

第 一 届
全国计算岩土力学研讨会
论 文 集

(二)



主办单位：中国力学学会计算力学委员会

会议地址：四川峨眉西南交通大学

西南交通大学出版社

一九八七年十一月

第 一 届
全国计算岩土力学研讨会
论 文 集

(二)

主办单位：中国力学学会计算力学委员会
会议地址：四川峨眉西南交通大学

西南交通大学出版社

一九八七年十一月

目 录

第三部分 理 论 及 应 用

地下工程现场位移量测的反算分析.....	张海东	刘考学	1
地应力场的边界荷载反分析.....	陶振宇	曾庆义	13
水库区岩体应力场的变化.....	陶振宇	唐方福	21
隧道考虑地层时空效应的反馈理论.....	侯学渊	孙逸明	26
弹性脆性破坏模型及其在地下厂房围岩稳定分析中的应用.....	赵代深		36
地基参数对高层空间剪力墙结构与基础共同作用的影响	赵锡宏	杨 敏	43
岩坡工程的块体理论分析.....	任 放	徐向上	49
根据隧道围岩位移量测结果推求岩体初始地应力和弹性模量	王建宇	周俊才	56
冻结壁时效效应耦合有限元分析.....	王来贵	张向东	62
不同长度、密度锚杆对围岩应力、位移影响的分析.....	章梦涛	赵阳升	68
正交节理化岩体内巷道围岩稳定性分析.....	史美鈞		77
多层半无限弹性体空间一般问题的解析解.....	张家生	朱效嘉	85
节理岩体的偶应力有限元分析.....	王林生		94
节理岩体的偶应力有限元分析.....	陈胜宏	王鸿儒	94
岩体地应力场位移和应力一位移耦合回归分析法.....	熊文林		100
位移反分析计算中复变函数方法.....	马启超		107
关于井壁和冻结壁的若干问题.....	刘允芳		114
散斑测试与计算技术混合法对隧洞围岩的弹塑性分析.....	刘万禧		120
锚杆界面剪切滑移的弹塑性本构方程及其边界元法.....	魏 群	王成西	128
岩石双向压缩的蠕变特性.....	李永和		134
地下洞室工程地震效应的数值解波动分析.....	周德培		143
全长粘结式锚杆与围岩相互作用的有限元模型及分析.....	李贵先	王钟琦	151
用简单边界积分法确定地下洞室周围的塑性区.....	何唐镛	王建智	159
地下洞室最不利埋深的研讨.....	张玉军	钟新樵	168

第四部分 土力学及地基基础

上海浅层土变形模型的优化分析与变形量的概率计算.....	钱家欢	林国明	174
桩台共同作用的非线性有限元分析.....	王成华	陈 环	184
成层土体与结构组合体系的动力数值模型.....	周锡初	伍志国	190

路堤稳定性分析中地基固结效应的考虑·····	曹名葆	王德纯	203
侧向受荷桩的有限元—有限层分析方法·····	宰金璋		211
砂土液化的累积损伤分析·····	吴再光	韩国城	216
非均质地基上建筑物的抗震稳定性·····	栾茂田	金崇磐	林 皋 222
有限元法滑弧稳定分析·····	王桂莹	王中正	233
用能量模式分析地基土中振动孔隙水压力的发展·····	曹亚林	何广纳	239
水泥土桩复合地基的三维非线性有限元分析·····	陆贻杰		245
运用最优化方法研究土坡稳定分析圆弧法的数值解·····	邹广电		252
岩石边坡的静、动力稳定性分析·····	刘百林	徐志英	258
钻(挖)孔嵌岩桩承载力的计算·····	杨世忠		267

第五部分 岩土工程分析

混凝土面板堆石坝蓄水变形的数学模拟·····	沈珠江	王剑平	谢晓华	273
镜泊湖水电站尾水隧洞塌方的力学分析·····	赵代深	王惊谷		281
复合衬砌时效有限元分析·····	张 弥	王晓东	赵子荣	286
加筋土堤的变形与稳定·····	殷宗泽			295
洞室围岩弹塑性、粘弹塑性及脆性破坏分析·····	陆家佑	怀 军		302
高土石坝空间静应力应变状态的非线性有限元分析 ·····	黄大寿	张国彬	魏寿松	307
堆石坝基深厚覆盖层建防渗墙试验研究及数值分析 ·····	刘麟德	唐剑虹	陈孝芝	315
冻结壁位移的有限元计算·····	马英明	万德连	郭瑞平	324
有限单元法在三峡围堰工程中的应用·····	刘松涛			333
地下厂房洞群围岩稳定研究·····	赵震英	叶 勇		339
水砂充填法非线性数学模型及其在湘潭锰矿的应用·····	黄金寿			352
小浪底土石坝心墙土料高压下的静态基本特性·····	林德明			360

