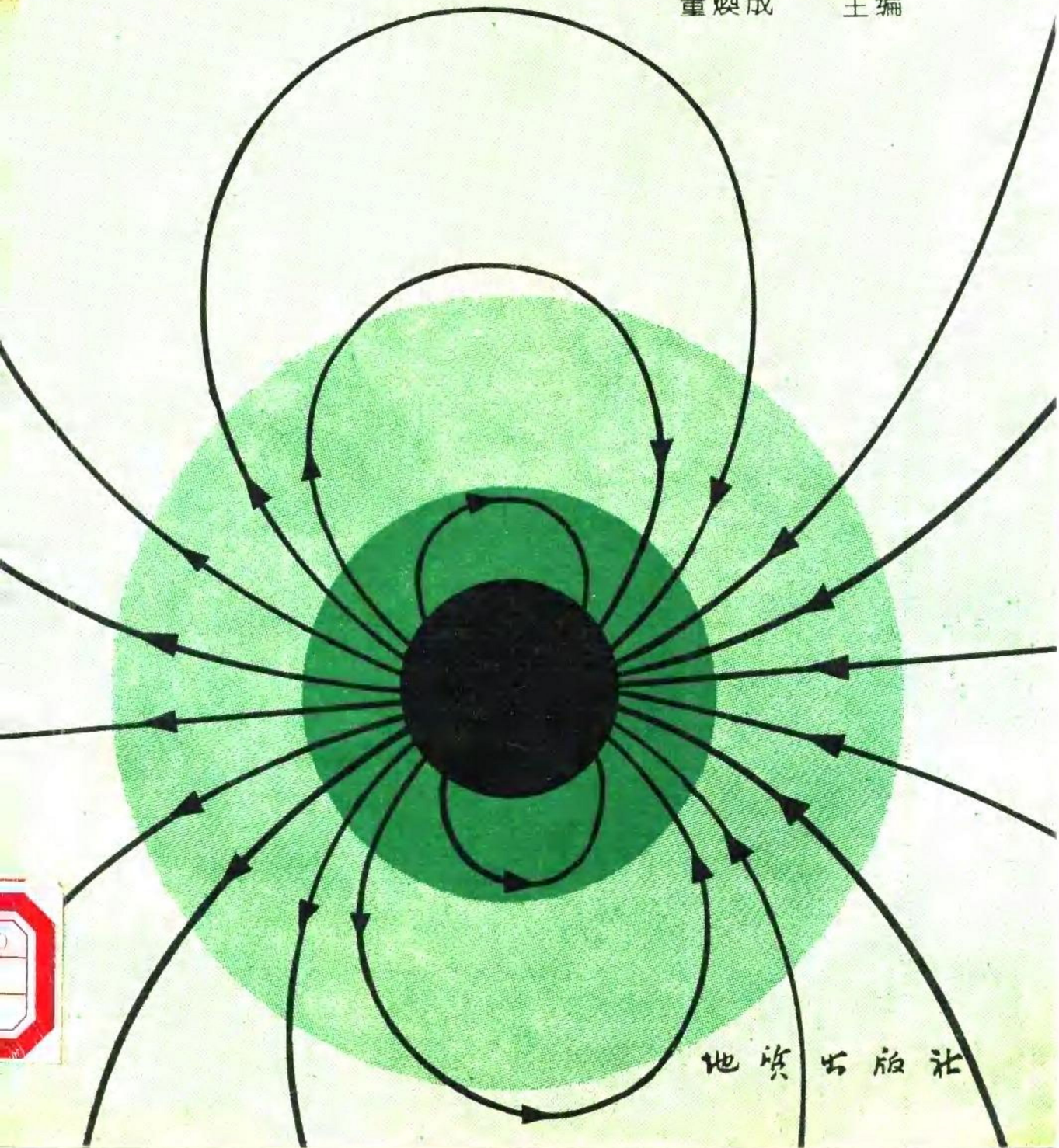




普通高等教育地质矿产类规划教材

重磁勘探教程

董焕成 主编



地质出版社

普通高等教育地质矿产类规划教材

重磁勘探教程

5935129

董焕成 主编

地质出版社

(京)新登字 085 号

内 容 简 介

本书将重、磁勘探混合编写,与常见的分编教材相比,体系和内容均有较大调整,集中了重力、磁法的共性(位场理论),突出了个性(同源重磁异常间的差别),避免了两方法相近内容之重复,并加强了二者的综合解释和应用。全书分九章,35万字。

本书对磁法公式的国际单位制化给予了特别的注意,优于其它同类书籍。

普通高等教育地质矿产类规划教材

重磁勘探教程

地质矿产部教材编辑室 编辑

董焕成 主编

责任编辑:袁 方

地质出版社出版

(北京和平里)

北京地质印刷厂印刷

(北京海淀区学院路29号)

新华书店总店科技发行所发行

开本: $787 \times 1092^{1/16}$ 印张: 15.125 字数: 356000

1993年5月北京第一版·1993年5月北京第一次印刷

印数: 1—1500册 定价: 7.35元

ISBN 7-116-01201-X/P·1015

前 言

本教程依据地质矿产部应用地球物理课程指导委员会重力组和磁法组制定的课程教学基本要求并结合长春地质学院四年来教学实践编写而成,适合于重、磁统一讲授,适用于90学时。

全书分九章,系统而简明地介绍了:地球的重力场和磁场,岩(矿)石的密度和磁性,重力仪和磁力仪,野外重磁测量,测量结果的整理计算,重磁异常的正演、反演理论,重磁异常的处理与转换,重磁异常的地质解释及重磁勘探的应用。

