
第一辑
科学与人译丛
天才引导的历程
[美] 威廉·邓纳姆 著
N
S
中国对外翻译出版公司

天才引导的历程

[美]威廉·邓纳姆 著
苗锋 译
贾辉军 校

中国对外翻译出版公司

图书在版编目(CIP)数据

天才引导的历程/邓纳姆(Dunham,W.)著.—北京:中国对外翻译出版公司,1994

(科学与人译丛)

书名原文:Journey Through Genius

ISBN 7-5001-0286-0

Ⅰ.天… Ⅱ.邓… Ⅲ.数学史-普及读物 Ⅳ.011-49

中国版本图书馆CIP数据核字(94)第07233号

出版发行/中国对外翻译出版公司

地　　址/北京市西城区太平桥大街4号

电　　话/66168195

邮　　编/100810

责任编辑/辉　丰

责任校对/李信淑

印　　刷/北京市振华印刷厂

经　　销/新华书店北京发行所

规　　格/850×1168毫米　1/32

印　　张/10.5

字　　数/240(千)

版　　次/1994年12月第1版

印　　次/1997年2月第2次印刷

ISBN 7-5001-0286-0/G·56　定价:12.60元

谨以本书献给我的母亲和父亲

“科学与人译丛”出版说明

英国著名科学专栏作家布赖恩·阿普尔亚德在其《理解现在——科学与现代人的灵魂》一书中有这样一段话：

“1609 年，加利莱奥·伽利略使用一架望远镜观看月亮。这一时刻，对世界的意义如此重大，以至人们将它与耶稣的诞生相提并论。因为，就像在伯利恒，自这一时刻，人类生活中的不可能成为可能。”

阿普尔亚德据此将科学划分为伽利略之前的科学，或称“智慧”，以及从 1609 年开始的现代科学。前一科学建立在推理基础上，后一科学建立在观察与实验基础上。经过如此划分，我们习以为常的科学，竟然只有 400 年的历史。

但人类就在这 400 年内经历了飞速发展。

我们有了蒸汽机，有了轮船，有了电话、电报，有了飞机、火箭，有了电视、电脑、互联网络，我们还有重力场理论、元素周期表、量子力学、相对论乃至被称为“自然中最基本物体”的超弦。工业革命、农业革命、信息革命使人类的社会生活发生了前人难以想象的变化。

人类改造了自然，也改造了人类自己。回顾这一切，人类完全有理由感到自豪。因为，人类就像上帝，也有自己的“创世纪”。人说，要有科学，就有了科学。科学是好的，它行之有效。

然而，“创世纪”中写道“到第七日，上帝造物的工已经完毕，就在第七日歇了他一切的工，安息了”。而人类的工却没有完毕，400 年后的今天仍然不能安息。

就像有光必有影，人在发现、发明、创造、拥有上述一切的同时，还得到了原子弹、氢弹、核泄漏、酸雨、温室效应、臭氧层空洞乃至伴随科学技术而来的种种风险。

人类曾以为已找到了通往自由王国的必由之路，他将乘着科学的飞船，摆脱一切束缚，重新确立自己在宇宙中的位置。但在科学爆炸的二十世纪，人类终于开始反思：

科学行之有效，但它是否就是真理？

为此，我们编辑了这套《科学与人译丛》，陆续分辑推出。其中，有对信息崇拜的批判，有对生命起源的求索，有对技术所导致风险的分析，有对世界最新科学动态和研究方向的展望。数学家用对策论证明，完全的民主实际上并无可能；物理学家提出全新的超弦理论，试图统一描述所有的力、物质的所有基本粒子和时空，继量子力学和相对论之后，成为"第三次物理学革命的重要标志"……《译丛》汇集了物理学家、数学家、生物学家、天文学家、哲学家、人类学家、伦理学家……自本世纪后半期、尤其是在本世纪末打通自然科学与社会科学之间的隔膜，对科学这一决定人类命运的工具的深刻思索。通过这套丛书，我们期望读者可以对科学的现状、科学的未来、科学的正面与负面效应，有一个较为全面的了解，更好地认识科学、掌握科学、利用科学。

中国对外翻译出版公司

1997 年 2 月

自　序

伯特兰·罗素在自传中回忆了他青年时的危机：

“有一条小路，穿过田野，通向新南盖特，我经常独自一人到那里去观看落日，并想到自杀。然而，我终于不曾自杀，因为我想更多地了解数学。”