PROCEEDINGS OF THE FIRST NATIONAL SEMINAR ON COMPUTATIONAL GEOMECHANICS

1987.11

EMEI SICHUAN CHINA

CONTENTS

3. ANALYSIS OF GEOTECHNICAL ENGINEERING

The In-situ Displacement Back Analysis in Substructures	Zhang Haidong Liu Kaoxue	1
Back Analysis of Boundary Loading for Geostress Field	Tao Zhenyu Zeng Qingyi	13
The Changes of Rock Masses Stress Field in Reservoir	Tao Zhenyu Tang Fangfu	21
Feedback Theory for Tunnels with Time-dependent and Three-dimensional Effects of Ground.....	Hou Xueyuan Sun Yiming	26
The Elasto-brittle Damage Model and its Applications in Stability Analysis of Underground Water Powerhouse	Zhao Daishen	36
The Effect of Soil Parameters on Spatial Cross-wall Structure and Foundation Interaction.....	Zhao Xihong, et al	43
Block Theory and its Applications to Rock Slope Stability	Ren Fang Xu Xiangshang	49
Back Analysis of Initial Ground Stress and Deformation Modulus from Measured Displacement.....	Wang Jianyu Zhou Juncai	56
The Finite Element Analysis of Time-coupling for Frozen Wall	Wang Laigui, et al	62
Influence of Roofbolt Length and Spacing on Stress and Displacement around a Tunnel.....	Shi Meijun	68
The Stability Analysis of Excavations in Rocks Cut by Three Orthogonal Joint Sets.....	Zhang Jiasheng Zhu Xiaojia	77
A Theoretical Analysis for Three Dimensional Problems of Layered and Half-finite Elastic Body	Wang Linsheng	85
Couple Stress Finite Element Analysis for Jointed Rock Masses	Chen Shenghong, et al	94
The Regression Analysis Method of Displacement and Stress-displacement Couple for Ground Field of Rock Masses	Ma Qichao	100

The Method of Complex Variable for Back Analysis Calculation of Measured Displacements.....	<i>Liu Yunfang</i>	107
Design Problems of Shaft Lining and Freezing Wall in Deep Shaft Sinking by Freezing Process	<i>Chou Wanxi</i>	114
Elasto-plastic Analysis of Tunnel Rock with a Hybrid Method of Speckle Measure and Calculation Technique	<i>Wei Qun Wang Chengxi</i>	120
Elastoplastic Shear Model of Rock Bolt Element and Analysis of Boundary Element Method.....	<i>Li Yonghe</i>	128
Creep Properties of Rock under Biaxial Compression	<i>Zhou Depei</i>	134
The Numerical Wave Analysis on the Earthquake Effect of Underground Space.....	<i>Li Guixian Wang Zhongqi</i>	143
The Finite Element Model and Analysis of Fully Bonded Rockbolts	<i>He Tangyong Wang Jianzhi</i>	151
Determination of Plastic Zone around Underground Openings by means of Simple Boundary Equation Technique	<i>Zhang Yujun Zhong Xinqiao</i>	159
The Analysis of the Worst Depth for Tunnels.....	<i>Zhou Shunhua</i>	168

4. SOIL AND FOUNDATION

Optimum Analysis of Rheological Model and Statistical Calculation of Settlement for Shanghai Ground Surface	<i>Qian Jiahuan Lin Guoming</i>	174
A Nonlinear Finite Element Analysis of Pile-Cap-Soil Interaction	<i>Wang Chenghua Chen Huan</i>	184
A Dynamic Numerical Model on the Combined System of Layered Soil-structure Interaction.....	<i>Zhou Xireng Wu Zhiguo</i>	190
The Consideration of Effect of Consolidation in Analysis of Stability of Embankment.....	<i>Cao Mingbao Wang Dechun</i>	203
Finite Element-Finite Layer Analysis for Laterally Loads Piles	<i>Zai Jinzhang</i>	211
Fatigue Failure Analysis for Sand Liquefaction	<i>Wu Zaiguang Han Guocheng</i>	216
Seismic Stability of Structures on Non-homogeneous Foundation	<i>Luan Maotian Jin Chongpan Lin Gao</i>	222
The Finite Element Method for Slope Stability Analysis		

.....	<i>Wang Guixuan Wang Zhongzheng</i>	233
Pore Pressure Development in Foundations with an Energy Approach		
.....	<i>Cao Yalin He Guangna</i>	239
3—Dimensional Nonlinear Finite Element Analysis of Cement-soil		
Pile Composite Foundation.....	<i>Lu Yijie</i>	245
A Study of Optimization of Numerical Analysis of Slope Stability by		
Circle Arc Method.....	<i>Zou Guangdian</i>	252
Static and Dynamic Analysis of Rock Slopes Stability		
.....	<i>Liu Bailin Xu Zhiying</i>	258
The Calculation of Bearing Capacity for Cutting Piles		
Bored(or Excavation) into Rock.....	<i>Yang Shizhong</i>	267

5. PRACTICAL APPLICATIONS

Numerical Simulation of Concrete Faced Rockfill Dams at Reservoir		
Impounding.....	<i>Shen Zhujiang Wang Jianping Xie Xiaohua</i>	273
The Collapse of the Tail Race Tunnel of Gingbe Lake Water Power		
Station and its Mechanical Analysis	<i>Zhao Daishen Wang Jinggu</i>	281
Time-dependent Finite Element Analysis of the Composites Lining		
.....	<i>Zhang Mi Wang Xiaodong Zhao Zirong</i>	286
Deformation and Stability of the Reinforced Embankment		
.....	<i>Yin Zongze</i>	295
The Elastoplastic, Visco-elastoplastic and Brittle Failure Analysis of		
Rock Surrounding Caverns.....	<i>Lu Jiayou Huai Jun</i>	302
Nonlinear Finite Element Analysis of Three-dimensional		
Stress-strain of High Earth-rock Dams		
.....	<i>Huang Dashou Zhang Guobin Wei Shousong</i>	307
Numerical Analysis and Experiment Research of Cut-off Wall of a		
Rockfill Dam Built in Deep Alluvion		
.....	<i>Liu Linde Tang Jianhong Chen Xiaozhi</i>	315
The Calculation of Displacement of Frozen Wall with Finite		
Element Method	<i>Ma Yingming Wan Delian Guo Ruiping</i>	324
The Applications of Finite Element Method in the Three Gorges		
Cofferdam Project.....	<i>Liu Songtao</i>	333
The Study of the Stability for the Rock Around the Underground		
Openings.....	<i>Zhao Zhenying Ye Yong</i>	339
The Nonlinear Mathematical Model of Sand-fill Mining Method and		
its Applications in Manganese Mine at Xiangtan	<i>Huang Jinshou</i>	352
Main Static Characteristics of the Soil in Core of Xiaolande		
Rockfill Dam.....	<i>Lin Deming</i>	360