本教程有以下几个特点:

- ① 重、磁统一编写,体系有重大变化,内容有较大调整,突出了重磁的共性(位场理论),加强了个性(同源重、磁异常间的差别);
- ② 力求突出基本概念、基础知识、基本理论和基本技能;
- ③ 避免了重、磁分编教材的一些不必要的重复内容,贯彻了少而精原则;
- ④ 采用了国际单位制(SI),并对磁法中公式的国际单位制化给予了特别的注意;
- ⑤ 加强了重磁综合解释、地质解释及重磁勘探的应用。

先后参加我院重磁勘探课程统一讲授的教师有孙运生、董焕成、侯惠群、石宝林等。

本书由董焕成(绪论、第一、六、七、九章)、许延清(第二章)、侯惠群(第三章)、石宝林(第四、五章)、徐宝慈(第八章)编写,全书由董焕成修改统编,由申宁华、陈善主审。马淑艳绘制了书中大部分底图,长春地质学院绘图室清绘全部图件。

在课程建设过程中,得到了院系领导的大力支持,也得到了同行的热情鼓励。在教材编写过程中,参阅了以往的通用教材、兄弟院校的教材,引用了部分科研和生产成果,在此表示衷心谢意。

由于我们编写重磁统一讲授教材的经验不足,编写人员业务水平有限,书中的缺点和错误在所难免,敬请读者不吝赐教。

编 者

1992年4月

目 录

绪论	1
第一章 地球的重力场和磁场	3
§ 1.1 地球的形状及其内部结构	3
1.1.1 地球的形状	3
1.1.2 地球的内部结构	4
§ 1.2 基础知识	4
1.2.1 引力、惯性离心力和重力	4
1.2.2 引力位、离心力位和重力位	5
1.2.3 磁场强度、磁感应强度及磁极化强度、磁化强度	9
1.2.4 磁(标)位	10
1.2.5 磁位与引力位的关系——泊松公式	12
1.2.6 半空间和半平面边值问题的解	13
§ 1.3 重力和重力异常	14
1.3.1 正常重力	14
1.3.2 重力随时间的变化	15
1.3.3 决定重力的因素和重力异常	16
§ 1.4 地磁场和磁异常	19
1.4.1 地磁要素及地磁图	19
1.4.2 地磁场的表达式	21
1.4.3 地磁场随时间的变化	26
1.4.4 地磁场的构成和磁异常	29
习题	33
第二章 岩(矿)石的密度和磁性	35
§ 2.1 岩(矿)石的密度	35
2.1.1 决定岩(矿)石密度的主要因素	35
2.1.2 岩(矿)石密度的概述	35
§ 2.2 岩(矿)石的磁性	36
2.2.1 物质的磁性	36
2.2.2 岩(矿)石磁性特征	40
2.2.3 岩石的剩余磁性	43
2.2.4 有限物体的磁化强度与物体形状的关系	45
习题	48
第三章 重力仪和磁力仪	49
§ 3.1 概述	49
§ 3.2 重力仪	50
3.2.1 绝对重力仪	50

3.2.2 相对重力仪	50
§ 3.3 磁力仪	61
3.3.1 机械式磁力仪 (磁秤)	61
3.3.2 质子旋进磁力仪	64
3.3.3 光泵磁力仪	67
3.3.4 磁通门磁力仪	70
习题	71
第四章 野外重、磁测量	72
§ 4.1 重、磁测量工作的技术设计	72
4.1.1 地质任务	72
4.1.2 比例尺和测网	72
4.1.3 重、磁测量精度	73
§ 4.2 野外施工	74
4.2.1 仪器的检查和常数测定	74
4.2.2 测地工作	74
4.2.3 基点的布置与观测	74
4.2.4 测点、检查点和补充点的观测	74
4.2.5 地磁变观测	75
§ 4.3 岩 (矿) 石物性参数的研究方法	76
4.3.1 岩 (矿) 石标本的采集要求	76
4.3.2 标本物性测定方法	76
4.3.3 物性测定结果的统计整理方法	80
习题	82
第五章 重、磁观测数据整理及异常计算	84
§ 5.1 野外观数数据的初步整理	84
5.1.1 混合零点改正	84
5.1.2 基点网观测数据的整理与平差	85
§ 5.2 重、磁异常的计算	90
5.2.1 重力异常的计算	90
5.2.2 磁异常的计算	101
§ 5.3 重、磁异常图示	102
§ 5.4 重、磁异常的质量评价	103
5.4.1 重力异常的质量评价	103
5.4.2 磁异常的质量评价	104
§ 5.5 地层平均密度的确定	105
5.5.1 由重力试验剖面确定中间层的密度	105
5.5.2 利用井中重力测量结果计算地层的平均密度	105
习题	106
第六章 地质体的重磁异常	108
§ 6.1 正演概述	108
§ 6.2 简单条件下规则地质体的异常	109