诚然，很少有人能够如此虔诚地皈依数学，但是，确有许多人懂得数学的力量，特别是懂得数学之美。本书谨献给那些愿更深入地探索漫长而壮丽的数学史的人们。

对于文学、音乐和美术等各种学科，人们一向以考证杰作——“伟大的小说”、“伟大的交响乐”、“伟大的绘画”，作为最适宜和最有启发性的研究课题。人们就这些题目著书立说，授课讲学，使我们能够了解这些学科的某些里程碑和创造这些里程碑的伟人。

本书运用类似的方法来研究数学，而书中大师们创造的不是小说或交响乐，而是定理。因此，本书不是一本典型的数学教材，没有一步一步地推导某些数学分支的发展，也没有强调数学在确定行星运行轨道、理解计算机世界，乃至结算支票等方面的应用。当然，数学在这些应用领域取得了惊人的成就，但并非这些世俗功利促使欧几里得、阿基米德或乔治·康托为数学殚精竭虑，终生不悔。他们并不认为应借功利目的为自己的工作辩解，正如莎士比亚不必解释他何以要写十四行诗，而没有写菜谱，或凡高何以要画油画，而没有画广告画一样。

我将在本书中从数学史的角度来探讨某些最重要的证明和最精巧的逻辑推理，并重点阐述这些定理为什么意义深远，以及数学

家们是如何彻底地解决了这些紧迫的逻辑问题的。本书的每一章都包含了三个基本组成部分：

第一部分是历史背景。本书所述及的“伟大定理”跨越了2300多年的人类历史。因而本人在论述某一定理之前，将先介绍历史背景，介绍当时的数学状况乃至整个世界的一般状况。像其他任何事物一样，数学也是在一定的历史环境中产生的。因此，有必要指明卡尔达诺三次方程的解法出现在哥白尼日心说公布后两年和英格兰国王亨利八世死前两年，或强调青年学者艾萨克·牛顿 1661 年进入剑桥大学学习时，王政复辟对剑桥大学的影响。

第二部分是传说性的。数学是有血有肉的实实在在的人的造物，而数学家的生平则可能反映出灵感、悲剧或怪诞。本书所涉定理体现了许多数学家的勤奋努力，从交游广阔的李昂纳德·欧拉到生性好斗的约翰·伯努利和带有最市俗的文艺复兴特征的赫罗拉莫·卡尔达诺，不一而足。了解这些数学家的不同经历，有助于我们更好地理解他们的工作。

第三部分，也是本书的重点，是在这些“数学精萃”中所表现出的创造性。不读名著，无从理解；不观名画，无从体味，同样，如果不去认真地、一步一步地钻研这些证明方法，也不可能真正掌握这些著名的数学定理。而要理解这些定理，就必须全神贯注。本书各章仅仅意在为理解这些定理梳理线索。

这些数学里程碑还具有一种永世不灭的恒久性。在其他学科，今天流行的风尚，往往明天就遭人遗忘。一百多年前，沃尔特·司各脱爵士还是当时英国文学中最受尊重的作家之一，而今天，人们对他已淡然。20 世纪，超级明星们匆匆来去，转瞬即成历史，而那些旨在改变世界的观念，最终却常常变成思想垃圾。

诚然，数学也必须时常改变其趣味。但是，受严格逻辑限制而证明的数学定理则是永恒的。公元前 300 年欧几里得对毕达哥拉斯勾股定理的证明，并未因时光的流逝而丝毫丧失它的美与活力。

相反，古希腊时期的天文学理论或医术却早已变成陈旧而有点儿可笑的原始科学了。19 世纪的数学家赫尔曼·汉凯尔说得好：

> “就大多数学科而言，一代人摧毁的正是另一代人所建造的，而他们所建立的也必将是另一代人所破坏的。只有数学不同，每一代人都在旧的结构上加进新的内容。”

在这种意义上，我们探讨伟大数学家历久弥新的成果，就能够从中体会奥利弗·亥维赛精辟的论说：“逻辑能够很有耐性，因为它是永恒的。”

对体现数学精髓的这些定理的选择，是由许多因素决定的。如前所述，我主要的考虑是找到具有深刻见解或独创性的论题。当然，这里有一个个人好恶的问题。我承认，不同的作者可能会选取不同的定理。然而，能够直接看到数学家通过巧妙的演绎，将看似深奥的问题变得清晰易懂，确实是一种不同寻常的经历。据说，聪明人可以战胜困难，而天才则可以战胜不可能。本书将展示许多天才。这里有真正的经典——数学中的《蒙娜·丽莎》或《哈姆雷特》。

当然，选择这些定理也有其他的考虑。其一，我希望本书能够包容历史上主要数学家的定理。例如，欧几里得、阿基米德、牛顿和欧拉必不可少。忽略这些数学家，犹如研究美术史而不提伦勃朗或塞尚的作品一样。