第三部分 理论及应用

地下工程现场位移量测的反算分析

陕西机械学院 张海东 刘考学

提 要

利用现场观测资料反算分析是进行洞室围岩稳定分析和了解岩土介质中洞室的力学性状与设计参数的一种新的手段。它对解决实际工程问题及推进岩石力学及工程问题的研究都具有重要意义。本文提出并论证了大型地下结构的围岩初应力场的反推分析方法,使得可以对较复杂的分布初应力场及介质的弹性模量进行反推计算。本文中的算例说明了该方法的正确性和实用性。

一、前 言

随着“新奥法”在地下工程中的成功应用,利用现场位移观测资料的反算分析方法已经逐渐成为地下工程的勘测、设计及施工的重要方法。反推分析方法的主要目标是想通过现场观测资料得到一系列能够客观地、综合地反映地层性状或结构稳定性的指标;如初始地应力场,变形参数,强度参数等。

较早提出利用位移观测资料进行反算分析的有日本神户大学的樱井春辅教授(Prof. Sakumi)等^{〔1〕}。后来,这种思想在国内外得到了迅速的推广和发展。目前,现场位移观测资料的利用已由半经验性的施工监控手段发展到用各种数值分析方法及解析方法反推初始地应力场及岩体参数等^{〔2〕、〔3〕、〔4〕};并利用微机进行现场施工控制^{〔5〕}等方面。

然而,在目前所建立的反推模型中,大多数方法只适用于均匀分布的初始地应力场。因而使得许多计算方法在对复杂地层中的大型地下工程的现场位移资料进行反推分析的应用中受到限制。鉴于这种情况,本文建立了非均布初应力场分布参数的有限元反推式并编制了相应的计算机程序,使得可以利用复杂地层中的大断面地下洞室的位移观测资料对非均布的初始地应力场进行反推求解。文中以线性分布场的情况为例进行了公式推导及程序验证,更复杂的分布形式可以参照进行。

二、地应力场分布参数的反算分析方法

(一) 初应力场

洞室开挖后,围岩中的位移与洞室的形状、所处地区的围岩力学性状、地质结构、初始地应力场等诸多因素有关。对于一个给定的结构形式,围岩中某点的位移总可以表示为:

$$\{u\} = \vec{f}(x, y, z, t, E, \mu, \varphi, c, \eta, T, k, \gamma, \{\sigma\}, ST) \quad (1)$$

其中, $\{u\}$ 是空间 (x, y, z) 处在 t 时刻的位移。

E, μ, c, φ, η 分别代表介质的变形参数和强度参数;

γ ——是介质的容重, 代表自重因素;

T ——代表温度因素;

k ——代表渗流因素等;

$\{\sigma_0\}$ ——代表初始地应力场;

ST ——代表其它地质构造因素。

若初始地应力场是一非均匀分布场, 则 $\{\sigma_0\}$ 可表示为:

$$\{\sigma_0\} = [X]\{p\} + \{S_0\} \quad (2)$$

其中, $[X]$ 为空间坐标的函数矩阵; $\{p\}$ 为初始地应力场分布参数组成的矢量; $\{S_0\}$ 是 $\{\sigma_0\}$ 中随已知因素 (如自重等) 变化的部分。它是坐标 (x, y) 及已知参数 (如 γ 等) 的已知函数关系。

在本文的公式推导及程序编制中均假定初始地应力场为空间坐标 (x, y) (平面问题) 的线性函数 (复杂的分布场亦可参照此过程进行)。

即

$$\begin{cases} \sigma_x^0 = p_1 + p_4 x + p_6 y \\ \sigma_y^0 = p_2 + p_5 x + p_7 y + \gamma y \\ \tau_{xy}^0 = p_3 + p_8 x + p_9 y \end{cases} \quad (3)$$

在平面问题中, 因 σ_z^0 不独立 [平面应力 $\sigma_z^0 = 0$; 平面应变 $\sigma_z^0 = \mu(\sigma_x^0 + \sigma_y^0)$]。故 σ_z^0 不作为独立变量进行反推。

式 (3) 中的九个参数 $p_1 \sim p_9$ 并不是互相独立的。事实上, 它们还必须满足以应力表示的变形协调方程及平衡微分方程。

即

$$\nabla^2(\sigma_x^0 + \sigma_y^0) + (1-\mu)\left(-\frac{\partial \gamma_x}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_y}{\partial y}\right) = 0 \quad (4)$$

$$\begin{cases} -\frac{\partial \sigma_x^0}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}^0}{\partial y} + \gamma_x = 0 \\ \frac{\partial \sigma_x^0}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}^0}{\partial x} + \gamma_y = 0 \end{cases} \quad (5)$$

在 y 轴向上的右手螺旋坐标系中, 如果只计入自重引起的体力。则将有

$$\gamma_x = 0; \quad \gamma_y = -\gamma \quad (6)$$

这时按式 (3) 分布的初应力场将自动满足式 (4)。将式 (3) 代入式 (5) 可得

$$p_8 = -p_7; \quad p_9 = -p_4 \quad (7)$$

于是, 式 (3) 可写为:

$$\begin{cases} \sigma_x^0 = p_1 + p_4 x + p_6 y \\ \sigma_y^0 = p_2 + p_5 x + p_7 y + \gamma y \\ \tau_{xy}^0 = p_3 - p_7 x - p_4 y \end{cases} \quad (8)$$