6.2.1 球体的异常	109
6.2.2 无限长水平圆柱体的异常	116
6.2.3 台阶的异常	119
6.2.4 板状体的异常	126
6.2.5 长方体的异常	131
6.2.6 地质体与异常的对应关系	132
§ 6.3 复杂条件下的不规则地质体异常的计算方法	133
6.3.1 任意截面形状的水平二度体异常的计算方法	133
6.3.2 任意形状三度体异常的计算方法	134
6.3.3 单一物性界面异常的计算方法	135
6.3.4 起伏地形上异常的计算方法	138
6.3.5 叠加异常的计算方法	139
习题	140
第七章 重磁异常的反演方法	144
§ 7.1 反演方法概述	144
§ 7.2 地质体形状和产状的判断	145
7.2.1 地质体形状的判断	145
7.2.2 地质体倾向的判断	147
7.2.3 关于将走向有限地质体异常视为二度异常条件的讨论	149
§ 7.3 简单条件下的规则地质体异常的反演方法	150
7.3.1 解析法	150
7.3.2 切线法	157
7.3.3 异常波谱反演法	160
§ 7.4 复杂条件下的不规则地质体异常的反演方法	164
7.4.1 积分法	164
7.4.2 选择法	168
7.4.3 线性反演法	170
7.4.4 单一界面深度的计算方法	172
习题	178
第八章 重、磁异常的处理与转换	179
§ 8.1 概述	179
8.1.1 处理、转换的目的与作用	179
8.1.2 处理、转换的主要内容	179
§ 8.2 空间域异常处理与转换	180
8.2.1 数据网格化	180
8.2.2 异常的圆滑	181
8.2.3 解析延拓	182
8.2.4 分量转换	187
8.2.5 异常导数的计算	191
8.2.6 区域场与局部场的划分	195
§ 8.3 波数域异常处理与转换	198

8.3.1 解析延拓因子	198
8.3.2 计算异常导数因子	199
8.3.3 分量转换、化极及求磁源重力异常的因子	199
8.3.4 区域场与局部场的划分	200
8.3.5 视磁化率的计算	202
8.3.6 波谱分析方法	203
§ 8.4 重力归一化总梯度的计算方法及应用	206
8.4.1 方法的基本原理	206
8.4.2 归一化总梯度的计算方法	207
8.4.3 理论模型与应用实例	208
§ 8.5 统计分析在重磁异常解释中的应用	209
8.5.1 重磁异常的对对应分析	209
8.5.2 利用布格重力异常与莫霍面深度的相关性计算莫霍面深度	210
8.5.3 利用相关分析确定和追踪断裂构造	210
8.5.4 异常的统计分区与图象识别简介	213
习题	214
第九章 重磁资料的地质解释及重磁勘探的应用	215
§ 9.1 重磁资料地质解释的内容、方法和步骤	215
9.1.1 重磁资料的预分析和预处理	215
9.1.2 异常的定性解释	215
9.1.3 异常的定量解释	216
9.1.4 地质结论和图示	216
§ 9.2 重磁勘探的应用	217
9.2.1 重磁勘探在研究地壳深部构造中的应用	217
9.2.2 重磁勘探在区域地质调查中的应用	218
9.2.3 重磁勘探在石油、天然气勘查中的应用	221
9.2.4 重磁勘探在固体矿产勘查中的应用	224
9.2.5 重磁勘探在其它方面的应用	228
习题	231
主要参考文献	232
附录 (一) 重力勘探中常用物理量单位对照表	233
附录 (二) 磁法勘探中常用物理量单位对照表	234

绪 论

顾名思义，地球物理学是研究地球各种物理现象的科学。

实践中，人们更多地关心各种地球物理现象的测量及测量结果的实际应用，这一应用学科称作应用地球物理学。通常所说的应用地球物理学系指勘探地球物理学，它是以不同岩（矿）石间物理性质的差异为物质基础，利用物理学原理，通过观测和研究地球物理场的空间与时间的变化规律，实现地质勘查和找矿目标的一门应用学科。

重力勘探（简称重力法）和磁法勘探（简称磁法）是应用地球物理学（简称为物探）的两个重要分支。

重力勘探是以地壳中岩（矿）石间的密度差异为基础，通过观测和研究重力场的变化规律，查明地质构造和寻找矿产（藏）的一种物探方法。重力法主要用于探查含油气远景区中的地质构造、盐丘及圈定煤田盆地；研究区域地质构造和深部地质构造；与其它物探方法配合，在寻找金属矿产方面也取得了较好的地质效果。

磁法勘探是以岩（矿）石间的磁性差异为基础，通过观测和研究天然地磁场及人工磁场的变化规律，查明地质构造和寻找矿产（藏）的一种物探方法。磁法主要用于各种比例尺的地质填图；勘查油气构造及煤田盆地；预测成矿远景区；研究区域地质构造；寻找铁矿及含磁性矿物的金属矿和非金属矿。

早在 11 世纪中国人发明指南针并将其用于航海。指南针传入欧洲后，威廉·吉尔伯特（W. Gilbert, 1560~1603 年）提出地球是一个大磁体；1640 年瑞典人用指南针观测地磁场方向变化寻找磁铁矿；1870 年泰朗（Thalen）和铁贝尔（Tiberg）制成万能磁力仪，并用它普查铁矿，有人认为这标志着磁法的问世。

16 世纪伽里略（G. Galileo, 1560~1642 年）总结出自由落体定律；里歇（J. Richer, 1630~1690 年）利用摆钟进行天文观测中发现各地的重力加速度并非恒值；牛顿（I. Newton, 1642~1727 年）和惠更斯（C. Huygens, 1629~1695 年）几乎同时指出，这与他们认为地球是旋转的扁球体的推论相符，从而使人们对重力场的认识发生了新的飞跃；本世纪初，厄缶（V. Eötvös, 1848~1919 年）制成了测量重力变化率的扭秤，并用其在一些国家成功地找到了盐丘等储油构造，有人认为这标志重力法的诞生。