其二，为求全面，我兼顾到数学各个分支。本书的命题涉及平面几何、代数、数论、解析和集合等内容。各种命题，以及它们之间的偶然联系和相互影响，为本书增添了一些生动的气息。

我还希望能在本书中容纳各种**重要的**数学定理，而不仅仅是一些小巧的游戏或机变。实际上，本书的大部分定理或者解决了长期存在的数学问题，或者为将来提出了意义深远的问题，或者二者兼而有之。每一章的结尾处有后记，一般记述伟大定理提出的问题及其在数学史上的影响。

这里有一个定理难度的问题。显然，数学有许多伟大的里程

碑，其深度和难度除专家外，其他人都会感到莫测高深。在一本针对一般读者的书中引入这些命题，是十分愚蠢的。本书所涉定理，仅要求具备高中代数和几何知识即可。但有两处例外，一是第 9 章在讨论欧拉的定理时使用了三角学的正弦曲线，二是第 7 章在讨论牛顿的定理时应用了初等积分；许多读者已经掌握了这些知识，而对于那些尚未掌握这些知识的读者，本书做了一些解释，以帮助他们克服阅读中的困难。

应当指出，本书不是一本学术著作。一些重大而微妙的数学或历史问题当然不可能在这种书中一一述及。但我尽力避免编入一些不正确或历史上不准确的材料，因为这不是对所有问题的所有方面追根问底的时间和场合。总之，本书是一本大众读物，不是科学著作或新闻报道。

就此，我必须对论证的确切性说几句。在准备写这本书的时候，我发现不可避免地要在定理创始人最初使用的符号、术语和逻辑思维与现代读者对数学资料的理解要求之间作出某些折衷。完全照搬原作会使人感到非常难于理解；但严重偏离原作又与我的历史目标相冲突。总之，我实际上尽力保留了定理原作的全部要旨和大量细节。而我所作的某些修改并不严重，不过就像是用现代乐器演奏莫扎特的乐曲一样。

现在，我们即将开始穿越二千年数学里程的旅行。这些定理虽然古老，但在历经多少个世纪之后，却依旧保持着一种新鲜感和灿烂的魅力。我希望读者能够理解这些论证，并能够领会这些定理的伟大之处。对于那些做到了这一点的读者，我希望他们不仅会对他人的伟大之处肃然起敬，还会因为能够理解大师著作而怡然自得。

威廉·邓纳姆

俄亥俄州，哥伦布

鸣　谢

我在编写本书时，曾得到过许多机构和个人的帮助，谨在此表示感谢。首先，我应感谢私人和公共部门提供的宝贵赠款：利利捐赠基金有限公司提供的1983年夏季津贴和全国人文学科基金会为1988年题为“历史上的数学经典定理”夏季研讨会提供的资金。利利捐赠基金有限公司和全国人文学捐赠基金会的支持，使我得以归纳以往对数学史的散乱兴趣，形成在汉诺威学院和俄亥俄州立大学教授的课程。

我衷心感谢俄亥俄州立大学，特别是数学系，在我作为客座教员编写本书时所给予我的热情支持。数学系主任约瑟夫·费拉尔以及琼·莱泽尔和吉姆·莱泽尔，在我任客座教员的两年期间，给予我可靠的帮助和支持，对此，我永志不忘。

许多个人也为本书提供了帮助。感谢图书馆管理员鲁思·埃文斯在我1980年休假年期间为我提供了1900年以前的数学资料汇编；感谢全国人文学科基金会的史蒂文·泰格纳和迈克尔·霍尔对本书之前夏季研讨会提出的良好建议；感谢卡罗尔·邓纳姆的热情和鼓励；感谢俄亥俄州立大学的艾米·爱德华兹和吉尔·鲍默一皮纳为我介绍麦金托什文字处理系统的细节；感谢威利公司编辑凯瑟琳·肖沃尔特、劳拉·卢因和史蒂夫·罗斯对一个初出茅庐的作者的宽容；感谢全国最有权威的发言人之一，鲍灵格林州立大学的V.弗雷德里克·里基提出的关于数学也像其他学科一样具有不容忽视的历史的观点；感谢巴里·A.西普拉和韦斯特蒙特学院的拉塞尔·豪厄尔对本书手稿所作的非常彻底而有益的

审查;感谢汉诺威学院的乔纳森·史密斯在出版前的最后阶段提出的编辑意见。

我应特别感谢彭尼·邓纳姆,她为本书绘制了插图,并就书的内容提出了许多宝贵建议。彭尼是一位非凡的数学教师,是我们共同主办全国人文学科基金会研讨会的不可替代的同仁,是支持者、顾问、夫人和可以想象到的最好朋友。