写成式 (2) 的形式有

$$[X] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & X & 0 & Y & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & X & 0 & Y \\ 0 & 0 & 1 & -Y & 0 & 0 & -X \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\{p\} = [p_1, p_2 \cdots p_7]^T \quad (10)$$

$$\{S_0\} = [0, \gamma Y, 0]^T \quad (11)$$

可以证明, 在满足式 (4) 和式 (5) 后, 式 (10) 中的七个参数 $p_1, p_2 \cdots p_7$ 是相互独立的。

如果在式 (1) 中除 $\{\sigma_0\}$ 为未知外, 其它因素都已知, 则可由实测位移 u , 根据有限元列式反推求得表征 $\{\sigma_0\}$ 的初始地应力场分布参数。

(二) 基本方程的建立

$$[K] \cdot \{\delta\} = \{R\} \quad (12)$$

其中, $[K]$ 是总体刚度矩阵, $\{\delta\}$ 是位移总矢量, $\{R\}$ 是荷载总矢量。

$$\text{在引入约束条件后} \quad \{\delta\} = [K]^{-1} \{R\} \quad (13)$$

在地下结构的有限元辅助反推分析中, $\{R\}$ 是由初始地应力场开挖后释放所产生的。

$$\text{即} \quad \{R\} = \sum_{e=1}^{N_e} [c]^e \iint [B]^e \{\sigma_0\} dA \quad (14)$$

其中, $[c]^e$ 是单元 e 之选择矩阵; $\sum_{e=1}^{N_e}$ 表示对所有的开挖单元求和。

将式 (2) 代入式 (14) 可得

$$\{R\} = \sum_{e=1}^{N_e} [c]^e \iint [B]^e [X] dA \{p\} + \sum_{e=1}^{N_e} [c]^e \iint [B]^e \{S_0\} dA \quad (15)$$

将式 (15) 代入式 (13) 可得

$$\begin{aligned} \{\delta\} &= [K]^{-1} \sum_{e=1}^{N_e} [c]^e \iint [B]^e [X] dA \cdot \{p\} \\ &\quad + [K]^{-1} \sum_{e=1}^{N_e} [c]^e \iint [B]^e \{S_0\} dA \end{aligned} \quad (16)$$

设任一点 i 在 α_i 方向 (α_i 为与坐标 x 轴正向的夹角) 的位移 u_i 为已知, 并设 i 点在单元 e 之内。则 u_i 可表示为:

$$u_i = \{T_{\alpha_i}\}^T \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} \quad (17)$$

其中, $\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}$ 是 i 点在坐标轴 x 和 y 方向的位移组成的矢量。

$\{T_{\alpha_i}\}^T = [\cos \alpha_i \quad \sin \alpha_i]$ 是位移转换阵。

由有限元列式的几何关系有

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = [N_p]^e \{\delta\}^e = [N_p]^e [c]^e \{\delta\} \quad (18)$$

其中, $[N_p]^e$ 是单元 e 在测点 i 处的形函数矩阵。

将式 (18) 代入式 (17) 并注意到式 (16) 有

$$\begin{aligned} u_i = & \{T_{\alpha i}\}^T [N_p]^e [c]^e [K]^{-1} \sum_{e=1}^{N_e} [c]^e \iint [B]^e{}^T [X] dA \{p\} \\ & + \{T_{\alpha i}\}^T [N_p]^e [c]^e [K]^{-1} \sum_{e=1}^{N_e} [c]^e \iint [B]^e{}^T \{S_0\} dA \end{aligned} \quad (19)$$

$$\text{令 } \{A_i\}^T = \{T_{\alpha i}\}^T [N_p]^e [c]^e [K]^{-1} \sum_{e=1}^{N_e} [c]^e \iint [B]^e{}^T [X] dA \quad (20)$$

$$u_i^* = \{T_{\alpha i}\}^T [N_p]^e [c]^e [K]^{-1} \sum_{e=1}^{N_e} [c]^e \iint [B]^e{}^T \{S_0\} dA \quad (21)$$

则式 (19) 可改写为:

$$u_i = \{A_i\}^T \{p\} + u_i^* \quad (22)$$

如果有 N 个测点, 则可将各测点的位移 $u_i (i=1, 2 \cdots N)$ 代入式 (22) 从而得到具有 N 个方程的方程组, 用矩阵表示可写为:

$$[A]_{N \times m} \{p\}_m = \{U\}_N \quad (23)$$

其中, m 是 $\{p\}$ 的维数。

$$\{U\}_N = \{u\}_N - \{u^*\}_N \quad (24)$$

式 (23) 即用有限元列式建立的初始地应力场分布参数的绝对位移反推关系式。

实际工程中, 位移量测大多数是用钢丝伸长计或收敛计来进行的。这些仪器所测到的大多是相对位移在两测点连线方向的投影 (即两测点间距离的改变量)。

如设收敛计读数为 Δ_{ij} , 则 Δ_{ij} 可表示为

$$\Delta_{ij} = \{T_{\alpha ij}\}^T \begin{Bmatrix} \Delta u_{ij} \\ \Delta v_{ij} \end{Bmatrix} \quad (25)$$

$$\text{其中 } \begin{Bmatrix} \Delta u_{ij} \\ \Delta v_{ij} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} u_j \\ v_j \end{Bmatrix} \quad (26)$$

$$\{T_{\alpha ij}\} = [\cos \alpha_{ij} \quad \sin \alpha_{ij}]$$

α_{ij} 是 i, j 两点连线与 x 轴正向的夹角 (如图 1 所示)。

于是由式 (18) 及 (26) 可得

$$\begin{aligned} \Delta_{ij} = & \{T_{\alpha ij}\}^T ([N_p]^e{}^i [c]^e{}^i - [N_p]^e{}^j [c]^e{}^j) [K]^{-1} \\ & \times \left(\sum_{e=1}^{N_e} [c]^e \iint [B]^e{}^T [X] dA \{p\} + \sum_{e=1}^{N_e} [c]^e \iint [B]^e{}^T \{S_0\} dA \right) \end{aligned} \quad (27)$$