几十年来，由于人类对各种金属、非金属矿产需要量不断增加和对油气藏资源需要量的急剧增长，使磁法、重力法等应用地球物理方法得到了很大发展。尤其近 20 年来，电子学、材料科学及测试技术等现代科学技术的发展，使重力仪、磁力仪的测量精度明显提高；数字电子计算机的广泛使用，使重磁观测数据的计算整理，观测结果的处理、转换及解释推断，资料的存储和编排等均发生了深刻变化；计算数学、计算技术的发展，使重磁资料的解释理论不断发展和完善。

我国的磁力测量工作是本世纪 30 年代在云南开始的，重力测量工作是本世纪 40 年代在玉门开始的。但是，解放前的重磁工作都是试验性的。解放后，随着国民经济和科学技术的迅速发展，广泛地开展了地面磁测、航空磁测、海洋磁测及井中磁测，相继开展了地

面重力测量和海洋重力测量。目前，磁测工作已覆盖了 957 万平方公里，其中海洋上 120 万平方公里。除西藏西部外，我国陆地及其邻近海域已完成了 1:100 万~1:50 万的航空磁测，在中部和东部广大地区已完成了 1:10 万~1:5 万的航空磁测，在一些局部地区还开展了 1:2.5 万~1:1 万的地面磁测工作。80 年代前，在我国若干个含油气、煤田盆地区进行了 1:100 万~1:50 万的重力测量；80 年代以来，在全国范围内开展了区域重力测量工作，除少数边远、高山区外已覆盖了大部分国土，全国范围的 1:200 万布格重力异常图即将问世。

1988 年我国研制的 HC-85 氦光泵航空磁力仪（灵敏度 0.01 nT，每秒测十次）以技术转让方式与美国 EG & Geo-metrics 公司合作生产制造，标志着我国航空物探技术已开始进入世界先进行列。

随着现代科学技术的发展和高精度重力仪、磁力仪的广泛使用，重磁勘探的地质效果会不断提高，应用范围会不断扩大，必将为我国的现代化建设做出新的更大贡献。

第一章 地球的重力场和磁场

地球是一个旋转着的大质体，也相当于一个大磁体，在其内部、表面和外部空间存在着重力场，也存在着磁场。通常，将地球的重力场简称为重力场，而将地球的磁场简称为地磁场。

重力场和地磁场是两种不同性质的地球物理场。但是，二者基本上均是天然稳定场，正常情况下，它们都具有一定的空间分布规律，称为正常重力场和正常地磁场；正常重力场、正常地磁场的分布，由于不同原因常常遭到破坏而出现偏差，这种异常现象就是重力异常和磁异常。相对而言，重力场是强场而地磁场是弱场；重力场是单极场而地磁场近于偶极场；地磁场和重力场都随时间发生微小变化，但地磁场随时间的变化较重力场的变化剧烈而复杂；磁异常图较重力异常图变化剧烈而复杂。

读者将会看到，为了正确获得和解释重、磁异常，必须了解重力场、地磁场的分布特征和变化规律。因此，重力场、地磁场的基本知识是重、磁勘探的基础。

本章前半部分介绍地球的形状、内部结构及与重、磁勘探有关的物理学、位场理论中的一些基础知识，后半部分介绍重力场、地磁场的基本知识和重力异常、磁异常的基本概念。

§ 1.1 地球的形状及其内部结构

1.1.1 地球的形状

早在二百年前，法国科学家皮·布格通过测量发现，赤道附近沿经线方向纬度一度的长度比巴黎的短，证明了地球并非理想的球体。

不言而喻，地球的自然表面十分复杂。考虑到它的70%面积被海水覆盖，并且陆地上的起伏与地球的平均半径相比甚微，因此人们将平均海水面顺势延伸到大陆下所构成的封闭曲面（即大地水准面）视为地球的基本形状。大地水准面形状的一级近似，可视为半径等于地球平均半径（6376 km）的球面；二级近似是一个旋转椭球面，其赤道半径 $a = 6378.160$ km，极半径 $c = 6356.755$ km，地球形状扁率 $\epsilon = (a - c)/a = 1/298$ 。大量人造卫星观测结果表明，大地水准面三级近似是梨形体面，与椭球面相比在北极高出十余米，而在南极凹进二十余米，南北两半球也不对称，见图 1.1—1（图中高出和凹进的距离有明显的夸大）。

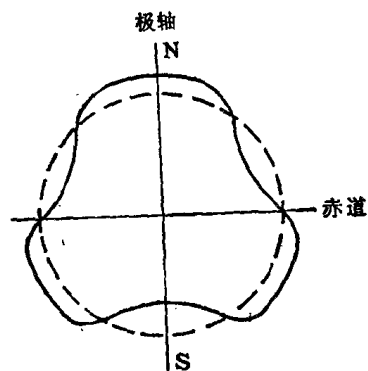


图 1.1—1 大地水准面示意图

实际上大地水准面比梨形体面复杂得多。正是因为这样，人们在度量地面某点的高度时，不从大地水准面而是从某一个参考椭球面起算，并将大地水准面到参考椭球面的法线

距离称为大地水准面的高程异常, 高程异常反映地球的形状, 也可用来研究地球内部物质的分布。

1.1.2 地球的内部结构

人们关于地球内部结构的全部知识, 主要来源于天然和人工地震所产生的弹性波在地球内传播的观测结果。观测结果表明, 地球内物质的分布大致呈同心层结构, 由表及里可分为地壳、地幔和地核。