最后,我要特别感谢布伦丹和香农两位大师。

目　录

第 一 章

希波克拉底的求新月形面积定理

（公元前约 440 年）

论证数学的诞生

我们对人类远古时代数学发展的认识，在很大程度上依靠推测，是根据零星的考古资料、建筑遗迹和学者的猜测拼凑而成的。显然，随着公元前 15000 至 10000 年间农业的发明，人类不得不应付两个最基本的数学概念（至少是以初步形式）：量和空间。量的概念，或“数”的概念是在人们数羊或分配粮食时产生的，经过历代学者几百年的推敲和发展，量的概念逐渐形成了算术，后来又发展成代数。同样，最初的农夫也需要认识空间关系，特别是就田地和牧场的面积而言，随着历史的发展，这种对空间的认识就逐渐形成了几何学。自从人类文明之初，数学的两大分支—— 算术和几何，就以一种原始的形式共存。

然而，这种共存并非永远和谐。数学史上一个持续的特征就是在算术与几何之间始终存在着紧张关系。有时，一方超过了另一方，有时，另一方又比这一方在逻辑上更占优势。而一个新发现，一种新观点，都可能会扭转局面。也许，有人会感到奇怪，数学竟然像美术、音乐或文学一样，在其漫长而辉煌的历史进程中，同样存在着激烈的竞争。

我们在古埃及文明中，发现了数学发展的明显迹象。古埃及人

研究的重点是数学的应用方面，以数学作为工具，促进贸易、农业和日益复杂的日常生活其他方面的发展。根据考古记载，在公元前2000年以前，埃及人已建立了原始数系，并具备了某些有关三角形和棱锥体等的几何概念。例如，据传说，古埃及建筑师用一种非常巧妙的方法确定直角。他们把12段同样长的绳子相互连成环状(如图1.1所示)，把从B到C之间的五段绳子拉成直线，然后在A点将绳子拉紧，于是就形成了直角BAC。他们将这种构形放在地上，让工人们按照这个构形在金字塔、庙宇或其他建筑的拐角处建成标准的直角。

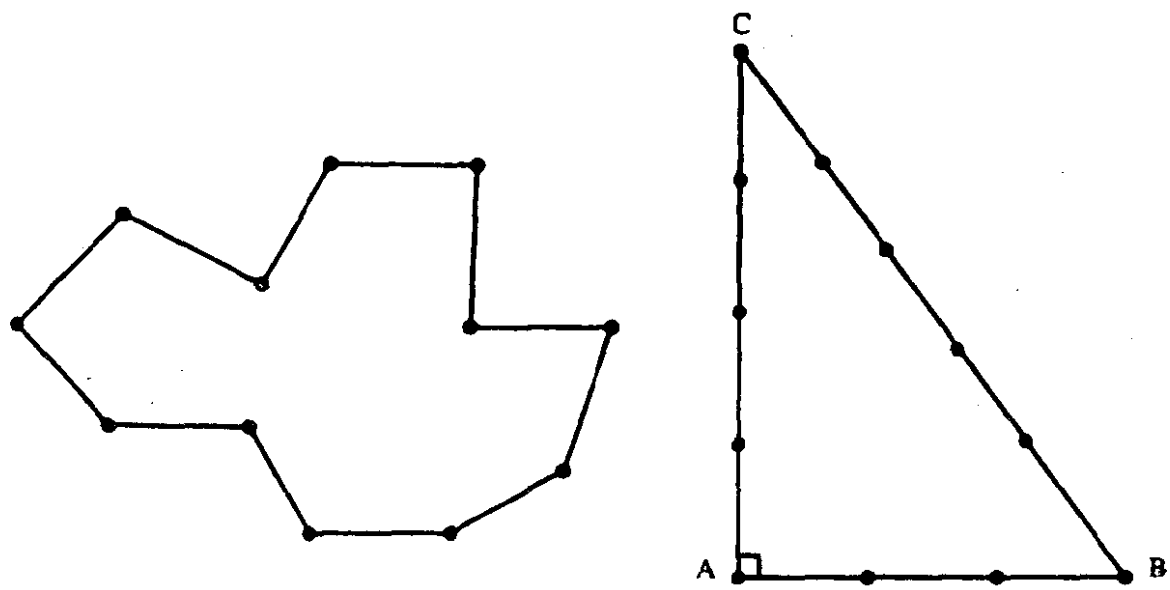

图 1.1

这种构图表明，古埃及人已对直角三角形的毕达哥拉斯勾股弦关系有所认识。他们似乎懂得，边长为3、4和5的三角形肯定会含有直角。当然，$3^2+4^2=9+16=25=5^2$，我们从中可以看到在所有数学关系中最重要的关系之一——勾股关系的早期曙光(见图1.2)。