同样可以相仿地令

$$\begin{aligned} \{A_{ij}\}^T = & \{T_{\alpha ij}\}^T ([N_p]^e{}^i [c]^e{}^i - [N_p]^e{}^j [c]^e{}^j) \\ & \times [K]^{-1} \sum_{e=1}^{N_e} [c]^e \iint [B]^e{}^T [X] dA \end{aligned} \quad (28)$$

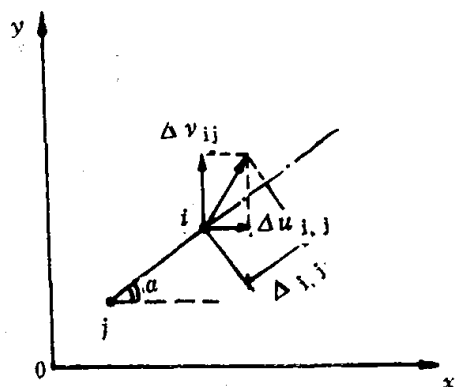


图 1

$$\Delta_{ij}^* = \{T_{\alpha ij}\}^T ([N]^{e i} [c]^{e i} - [N]^{e j} [c]^{e j}) [K]^{-1} \sum_{e=1}^{N_e} [c]^{e T} \iint [B]^{e T} \{S_0\} dA \quad (29)$$

并将所有 N 个收敛计的读数联立,

$$\text{则有 } [A]\{p\} = \{U\} \quad (30)$$

$$\text{这时 } \{U\} = \{\Delta_{ij}\} - \{\Delta_{ij}^*\}$$

(三) 反推过程的有限元实施

1. $[N_p]^e$ 的计算

在反推过程中,一般是已知测点的总体坐标 (x, y) ; 而计算 $[N_p]^e$ 时需要知道对应点的局部坐标。因而测点的 $[N_p]^e$ 的计算实际上归结为该点的局部坐标 (ξ, η) 的计算。

对于等参元,整体坐标 (x, y) 与局部坐标之间的转换关系为:

$$\begin{cases} x = \sum_{i=1}^N N_i x_i \\ y = \sum_{i=1}^N N_i y_i \end{cases} \quad (31)$$

对四节点等参元,即 $N=4$ 时有 (参见图 2)

$$\begin{cases} N_i = \frac{1}{4} (1 + \xi_i \xi) (1 + \eta_i \eta) & i = 1, 2, 3, 4 \\ \xi_i = 1, -1, -1, 1 \\ \eta_i = 1, 1, -1, -1 \end{cases} \quad (32)$$

将式 (32) 代入式 (31), 并令

$$\bar{X} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 x_i \quad \bar{X}_\xi = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 \xi_i x_i$$

$$\bar{X}_\eta = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 \eta_i x_i$$

$$\bar{X}_{\xi\eta} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 \xi_i \eta_i x_i$$

$$\bar{y} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 y_i$$

$$\bar{y}_\xi = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 \xi_i y_i, \quad \bar{y}_\eta = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 \eta_i y_i, \quad \bar{y}_{\xi\eta} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 \xi_i \eta_i y_i$$

则式 (31) 可写为:

$$\begin{cases} x = \bar{x} + \bar{x}_\xi \cdot \xi + \bar{x}_\eta \cdot \eta + \bar{x}_{\xi\eta} \cdot \xi\eta \end{cases} \quad (33a)$$

$$\begin{cases} y = \bar{y} + \bar{y}_\xi \cdot \xi + \bar{y}_\eta \cdot \eta + \bar{y}_{\xi\eta} \cdot \xi\eta \end{cases} \quad (33b)$$

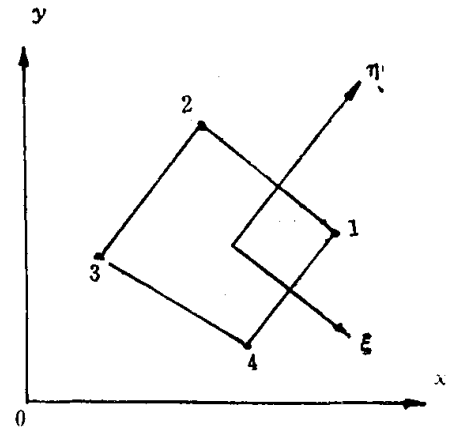


图 2

解上面二元二次方程组可得

$$\xi = -\frac{B}{2A} \pm \sqrt{\left(\frac{B}{2A}\right)^2 - \frac{C}{A}} \quad (34)$$

$$\eta = \frac{y - \bar{y} - \bar{y}_\xi \cdot \xi}{\bar{y}_\eta + \bar{y}_{\xi\eta} \cdot \xi} \quad (35)$$