一、地壳

世界各地地壳厚度不一, 陆地平原区约 30~40 km, 高山区约 60~70 km, 海洋区约几~十几 km。可见, 地壳厚度的变化达几十 km。

地壳的上层主要是富含硅铝的花岗岩类, 其平均密度约为 2700 kg/m^3 (即 2.7 g/cm^3), 也称硅铝层; 地壳的下层主要是富含硅镁的玄武岩类, 其平均密度约为 2900 kg/m^3 (即 2.9 g/cm^3), 也称硅镁层。

硅铝层和硅镁层的分界面称康腊德界面, 简称康氏面, 康氏面上、下层约有 0.2 g/cm^3 的密度差。

二、地幔

自地壳底界面直至 2900 km 深的范围内为地幔。地幔的上层(上地幔)主要是辉长岩—玄武岩类和橄榄岩—苦橄岩类, 地幔的下层(下地幔)主要是铁镍等金属氧化物; 地幔各处的密度均大于 3300 kg/m^3 (3.3 g/cm^3), 并且随深度的加深而变大。一般认为上地幔平均密度为 3.5 g/cm^3 , 下地幔平均密度为 5.1 g/cm^3 。

地壳和地幔的分界面称莫霍洛维奇界面, 简称莫霍面, 壳幔间的密度差大于 0.4 g/cm^3 。

三、地核

自 2900 km 至地心为地核, 可分为液态外核、过渡带和固态内核。目前, 地核的物质成分尚不清楚, 推测可能主要为铁镍金属, 又称铁镍核。地核的密度可能大于 10000 kg/m^3 (10.0 g/cm^3), 且随深度的加深而变大。

地球的总质量约为 $5.976 \times 10^{24} \text{ kg}$ 。

§ 1.2 基础知识

1.2.1 引力、惯性离心力和重力

一、引力

万有引力定律指出: $Q(\xi, \eta, \zeta)$ 处的质点 m 对 $P(x, y, z)$ 处的质点 m_0 的作用力为

$$f = -G \frac{m_0 m}{r^3} r \quad (1.2-1)$$

式中 r ——自 m 指向 m_0 的矢径, 即源点 $Q(\xi, \eta, \zeta)$ 到场点 $P(x, y, z)$ 的矢径, 而 $r = [(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2]^{1/2}$; 负号表示引力 f 与矢径 r 的方向相反; G ——万有引力常数, 在 SI 中 $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / (\text{kg})^2 = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / (\text{kg} \cdot \text{s}^2)$ 。

引力场强度(简称场强)定义为

$$F = \frac{f}{m_0} = -G \frac{m}{r^3} r \quad (1.2-2)$$

它是一矢量，其方向为试验质点所受到的引力的方向，其大小相当于单位质量所受引力的大小。在 SI 单位制中，场强的单位为 N/kg (或 m/s^2)。

由牛顿第二定律可知，质量为 m_0 的物体受到引力 f 作用时，物体所获得的加速度 a 应为

$$a = \frac{f}{m_0} \quad (1.2-3)$$

由 (1.2-2) 和 (1.2-3) 式可知，引力加速度等于引力场强度。

还应指出，在重力勘探中，习惯上将加速度称为“力”，以后如无注明，提到引力和重力时，均系指引力加速度和重力加速度。

二、惯性离心力

由动力学可知，在转动系统中存在的惯性力称为惯性离心力，自转地球产生的惯性离心加速度为

$$C = \omega^2 R \quad (1.2-4)$$

式中 ω 为地球自转角速度 ($\omega = 2\pi/86164 \text{ s}$)， R 为从自转轴到场点的垂直矢径。习惯上将 C 称为离心力。

三、重力

根据以上的讨论，地球的重力应为地球的引力与离心力的矢量和 (见图 1.2-1)

$$g = F + C \quad (1.2-5)$$

顺便指出，在研究重力时，取地心为坐标原点， z 轴与自转轴重合， x 、 y 轴在赤道平面内。

已知地球的平均半径等于 6376 km、地球的平均重力为 9.8 m/s^2 。由图 1.2-1 和 (1.2-4) 式可知，赤道上的离心力最大，其值为

$$C = (2\pi/86164 \text{ s})^2 \times 6376 \times 10^3 \text{ m} = 0.0339 \text{ m/s}^2$$

可见，离心力很小，仅占平均重力的 $1/289$ 。图中为醒目，离心力有显著夸大。

引力、离心力和重力的 SI 单位为 m/s^2 。重力勘探中使用 SI 的分数单位，记作 g.u. ， $1 \text{ g.u.} = 10^{-6} \text{ m/s}^2$ 。以往曾采用绝对单位制 (CGS 单位制)，其中力的单位为 cm/s^2 ，称为伽，记作 $1 \text{ Gal} = 1 \text{ cm/s}^2$ 。显然 $1 \text{ Gal} = 10^{-2} \text{ m/s}^2 = 10^4 \text{ g.u.}$ ， 1 mGal (毫伽) $= 10^{-5} \text{ m/s}^2 = 10 \text{ g.u.}$ ， $1 \mu\text{Gal}$ (微伽) $= 10^{-8} \text{ m/s}^2 = 10^{-2} \text{ g.u.}$ 。

1.2.2 引力位、离心力位和重力位

一、引力位

引力场 F 是保守场 (沿闭合路线 l 做功为零，即 $\oint_l F \cdot dl = 0$) 或无旋场 ($\text{rot} F = \nabla \times F = 0$)，考虑到标量函数的梯度的旋度恒等于零，可引入引力位 V (标量函数)，

$$F = \text{grad} V = \nabla V \quad (1.2-6)$$

上式的分量形式为

$$F_x = \frac{\partial V}{\partial x} = V_x, \quad F_y = \frac{\partial V}{\partial y} = V_y, \quad F_z = \frac{\partial V}{\partial z} = V_z \quad (1.2-7)$$

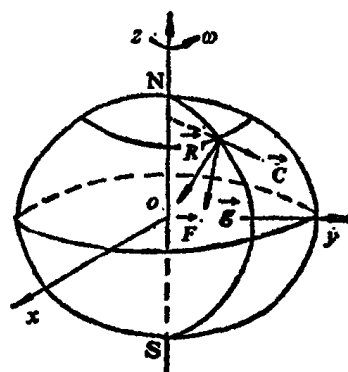


图 1.2-1 重力示意图

我们知道, 质量为 m 的质点之引力场中, 某点的引力位的定义是: 将单位质量的质点从无穷远移至该点时引力场所做之功, 即

$$V = \int_{\infty}^r \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = -G \int_{\infty}^r \frac{m}{r^3} \mathbf{r} \cdot d\mathbf{l} = -G \int_{\infty}^r \frac{m}{r^2} dr = G \frac{m}{r} \quad (1.2-8)$$

不难理解, 质体外的引力位 (设密度为 ρ , 体积为 v) 应为

$$V = G \iiint_v \frac{\rho}{r} dv = G \iiint_v \frac{dm}{r} \quad (dm = \rho dv, dv = d\xi d\eta d\zeta) \quad (1.2-9)$$

而质体外的引力的分量形式为

$$\left. \begin{aligned} F_x = V_x &= -G \iiint_v \frac{\rho(x-\xi)}{r^3} dv, & F_y = V_y &= -G \iiint_v \frac{\rho(y-\eta)}{r^3} dv \\ F_z = V_z &= -G \iiint_v \frac{\rho(z-\zeta)}{r^3} dv \end{aligned} \right\} \quad (1.2-10)$$

二、离心力位

离心力位定义式为

$$U = \int_0^R \mathbf{C} \cdot d\mathbf{R} = \int_0^R \omega^2 R dR = \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2) \quad (1.2-11)$$

而离心力的分量为

$$C_x = U_x = \omega^2 x, \quad C_y = U_y = \omega^2 y, \quad C_z = U_z = 0 \quad (1.2-12)$$

三、重力位

地球的重力位等于引力位与离心力位之和

$$W = V + U = G \iiint_v \frac{\rho}{r} dv + \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2) \quad (1.2-13)$$

而重力的分量形式为

$$\left. \begin{aligned} g_x = W_x &= V_x + U_x = -G \iiint_v \frac{\rho(x-\xi)}{r^3} dv + \omega^2 x \\ g_y = W_y &= V_y + U_y = -G \iiint_v \frac{\rho(y-\eta)}{r^3} dv + \omega^2 y \\ g_z = W_z &= V_z + U_z = -G \iiint_v \frac{\rho(z-\zeta)}{r^3} dv \end{aligned} \right\} \quad (1.2-14)$$

依方向导数定义, 重力在 l 方向上的分力为

$$g_l = \frac{\partial W}{\partial l} = W_l = W_x \cos \alpha_l + W_y \cos \beta_l + W_z \cos \gamma_l = g \cos(\mathbf{g}, \mathbf{l}) \quad (1.2-15)$$

式中 l 为任意矢量, $(\mathbf{g}, \mathbf{l})$ 为重力 $\mathbf{g}$ 与 $\mathbf{l}$ 之夹角, $\cos \alpha_l$, $\cos \beta_l$, $\cos \gamma_l$ 为 $\mathbf{l}$ 的方向余弦。

由以上的讨论可知, 引力位对坐标轴的偏导数的物理意义是引力在相应坐标轴上的分量。而对任意方向的偏导数则等于引力在该方向上的分量。

引力位、离心力位、重力位的 SI 单位是 m^2/s^2 。

(一) 重力等位面及其特性

若令 $\mathbf{g}$ 与 $\mathbf{l}$ 垂直 ($\mathbf{g}, \mathbf{l}) = 90^\circ$, 则 $\frac{\partial W}{\partial l} = 0$, 于是有

$$W(x, y, z) = C \quad (C \text{——常数}) \quad (1.2-16)$$

上式是曲面方程, C 取不同常数时, 表示一族曲面, 称作重力等位面。重力等位面上各点的重力与等位面垂直, 此为重力等位面的第一个特性。由于任意点的重力与过该点的水准面垂直, 因此重力等位面也是水准面。不难理解大地水准面是一个特殊的重力等位面。

若令 $\mathbf{g}$ 与 $\mathbf{l}$ 平行, 则 $\partial W / \partial l = \partial W / \partial g = g$ 。可见, 重力位对重力方向的导数等于重力的数值。由于重力方向

指向重力位增加最快的方向 (也就是等位面的内法线方向), 因此等位面上各点的重力等于重力位对该点等位面的内法线 $\mathbf{n}$ 的方向导数, 即

$$\mathbf{g} = \frac{\partial W}{\partial \mathbf{n}} \quad (1.2-17)$$

此为重力等位面的第二个特性。

将上式改写成重力位的增量形式并令其等于常数

$$\Delta W = g \cdot \Delta n = \text{常数} \quad (1.2-18)$$

因为等位面上的重力并非处处相等, 所以二相邻等位面间的距离 Δn 并非处处相等, 等位面并非处处平行。又因为各点的重力皆为有限值, 所以 $\Delta n \neq 0$, 即等位面既不相交也不相切。重力等位面不处处平行, 既不相交也不相切, 此为重力等位面的第三个特性。