其中

$$A = \bar{y}_\xi \cdot \bar{x}_{\xi\eta} - \bar{x}_\xi \cdot \bar{y}_{\xi\eta}$$

$$B = (\bar{x} - \bar{x}) \bar{y}_{\xi\eta} - (y - \bar{y}) \bar{x}_{\xi\eta} + \bar{x}_\eta \cdot \bar{y}_\xi - \bar{y}_\eta \cdot \bar{x}_\xi$$

$$C = (\bar{x} - \bar{x}) \bar{y}_\eta - (y - \bar{y}) \bar{x}_\eta$$

2. $\{A_i\}^T$ 及 u_i^* 或 Δ_{ij}^* 的计算

令

$$[\bar{R}] = \sum_{e=1}^{N_e} [c]^e \iint [B]^e \cdot^T [X] dA \quad (36)$$

$$[\bar{\delta}] = [K]^{-1} [\bar{R}] \quad (37)$$

$$[\bar{\delta}]^e = [c]^e [\bar{\delta}] \quad (38)$$

若 $\{p\}$ 是 m 维的, 则 $[\bar{R}]$ 是 m 列的荷载矢量阵, 式 (36) 相当于一个具有 m 种工况的有限元方程; $[\bar{\delta}]$ 相当对应于各工况下的位移矢量组成的 m 列矩阵; $[\bar{\delta}]^e$ 是相应于 $[\bar{\delta}]$ 的单元位移矢量阵。式 (37) 的计算在一般的有限元程序中是不成问题的。因而式 (23) 中的 $\{A_i\}^T$ 可由下式方便地得到

$$\{A_i\}^T = [T_{\alpha i}]^T [N_p]^e [\bar{\delta}]^e \quad (39)$$

同样式 (28) 中的 $\{A_{ij}\}^T$ 也可由式 (40) 求得

$$\{A_{ij}\}^T = \{T_{\alpha i}\}^T ([N_p]^e \cdot^i [\bar{\delta}]^e \cdot^i - [N_p]^e \cdot^j [\bar{\delta}]^e \cdot^j) \quad (40)$$

u_i^* 实际上就是当 $\{\sigma_0\} = \{S_0\}$ 时测点 i 的测得位移。而 Δ_{ij}^* 则是当 $\{\sigma_0\} = \{S_0\}$ 时 i 、 j 两点之相对位移在 i 、 j 连线上的投影。

3. 矛盾方程的求解

当 $N > m$ 时式 (30) 可根据最小二乘法原理化为形如 (41) 的正则方程。

$$[\bar{A}]_{m \times m} \{p\}_m = \{\bar{U}\}_m \quad (41)$$

其中

$$[\bar{A}] = [A]^T [A]$$

$$\{\bar{U}\} = [A]^T \{U\}$$

解正则方程 (41) 可得到 $\{p\}$ 。这里所得到的 $\{p\}$ 只是在假定初始地应力场的分布是按式 (8) 的形式分布的前提下, 各点均未进入塑性的情况下得到的。实际地层中, 地应力场的分布是很不规则的, 岩体介质也并非严格的弹性介质, 所以, 反推得到的 $\{p\}$ 只是实际地层中初始地应力场的一种假设。为了分析这个“假设”能否较正确地 (或不是错误地) 反映地应力的分布特性, 还可以利用实测位移对反推结果 $\{p\}$ 进行显著性分析。

三、弹性模量及初始地应力场参数的反推

(一) 均匀介质中弹性模量的反推

在介质均一时, 结构总刚度矩阵可写为:

$$[K] = E \cdot [\bar{K}], \quad [K]^{-1} = \frac{1}{E} [\bar{K}]^{-1} \quad (42)$$

其中, $[\bar{K}]$ 是当 $E = 1.0 \text{ MPa}$ 时的刚度矩阵。

为了求得 E , 我们定义标准地应力

$$\{\bar{\sigma}^0\} = \frac{1}{E} \{\sigma^0\}, \text{ 并将 } (X) \text{ 写为:}$$

$$[X] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & X & 0 & Y & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & X & 0 & Y & Y \\ 0 & 0 & 1 & -Y & 0 & 0 & -X & 0 \end{bmatrix} \quad (43)$$

并令 $m = 8$, $\{S_0\} = \{0\}$, 按前述方法进行计算, 将得到

$$\{u\} = [\bar{A}] \{\bar{p}\} \quad (44)$$

其中, $[\bar{A}]$ 是按 $E = 1.0 \text{ MPa}$, 及式 (43) 的 $[X]$ 计算的 $[A]$ 矩阵。

$$\{\bar{p}\} = \frac{1}{E} \{p\}, \text{ 并有 } p_8 = \gamma \quad (45)$$

解矛盾方程式 (44) 可求得 $\{\bar{p}\}$; 又由式 (45) 可得

$$E = \frac{\gamma}{p_8}; \quad p_K = \frac{\gamma}{p_8} \bar{p}_K; \quad K = 1, 2, \dots, 7 \quad (46)$$

(二) 多种介质中弹性模量的反推

当洞室处于多种介质中时, 要同时反求出多种介质的弹性模量需要进行试算求解。但对已知各介质与某介质的弹模 (E_0) 的比值时, 则可以仿照均匀介质中弹模的反推方法进行计算。

$$\text{计算中假定 } \widetilde{E}_K = \frac{E_K}{E_0} = n_K \quad (47)$$

$$[X]^K = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & X & 0 & Y & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & X & 0 & Y & \frac{\gamma_K}{\gamma_0} Y \\ 0 & 0 & 1 & -Y & 0 & 0 & -X & 0 \end{bmatrix} \quad (48)$$

将上述式 (47) 及式 (48) 代入式 (28) 或式 (29), 并联立各测点将类似地得到

$$[\widetilde{A}] \{\widetilde{p}\} = \{u\} \quad (49)$$

解矛盾方程式 (49) 可得 $\{\bar{p}\}$ 。

其中
$$\widetilde{p}_K = \frac{1}{E_0} p_K; \quad (K = 1, 2, \dots, 8) \quad (50)$$

于是可相应地得到

$$E_0 = \frac{\gamma_0}{\widetilde{p}_8}, \quad p_K = \frac{\gamma_0}{\widetilde{p}_8} \widetilde{p}_K \quad (K = 1, 2, \dots, 7) \quad (51)$$

$$\{\sigma_0\}^K = [X]\{p\} + \{S_0\}^K; \quad \{S_0\}^K = \{0, \gamma_K Y, 0\}^T \quad (52)$$