(二) 重力位的高阶导数

重力位不仅有连续一阶导数, 而且还有连续的高阶导数。

1. 重力位的高阶导数

重力位有如下六个二阶偏导数

$$\left. \begin{aligned} W_{xx} &= \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} g_x & W_{xy} &= \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial x} g_y = \frac{\partial}{\partial y} g_x \\ W_{yy} &= \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y} g_y & W_{xz} &= \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} = \frac{\partial}{\partial x} g_z = \frac{\partial}{\partial z} g_x \\ W_{zz} &= \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} = \frac{\partial}{\partial z} g_z & W_{yz} &= \frac{\partial^2 W}{\partial y \partial z} = \frac{\partial}{\partial y} g_z = \frac{\partial}{\partial z} g_y \end{aligned} \right\} \quad (1.2-19)$$

可见, 重力位二阶偏导数的物理意义是重力在某一坐标轴上的分量对同一或另一坐标轴的变化率。重力位二阶导数的 SI 单位为 $1/\text{s}^2$, 在重力勘探中采用 SI 的分数单位, 称为艾维或厄缶, 记作 E, 而 $1 \text{ E} = 10^{-9} 1/\text{s}^2$, 它相当于在一米距离内重力变化 $10^{-3} g.u.$ 。

我们知道, 在密度为 ρ 的质体内引力场是有散场, $\text{div } \mathbf{F} = \nabla \cdot \mathbf{F} = -4\pi G\rho$, 将 (1.2-6) 式代入后得

$$\nabla^2 V = -4\pi G\rho \quad (1.2-20)$$

上式称泊松方程。在质量分布区域外, 由于 $\rho = 0$ 或 $\nabla \cdot \mathbf{F} = 0$, 引力位满足拉普拉斯方程

$$\nabla^2 V = 0 \quad (1.2-21)$$

对 (1.2-11) 式直接求导可得离心力位满足

$$\nabla^2 U = 2\omega^2 \quad (\text{在地球的内、外部}) \quad (1.2-22)$$

由上可知,重力位应满足如下微分方程

$$\nabla^2 W = 2\omega^2 - 4\pi G\rho \quad (\text{地球内}) \quad (1.2-23)$$

$$\nabla^2 W = 2\omega^2 \quad (\text{地球外}) \quad (1.2-24)$$

数学上,称满足拉普拉斯方程的函数为调和函数。因此,在地球外部空间引力位是调和函数,而离心力位和重力位皆不是调和函数。

常用的重力位的三阶导数是

$$W_{xxx} = \frac{\partial^3 W}{\partial z^3} = \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(\frac{\partial W}{\partial z} \right) = \frac{\partial^2}{\partial z^2} (g_z) = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial}{\partial z} g_z \right) \quad (1.2-25)$$

重力位对 z 轴的三阶导数的物理意义是,重力的 z 分量对 z 轴的变化率的变化率。重力位三阶导数的 SI 单位为 $1/(\text{m} \cdot \text{s}^2)$, 记作 $\text{MKS}(W_{xxx})$, 常用的 SI 单位的分数单位有 $10^{-9}(\text{m} \cdot \text{s}^2)^{-1}$ 和 $10^{-12}(\text{m} \cdot \text{s}^2)^{-1}$, 分别记作 $\text{nMKS}(W_{xxx})$ 和 $\text{pMKS}(W_{xxx})$, 它们分别相当于在一米距离内重力位二阶导数变化 1E 和 10^{-3}E 。

2. 重力位二阶导数与重力等位面的关系

大家知道,场强为常矢量的场称为均匀场。对均匀场而言,位函数的二阶导数应等于零,或者说,位差相等时等位面为一簇等距的相互平行的平面。由于重力等位面不是处处平行的平面,因此重力场为非均匀场,重力位二阶导数不等于零或不全等于零。下面说明重力位二阶导数与等位面的形状、不平行性、疏密性的关系。

(1) 重力位二阶导数与等位面形状的关系

数学上可以证明,重力位的三个水平二阶导数 W_{xx} 、 W_{yy} 和 W_{xy} 与考察点附近等位面的曲率有关,因此它们表示等位面的弯曲程度。

(2) 重力位二阶导数与等位面不平行性的关系

图 1.2—2 中 Q_1 和 Q_2 是不平行的重力等位面,取 Q_1 上的考察点 A 为坐标原点、 z 轴与过 A 点的等位面的内法线 n_A 方向一致、 xAy 为水平面、 z 轴与 Q_2 交于 B 点, $AB = \Delta z$ 。对 A 点, z 轴与 n_A 方向一致, $(\partial W / \partial x)_A = (g_x)_A = 0$ 和 $(\partial W / \partial y)_A = (g_y)_A = 0$, 而 $(\partial W / \partial z)_A = (g_z)_A = (g)_A$; 对 B 点, z 轴与 n_B 方向不一致, $(\partial W / \partial x)_B = (g_x)_B$ 和 $(\partial W / \partial y)_B = (g_y)_B$ 不等于零或不全等于零, 而 $(\partial W / \partial z)_B = (g_z)_B$ 。由差商和导数定义有

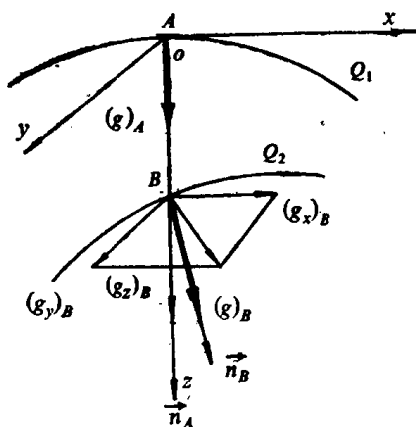


图 1.2—2 不平行重力等位面

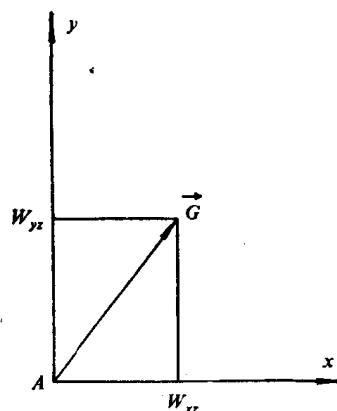


图 1.2—3 重力水平梯度

$$\begin{aligned}\left(\frac{\Delta g_x}{\Delta z}\right)_A &= \frac{(g_x)_B - (g_x)_A}{AB} = \frac{(g_x)_B}{\Delta z} & \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta g_x}{\Delta z}\right)_A &= (W_{xx})_A \\ \left(\frac{\Delta g_y}{\Delta z}\right)_A &= \frac{(g_y)_B - (g_y)_A}{AB} = \frac{(g_y)_B}{\Delta z} & \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta g_y}{\Delta z}\right)_A &= (W_{yz})_A\end{aligned}$$

由于在 Q_1 与 Q_2 不平行时, $(g_x)_B$ 、 $(g_y)_B$ 不等于零或不全等于零, 即 W_{xx} 、 W_{yz} 不等于零或不全等于零。因此, W_{xx} 和 W_{yz} 可表示重力等位面的不平行程度。

W_{xx} 和 W_{yz} 是重力 g 沿两个相互垂直方向的水平变化率, 可像图 1.2—3 所示, 由 W_{xx} 和 W_{yz} 确定出水平矢量 $\mathbf{G}$ 。重力 g 沿水平矢量 $\mathbf{G}$ 的方向变化最快 (重力 g 变化最大), 因此称 $\mathbf{G}$ 为重力的水平梯度。

3. 重力位二阶导数与等位面疏密性的关系

依差商和导数的定义, 有

$$\frac{\left(\frac{\Delta W}{\Delta z}\right)_B - \left(\frac{\Delta W}{\Delta z}\right)_A}{AB} = \frac{(g_z)_B - (g_z)_A}{\Delta z} \quad \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{(g_z)_B - (g_z)_A}{\Delta z} = (W_{zz})_A$$

由上式可知, 只有 $(g_z)_B$ 不等于 $(g_z)_A$ 时, W_{zz} 才不等于零。在 W_{zz} 不等于零时, 若令重力等位面的位差相等, 则 A 点附近的等位面间的距离不等。当 $W_{zz} > 0$ 时, 等位面随 z 增加而变密, 否则变疏。可见, 重力位的垂直二阶导数 W_{zz} 表示等位面的疏密程度。

值得指出的是, 重力等位面为一系列互不平行的曲面, 等位面的弯曲程度、不平行性和疏密性, 不仅与地球的形状、地球的运动有关, 还与地球内不同密度物质的分布有关。

1.2.3 磁场强度、磁感应强度及磁极化强度、磁化强度

磁法勘探中习惯采用经典磁学中的“磁荷”、“磁荷密度”作为磁场的场源, 本书仍保持使用等效磁荷概念。但在国际单位制 (SI) 中, 要区分磁化强度与磁极化强度, 以及磁矩和磁偶极矩这两对物理量。特叙述如下。

一、磁场强度和磁感应强度

由磁库仑定律可知: 真空中 $Q(\xi, \eta, \zeta)$ 处的点磁荷 Q_m 对 $P(x, y, z)$ 点上的正点磁荷 Q_{m_0} 的作用力 f 为

$$f = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{Q_{m_0}Q_m}{r^3} r \quad (1.2-26)$$

式中 r —— Q_m 指向 Q_{m_0} 的矢径即源点 $Q(\xi, \eta, \zeta)$ 到场点 $P(x, y, z)$ 的矢径, $r = [(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2]^{1/2}$; μ_0 ——真空的磁导率, 在 SI 单位制中 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{N/A}^2$ 或 H/m (亨利每米), 磁荷的 SI 单位为 $\text{m} \cdot \text{N/A}$ 或 Wb 。

磁场强度的定义是单位正磁荷所受的力, 即

$$H = \frac{f}{Q_{m_0}} = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{Q_m}{r^3} r \quad (1.2-27)$$

磁场强度的 SI 单位为 A/m 。

真空中磁感应强度的定义式为

$$B = \mu_0 H \quad (1.2-28)$$

磁感应强度的 SI 单位是 Wb/m^2 或 $\text{N/(A} \cdot \text{m)}$, 称为特斯拉, 记作 T ; 磁法勘探中, 使用 SI 的分数单位, 记作 nT , 称为纳特, 而 $1 \text{nT} = 10^{-9} \text{T}$ 。

应注意, 磁场强度与磁感应强度是描述磁场性质的两个不同的物理量。