四、反推结果的回归分析

对于式 (30) 的矛盾方程的求解相当于一个多元线性回归问题。对于这类问题的回归结果的显著性分析需要借助于 F 检验来判别。当选定显著性指标 α 后, $F > F_\alpha$ 则表明回归结果在 α 信度下是可信的。

$$F = \frac{N - m - 1}{m} \cdot \frac{U}{Q} \quad (53)$$

其中, m 为待反推的参数总数; N 为实测位移量测值总数。

$$U = \sum_{i=1}^N \left(\widehat{\Delta}_i - \overline{\Delta} \right)^2 \quad \text{称为回归平方和;}$$

$$Q = \sum_{i=1}^N \left(\Delta_i - \widehat{\Delta}_i \right)^2 \quad \text{称为残差平方和。}$$

Δ_i 表示实际测量值; $\widehat{\Delta}_i$ 表示按 $\{\Delta\} = [A]\{p\}$ 计算所得的第 i 点之位移。 $\overline{\Delta} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Delta_i$

一般取 $\alpha = 95\%$ 。只要 $F > F_{0.95}$, 则表明回归结果可信。对于要求较高的问题也可取 $\alpha = 99\%$ 。

也可以用复相关系数来评价回归效果。

$$R = \sqrt{1 - \frac{Q}{Q + U}} = \sqrt{\frac{U}{Q + U}} \quad (54)$$

复相关系数 R 在 0.0 到 1.0 之间, R 越接近 1.0 说明回归效果越好。

按最小二乘原理得到的 $\{p\}$ 使得 $\widehat{\Delta}_i$ 是 Δ_i 的无偏估计。因而, $\Delta'_i = \Delta_i - \widehat{\Delta}_i$ 满足正态分布规律。于是, Δ_i 落于区间 $(\widehat{\Delta}_i - \delta, \widehat{\Delta}_i + \delta)$ 之间的概率为 $1 - \alpha$ 时

$$\delta = \frac{Na}{2} \cdot S^* \quad (55)$$

其中, $S^* = \sqrt{\frac{Q}{N - m - 1}}$ 称为回归标准方差。 $Na/2$ 可以由标准正态分布表查得。

一般取 $\alpha = 5\%$ 。

区间 $(\widehat{\Delta}_i - Na/2 \cdot S^*, \widehat{\Delta}_i + Na/2 \cdot S^*)$ 称为 Δ_i 的 α 区间。

五、算 例

(一) 浅埋洞室在自重作用下的反推计算

在前述工作的基础上,我们编制了相应的计算程序。为了验证文中理论及所编程序的正确性,并将浅埋洞室在自重作用下的有限元位移计算结果作为实测位移输入,并按原网格形状进行了反推分析计算。

计算条件为:

埋深为 10.0 m 的门洞形洞室,其结构尺寸如图 3 所示。

弹性模量 $E = 1.0 \times 10^6$ MPa; $\mu = 0.25$, $\gamma = 1.76$ T/m³;
测点总数 $N = 18$; 反推参数 $m = 7$ 。按已知弹模只反推初始地应力场计算。

计算结果为:

$$P_1 = -14.806 \text{ T/m}^2 = -148.06 \text{ MPa};$$

$$P_2 = -45.049 \text{ T/m}^2 = -450.49 \text{ MPa};$$

$$P_3 = 2.659 \text{ T/m}^2 = 26.59 \text{ MPa};$$

$$P_4 = 0.0058 \text{ T/m}^2 = 0.058 \text{ MPa};$$

$$P_5 = -0.104 \text{ T/m}^2 = -1.04 \text{ MPa};$$

$$P_6 = 0.645 \text{ T/m}^2 = 6.45 \text{ MPa};$$

$$P_7 = 0.248 \text{ T/m}^2 = 2.48 \text{ MPa}。$$

R 复相关系数 $R = 0.999999$

$$F = 9.468 \times 10^5 \gg F_{0.99}$$

由 R 和 F 可看出,计算结果与实测结果吻合很好。

下面给出应力结果的理论值与反推值的比较。

1. 理论值

图 3 的情况按弹性力学方法计算自重引起的初应力可得

$$\sigma_y = \gamma(y - h_0) = -44.000 + 1.76y \quad (\text{T/m}^2)$$

$$\sigma_x = \frac{\mu}{1-\mu} \sigma_y = -14.667 + 0.587y \quad (\text{T/m}^2)$$

$$\tau_{xy} = 0.0$$

2. 反推结果

$$\sigma_x = -14.806 + 0.006x + 0.645y$$

$$\sigma_y = -45.049 - 0.104x + 2.008y$$

$$\tau_{xy} = 2.659 - 0.006y - 0.248x$$

以拱顶处的应力进行比较可以看出,反推结果与理论结果误差不很大,基本上可以满足工程需要。

拱顶处的应力比较 ($x = 11.3$ m, $y = 15.0$ m)

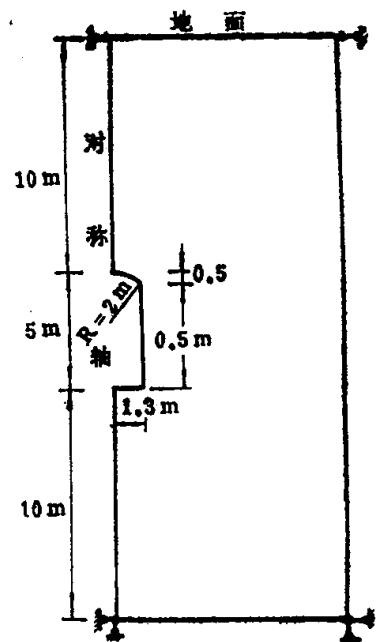


图 3 结构示意图

理论值	计算值
$\sigma_x = -5.867 \text{ T/m}^2$	$\sigma_x = -5.065 \text{ T/m}^2$
$\sigma_y = -17.60 \text{ T/m}^2$	$\sigma_y = -16.104 \text{ T/m}^2$
$\tau_{xy} = 0.0$	$\tau_{xy} = -0.230$

按反推结果 {p} 代入式 (30) 后所算得各测点处的位移与原输入的实测结果非常吻合。因此, 这也说明方法是闭合的。

(二) 工程算例

某地下水电站在勘测设计阶段开挖了试验洞, 并进行了较全面的位移观测。本文摘取了其中的两个断面的测试结果进行初始地应力场的反推分析。

该试验洞埋深 300 多米, 洞形为门洞形。高 5.0 m, 跨度 2.6 m (参见图 4)。围岩的计算弹模 E_0 取为 $1.0 \times 10^6 \text{ T/m}^2$ 。各测点的布置及实测位移与计算位移的比较如图 5(a) 和图 5(b) 所示。

由于该洞规模较小且埋深较大, 因此, 只可按均匀地应力场进行反推。这时只需要令反推参数总数 $m = 3$, 即可。

该断面实际弹模为:
 $E = 2.5 \times 10^5 \text{ T/m}^2$ 。

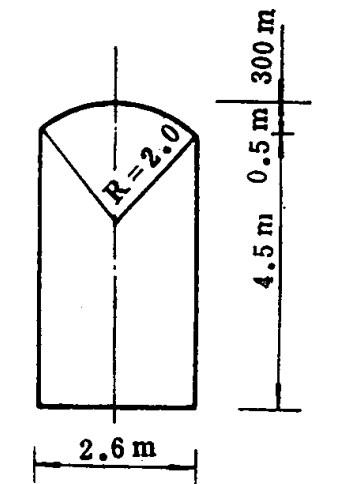


图 4 结构尺寸示意图

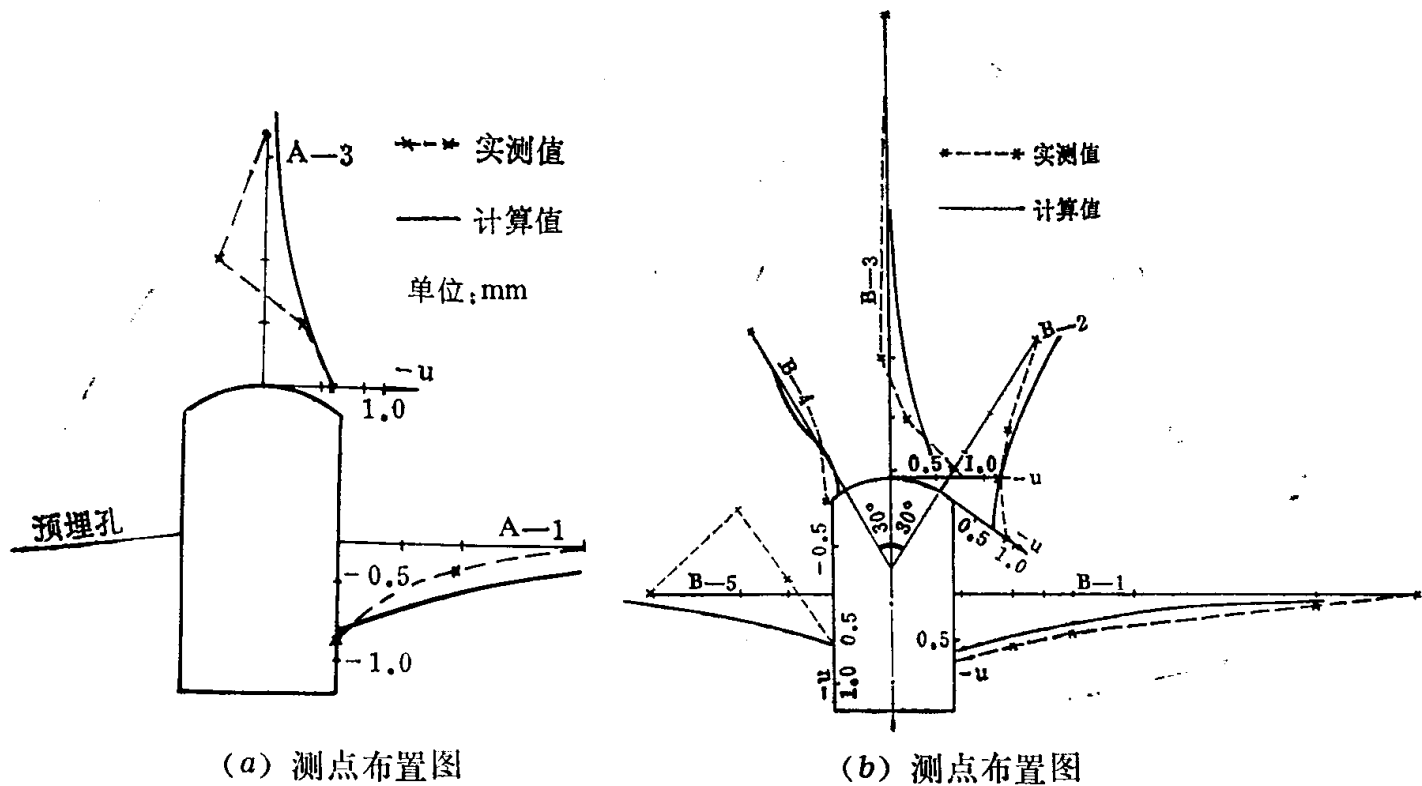


图 5

反推结果:
 按 E_0 所反推得到的标准地应力为: