水利水文水资源与环境模糊集分析

陈守煜 等著

大连工学院出版社

水利水文水资源与环境模糊集分析

陈守煜　等著

大连工学院出版社

1 9 8 7年

内容简介

本文集是关于模糊集理论在水利水文等学科领域中的应用研究成果。内容包括模糊非线性规划，模糊聚类分析，模糊推理，模糊统计推断，模糊综合评判，模糊控制等方面理论在水利、水文、水资源与环境领域中的应用研究，目前在国内外尚未见到这样的文集，因此本文集将有助于推进水利水文等学科领域内模糊集理论的应用研究工作。

文集中瑰集的十八篇论文，系统地反映了作者在该学科领域内的最新科研成果。文集中提出的许多新的原理与观点，对其他学科领域的模糊集应用研究也有参考价值。

本文集可供水利、水文、水资源与环境专业的工作人员、研究生及模糊数学工作者阅读与参考。

水利水文水资源与环境模糊集分析

SHUI LI SHUI WEN SHUI ZI YUAN YU HUAN
JING MO HU JI FEN XI

陈守煜　等著

责任编辑：许芳春　责任校对：邓玉萍　封面设计：尚宝刚

大连工学院出版社出版发行
大连工学院印刷厂印刷
辽宁省新华书店经销

开本：787 ×1092 1/16　印张：9 1/4　字数：217 千字
1987 年 5 月第一版　1987 年 5 月第一次印刷
印数：0——1800

统一书号：15400·8　定价：1.60 元

序　　言

水利、水文、水资源与环境领域内客观地存在的现象有两种不确定性：随机性与模糊性。现象的随机性已为人们所普遍接受，并在研究与实际工作中广泛应用概率论与统计方法处理随机性。在那里，事件本身有着明确的含义，仅仅是由于条件不充分，使得条件与事件之间未能出现决定性的因果关系，因而，在事件的出现与否上表现出不确定性。但对于现象的模糊性，目前在水利、水文、水资源与环境领域中应用模糊集理论的研究还刚刚开始。模糊性作为一种基本的真实还未被人们所普遍认识。事实上模糊性是排中律的一种破缺，在这里，概念本身没有明确的外延，一个对象是否符合这个概念难以确定。由于概念外延的模糊而造成划分上的不确定性是为模糊性，例如水文、水利与水能规划设计中，常需确定设计枯水、中水、丰水年的年径流，由于年径流现象的枯、中、丰水之间没有绝对清晰的界限，属于模糊性范畴，即现象在差异的中介过渡时所呈现的“亦此亦彼”性。因此，用模糊集理论研究确定设计年径流及其过程，更符合现象的客观实际。可以预料，近期内模糊集理论在水利、水文、水资源与环境学科领域中的应用研究，将会有很大的进展，其发展的前景极其宽广。

八十年代初，我与王本德、赵瑛琪（辽宁师范大学数学系）以及我的研究生们，在水利、水文、水资源与环境学科领域中进行了模糊集的应用研究与开发工作，并将模糊集分析与系统分析、随机分析结合起来，形成一个新的理论分析体系——模糊随机系统分析体系。本论文集瑰集的十八篇论文，论述了我们的这些新的论点与解决问题的思路。由于为软科学提供新的数学语言与工具的模糊数学本身的发展历史还只有短短的廿二年，因此我们提出的新的论点与思路还有待于在实践中进一步检验与发展。

陈守煜

1986.11.于大连工学院

目　　　录

Contents

梯级水电站工作深度优选的模糊非线性规划模型

陈守煜

(大连工学院)

提　　　　要

本文首次提出梯级水电站最优工作深度（死水位）的模糊非线性规划模型。这是水资源系统最优化问题研究中的一个新课题，它能使水能规划工作带来显著的经济效益，得到更优的梯级电站总保证出力。

一、问题的提出

以往许多梯级电站工作深度优化计算的实践表明，工作深度的最优解通常是约束区间的上、下界，即工作深度的最大、最小值（常见的是最大值）。因为在一般情况下，上游电站工作深度愈大，该电站的调节流量越大，可以更有效地利用该电站下游各级水电站的水头。因此考虑弹性约束可以获得更优的梯级总保证出力。如果梯级中有的电站工作深度最优解在约束区间范围内，可不考虑电站的弹性约束。但在现实生产中的许多问题，如在水能资源的合理开发与科学利用中，约束条件常常具有一定的弹性，如对这种弹性约束合理地加以考虑，可使水能资源的开发利用更趋于经济与合理。本文考虑水电站的最大、最小工作深度为弹性约束，提出梯级水电站工作深度优选的模糊非线性规划模型，可提高梯级水电站的最优总保证出力，从而节省系统能源建设的总投资。其对于水资源系统分析中具有弹性约束的最优化问题有参考意义。

二、梯级水电站工作深度优选的模糊非线性规划模型

文〔1〕提出以梯级水电站总保证出力最大为优化准则时的梯级水电站工作深度目标函数的数学模式

$$\max\left\{F_n(V_1, V_2, \cdots, V_n)=\sum_{i=1}^{n} A_iV_i+B_{j,k}V_jV_k+\sum_{i=1}^{n} D_iV_i^2+E_n\right\} \quad (1)$$

$$\max\left\{F_n(VM_1, VM_2, \cdots, VM_n)=\sum_{i=1}^{n} A_i'VM_i+B_{j,k}VM_jVM_k+\sum_{i=1}^{n} D_iV^2M+E_n'\right\} \quad (2)$$

式中　$j=1, 2, \cdots, (n-1)$；$k=1, 2, \cdots, n$；$k>j$。

$$A_i=-k_i d_i\sum_{l=1}^{l=i}a_l+b_i\sum_{l=i}^{l=n}k_l c_l \qquad i=1,\ 2,\cdots,\ n.$$

$$B_{j,k}=-b_j k_k d_k \qquad \text{有 } C_n^2 \text{ 项}$$

$$D_i=-k_i b_i d_i \qquad i=1,\ 2,\cdots,\ n.$$

$$E_n=\sum_{i=1}^{n}\left(k_i C_i\sum_{l=1}^{l=i}a_l\right) \qquad i=1,\ 2,\cdots,\ n.$$

$$A_i'=k_i d_i\sum_{l=1}^{l=i}a_l'-b_i\sum_{l=i}^{l=n}k_l c_l' \qquad i=1,\ 2,\cdots,\ n.$$

$$E_n'=\sum_{i=1}^{n}\left(k_i c_i'\sum_{l=1}^{l=i}a_l'\right) \qquad i=1,\ 2,\cdots,\ n.$$

n——梯级水电站数目；

V_i——序号 i 梯级水电站的工作库容；

VM_i——序号 i 梯级水电站的死库容；

k_i——序号 i 梯级水电站的出力系数；

a_i、b_i、c_i、d_i 分别为序号 i 梯级水电站的系数，而$a_i'=a_i+b_iV_{si}$，$c_i'=c_i-d_iV_{si}$，其中 $V_{si}=V_i+VM_i$，为序号 i 梯级电站水库的总库容。

目标函数式（1）、（2）的约束条件为：

$$V_{\min i}\leqslant V_i\leqslant V_{\max i} \qquad (3)$$

$$VM_{\min i}\leqslant VM_i\leqslant VM_{\max i} \qquad (4)$$

$V_{\min i}$、$V_{\max i}$ 分别为序号 i 梯级水电站允许的最小、最大工作库容；$VM_{\min i}$、$VM_{\max i}$分别为序号 i 梯级水电站允许的最小、最大死库容。

为了论述的方便，先根据目标函数式（1）与约束条件式（3）导出梯级水电站工作深度优选的模糊非线性规划模型。为此将约束条件（3）模糊化，则式（3）为

$$V_{\min i}\underset{\sim}{\leqslant} V_i\underset{\sim}{\leqslant} V_{\max i} \qquad (5)$$

式（5）为模糊约束，其中“$\underset{\sim}{\leqslant}$”表示一种具有弹性的约束，可由适当选择的弹性指标：$e_{\min i}$ 与 $e_{\max i}$ 来描述，分别称它们为最小、最大工作库容的弹性库容。$e_{\min i}\geqslant 0$，$e_{\max i}\geqslant 0$，$i=1,\ 2,\cdots,\ n$；当 $e_{\min i}=0$，$e_{\max i}=0$ 时，即为无弹性的约束（3）。对于约束（5）对应着变量 V_i 中的一个模糊子集 U_i，其隶属函数

$$\mu U_i(V_i)=\begin{cases}1 & \text{当 } V_{\min i}\leqslant V_i\leqslant V_{\max i}\\ 1-\dfrac{V_i-V_{\max i}}{e_{\max i}} & \text{当 } V_{\max i}<V_i\leqslant V_{\max i}+e_{\max}\\ 1-\dfrac{V_{\min i}-V_i}{e_{\min i}} & \text{当 } V_{\min i}-e_{\min i}\leqslant V_i<V_{\min i}\\ 0 & \text{当 } V_i>V_{\max i}+e_{\max i};\ V_i<V_{\min i}-e_{\min i}\end{cases}$$

令 $U=U_1\cap U_2\cap\cdots\cap U_n\in\mathscr{F}(V_1\times V_2\times\cdots\times V_n)$为此规划问题的模糊约束集。再求模糊目标集 F，为此，解目标函数（1）与约束条件（3）的数学规划问题，可用文〔1〕中提出的解法，得到最优值 Z。再解目标函数（1）与约束条件

$$V_{\min i}-e_{\min i}\leqslant V_i\leqslant V_{\max i}+e_{\max i} \qquad (i=1,\ 2,\cdots,\ n) \qquad (7)$$

的数学规划问题，得最优值 Z_e。由于约束条件的放宽，故有 $Z_e>Z$，于是模糊目标集 F

的隶属函数可为：

$$\mu_F(V_1,V_2,\cdots,V_n)=\begin{cases}0 & \text{当}\sum_{i=1}^{n}A_iV_i+B_{j,k}V_jV_k+\sum_{i=1}^{n}D_iV_i^2+E_n\leqslant Z\\ \dfrac{1}{Z_e-Z}\left(\sum_{i=1}^{n}A_iV_i+B_{j,k}V_jV_k+\sum_{i=1}^{n}D_iV_i^2+E_n-Z\right) & \\ & \text{当 } Z<\sum_{i=1}^{n}A_iV_i+B_{j,k}V_jV_k+\sum_{i=1}^{n}D_iV_i^2+E_n\leqslant Z_e\\ 1 & \text{当}\sum_{i=1}^{n}A_iV_i+B_{j,k}V_jV_k+\sum_{i=1}^{n}D_iV_i^2+E_n>Z_e\end{cases}\quad (8)$$

显然，完全满足约束条件（3），$\mu U_i(V_i)=1$，此时目标函数（1）的最优值（梯级水电站的总保证出力最优值）最小，$\mu_F(V_1, V_2,\cdots, V_n)=0$；当目标函数式（1）的最优值最大时，$\mu_F(V_1,V_2,\cdots, V_n)=1$，此时完全不符合约束条件式（3），$\mu U_i(V_i)=0$，为了兼顾模糊约束集 U 和模糊目标集 F，采用模糊判决

$$G=U\cap F$$

为求模糊判决条件下的最优值 Z^*，可根据

$$\mu_G(V_1^*, \cdots, V_n^*)=\mu_G(V^*)=\mathrm{hgt}G=\max(\mu_U(V_1,V_2,\cdots,V_n)\wedge\mu_F(V_1,V_2,\cdots,V_n)\quad (9)$$

条件确定判决。式中 hgt$G$ 表示模糊判决的最高值，V^* 为模糊约束条件下的最优解。式（9）可为

$$\begin{aligned}\mu_G(V^*)&=\mu_G(V_1^*, \cdots V_n^*)=\max[\mu U_1\cap U_2\cap\cdots\cap U_n(V_1, V_2,\cdots, V_n)\wedge\mu_F(V_1,V_2,\cdots,V_n)]\\ &=\max[\mu U_1(V_1)\wedge\mu U_2(V_2)\wedge\cdots\wedge\mu U_n(V_n)\wedge\mu_F(V_1, V_2,\cdots, V_n)]\\ &=\max\{\lambda\mid\{(V_1,\cdots, V_n):\mu U_1(V_1)\geqslant\lambda,\ \mu U_2(V_2)\geqslant\lambda,\cdots,\ \mu U_n(V_n)\\ &\geqslant\lambda,\ \mu_F(V_1, V_2,\cdots, V_n)\geqslant\lambda\}\neq\phi\}\end{aligned}\quad (10)$$

式（10）表示把截集 λ 作为变量，在约束 $\mu U_i(V_i)\geqslant\lambda$，$\mu_F(V_1, V_2,\cdots, V_n)\geqslant\lambda$条件下，求 λ 的极大值，即求目标函数

$$\max\{\lambda\}\quad (11)$$

约束条件

$$\left.\begin{aligned}&1-\frac{V_i-V_{\max_i}}{e_{\max_i}}\geqslant\lambda && \text{当 } V_{\max_i}\leqslant V_i\leqslant V_{\max_i}+e_{\max_i}\\ &1-\frac{V_{\min_i}-V_i}{e_{\min_i}}\geqslant\lambda && \text{当 } V_{\min_i}-e_{\min}\leqslant V_i\leqslant V_{\min_i}\\ &\frac{1}{Z_e-Z}\left(\sum_{i=1}^{n}A_iV_i+B_{j,k}V_jV_k+\sum_{i=1}^{n}D_iV_i^2+E_n-Z\right)\geqslant\lambda && 1\geqslant\lambda\geqslant0,\ V_i\geqslant0\end{aligned}\right\}\quad (12)$$

可用非线性规划解出最优解：$(V_1^*, V_2^*,\cdots, V_n^*,\lambda^*)$ 记 $V^*=(V_1^*, V_2^*,\cdots, V_n^*)^T$，则

$$\mu_G(V^*)=\lambda^*$$

λ^* 为最优程度。将模糊约束下的最优解：$V_1^*, V_2^*,\cdots, V_n^*$ 代入目标函数式（1），可得模糊约束条件下的最优值 Z^*，显然有 $Z^*>Z$，这就是说考虑模糊约束时可以提高梯级水电站总保证出力的最优值，从而可望节省电力系统中其他能源建设的投资。

用目标函数式（1）与约束条件式（3）求解梯级水电站工作深度优选的模糊非线性规

划问题的步骤可归结为：

1）解目标函数式（1）与约束条件式（3）的非线性规划问题，求出最优值 Z。

2）解目标函数式（1）与约束条件式（7）的非线性规划问题，求出最优值 Z_e。

3）解目标函数式（1）与约束条件式（12）的非线性规划问题，得最优解，V_1^*，V_2^*，…，V_n^* 与最优程度 λ^*，将最优解代入目标函数式（1）求得最优值 Z^*。

同样应用目标函数式（2）与约束条件式（4）求解模糊非线性规划，其相应的公式与步骤为：

1）解目标函数式（2）与约束条件式（4）的非线性规划问题，求出最优值 Z_M。

2）解目标函数式（2）与约束条件

$$V_{M\min_i}-e_{M\min_i}\leqslant V_{M_i}\leqslant V_{M\max_i}+e_{M\max_i} \tag{13}$$

的非线性规划问题，求出最优值 Z_{Me}。

3）解目标函数式（11）与约束条件

$$\left.\begin{aligned}
&1-\frac{V_{M_i}-V_{M\max_i}}{e_{M\max_i}}\geqslant\lambda \qquad \text{当 } V_{M\max_i}\leqslant V_{M_i}\leqslant V_{M\max_i}+e_{M\max_i}\\
&1-\frac{V_{M\min_i}-V_{M_i}}{e_{M\max_i}}\geqslant\lambda \qquad \text{当 } V_{M\min_i}-e_{M\min_i}\leqslant V_{M_i}\leqslant V_{M\min_i}\\
&\frac{1}{Z_{Me}-Z_M}\left(\sum_{i=1}^{n}A_i'V_{M_i}+B_{j,k}V_{M_j}V_{M_k}+\sum_{i=1}^{n}D_iV_{M_i}^2+E_n'-Z_M\right)\geqslant\lambda\\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad 1\geqslant\lambda\geqslant0,V_{M_i}\geqslant0
\end{aligned}\right\} \tag{14}$$

的非线性规划问题，得最优解 $V_{M_1}^*$，$V_{M_2}^*$，…，$V_{M_n}^*$ 与最优程度 λ^*，将最优解代入目标函数式（2）可求得最优值 Z_M^*。由于目标函数式（2）、约束条件式（4）与目标函数式（1）、约束条件式（3）等价，且有 $e_{M\min_i}=e_{\max_i}$，$e_{M\max_i}=e_{\min_i}$，$V_{M\min_i}=V_{S_i}-V_{\max_i}$，$V_{M\max_i}=V_{S_i}-V_{\min_i}$，故无论用式（1）、式（3）或按式（2）、式（4）考虑弹性约束条件求解，其最后结果相同。$e_{M\min_i}$、$e_{M\max_i}$ 分别表示梯级水电站的最小、最大死库容的弹性库容。

$e_{\max_i}$，$e_{\min_i}$ 或 $e_{M\min_i}$，$e_{M\max_i}$ 一般情况下取为正值，即把约束区间放宽，使目标函数的最优值增大。但如果最优解落在约束区间内，则放宽约束区间，常不能使目标函数增加。当 $e_{\max_i}$，$e_{\min_i}$ 或 $e_{M\min_i}$，$e_{M\max_i}$ 均等于0时，即变为通常的非弹性约束。

许多梯级电站工作深度优选的实践表明，各个水电站工作深度的最优解往往是约束区间的上、下界。尤其对第一级“龙头水库”，其最优解通常是最大工作深度或最小死库容。以下各级电站工作深度的最优解也常是最小工作深度或最大死库容。“龙头水库”死水位偏低，其下各级死水位偏高的情况，文〔4〕作了相应的论述，提出逐步抬高“龙头水库”的死水位，来考察梯级总保证出力变化（下降）趋势，当“龙头水库”死水位偏低受某种因素限制时，参照此下降趋势，在牺牲一点梯级总保证出力的条件下，选取一个在工程上易于实施的决策方案。

本文提出的模型与解法，当“龙头水库”死水位偏低受某种因素限制而不能采用选定的最优值时，可以对第一级“龙头水库”（$i=1$）的弹性库容 $e_{\max_i}$ 或 $e_{M\min_i}$ 选取负值，这样，约束式（7）当 $i=1$ 时为

$$V_{\min_i}-e_{\min_i}\leqslant V_1\leqslant V_{\max_i}-|e_{\max_i}| \tag{7'}$$

约束式（13）当 $i=1$ 时为

$$V_{M\min_i}+|e_{M\min_i}|\leqslant V_{M1}\leqslant V_{M\max_i}+e_{M\max_i} \tag{13'}$$

由于“龙头水库”约束区间的缩小，即约束条件的变严，使梯级总保证出力的最优值有所下降，即 $Z_e<Z$，或 $Z_{M_e}<Z_M$。但此时约束式（12）当 $i=1$ 时为

$$1-\frac{V_1-V_{\max_i}}{e_{\max_i}}\geqslant\lambda \quad 当\ V_{\max_i}-|e_{\max_i}|\leqslant V_1\leqslant V_{\max_i}$$

或约束式（14）当 $i=1$ 时为

$$1-\frac{V_{M\min_i}-V_{M1}}{e_{M\min_i}}\geqslant\lambda \quad 当 V_{M\min_i}\leqslant V_{M1}\leqslant V_{M\min_i}+|e_{M\min_i}|$$

于是可以在不同的梯级总保证出力最优值的下降值中找出一个使下降较少，但却能满足某种因素限制条件下的决策方案。

三、算　　例

湖南某河有两个水电站组成的梯级，第一级正常蓄水位 310 米，总库容 1650 秒立米月；第二级正常蓄水位 205 米，总库容 528 秒立米月。两电站拟定的最小工作库容分别为 870、251 秒立米月，最大工作库容分别为 1340、409 秒立米月。但两级电站的最小、最大工作库容可以允许有一定的弹性，试考虑此弹性用本文提出的模糊非线性规划模型，求解两个梯级水电站工作库容的最优解与梯级总保证出力的最优值。梯级电站的出力系数为 8.5，即 $k_1=k_2=8.5$，$n=2$。

根据文〔3〕资料可得梯级电站的各个系数

$$a_1=76.7 \quad b_1=0.142 \quad c_1=108.45 \quad d_1=0.013$$
$$a_1=52.44 \quad b_2=0.145 \quad c_2=91.62 \quad d_2=0.04$$

根据上述系数，可得

$$A_1=-k_1d_1a_1+b_1(k_1c_1+k_2c_2)=233.01$$
$$A_2=-k_2d_2(a_1+a_2)+b_2k_2c_2=69.01$$
$$B_{1,2}=-b_1k_2d_2=-0.048$$
$$D_1=-k_1b_1d_1=-0.016$$
$$D_2=-k_2b_2d_2=-0.049$$
$$E_2=k_1c_1a_1+k_2c_2(a_1+a_2)=171274$$

代入目标函数式（1）得

$$\max\{F_2(V_1,\ V_2)=233.01V_1+69.01V_2-0.048V_1V_2-0.016V_1^2-0.049V_2^2+171274\} \tag{1'}$$

求目标函数式（1'）与约束条件

$$\left.\begin{array}{l}870\leqslant V_1\leqslant1340\\251\leqslant V_2\leqslant409\end{array}\right\} \tag{3'}$$

的最优解 $^*V_1$、$^*V_2$，应用文〔2〕中提出的解法得：$^*V_1=1340$、$^*V_2=251$ 秒立米月。即 $^*V_1=V_{\max}$，$^*V_2=V_{\min_i}$，，最优解代入式（1'）得 $Z=452868$。

根据两级水电站最大、最小工作库容可以允许有一定弹性的实际条件，给定 $e_{max_i}=134$，$e_{min_i}=25$秒立米月。显然，e_{min_i}、e_{max_i} 可考虑为零（无弹性），如果不为零，对最优解与最优值也无影响。为简便考虑：$e_{min_i}=0$，$e_{max_i}=0$（无弹性）。

求目标函数式（1′）与约束条件

$$\left.\begin{array}{l}870\leqslant V_1\leqslant 1474\\226\leqslant V_2\leqslant 409\end{array}\right\}\qquad(7')$$

的最优解：$^{**}V_1=1474$，$^{**}V_2=226$ 秒立米月。将最优解代入目标函数式（1′）得 $Z_*=477072$ 千瓦。

求目标函数式（11）与约束条件

$$\left.\begin{array}{l}1-\dfrac{V_1-1340}{134}\geqslant\lambda\\[2ex]1-\dfrac{251-V_2}{25}\geqslant\lambda\\[2ex]\dfrac{1}{24204}(233.01V_1+69.01V_2-0.048V_1V_2-0.016V_1^2-0.049V_2^2\\\qquad-281594)\geqslant\lambda\qquad 1\geqslant\lambda\geqslant 0,\ V_1\geqslant 0,\ V_2\geqslant 0\end{array}\right\}\qquad(12')$$

的最优解：V_1^*，V_2^*，λ^*。由非线性规划方法解得：$V_1^*=1406.87$，$V_2^*=238.53$ 秒立米月，$\lambda^*=0.501$，将 V_1^*，V_2^* 代入目标函数式（1′）得两级水电站总保证出力的最优值 $Z^*=464985$ 千瓦。比不考虑弹性约束条件时的最优值 Z 增加了 12117 千瓦，使梯级总保证出力的最优值增大了 2.7%。

下面再用目标函数式（2）与约束条件式（4）考虑弹性约束条件进行求解。

根据所给资料 $VS_1=1650$，$VS_2=528$ 秒立米月，故 $a_1'=a_1+b_1VS_1=311$，$a_2'=a_2+b_2VS_2=129$，$c_1'=c_1-d_1VS_1=87$，$c_2'=c_2-d_2VS_2=70.5$。于是

$$A_1'=k_1d_1a_1'-b_1(k_1c_1'+k_2c_2')=-155.74$$
$$A_2'=k_2d_2(a_1'+a_2')-b_2k_2c_2'=62.71$$
$$E_2'=k_1c_1'a_1'+k_2c_2'(a_1'+a_2')=493655$$

代入目标函数式（2）得

$$\max\{F_2(VM_1,\ VM_2)=-155.74VM_1+62.71VM_2-0.048VM_1VM_2\\-0.016V_{Mi}^2-0.049V_{Mi}^2+493655\}\qquad(2')$$

$$VM_{min_i}=VS_1-V_{max_i}=310\qquad VM_{max_i}=VS_1-V_{min_i}=780$$
$$VM_{min_i}=VS_2-V_{max_i}=119\qquad VM_{max_i}=VS_2-VM_{min_i}=277$$

故约束条件

$$\left.\begin{array}{l}310\leqslant VM_1\leqslant 780\\119\leqslant VM_2\leqslant 277\end{array}\right\}\qquad(4')$$

可求得目标函数式(2′）与约束条件式（4′）的最优值：$^*VM_1=310$，$^*VM_2=277$显见$^*VM_1=VM_{min_1}$，$^*V_{m2}=M_{max_2}$，把最优解代入目标函数式（2′）得最优值 $Z_M=453327$ 千瓦。

考虑弹性约束，因 $eM_{min_1}=e_{max_1}=134$，$eM_{max_2}=e_{min_2}=25$，且无需考虑 eM_{max_1} 与 $e_{M_{min_2}}$，则约束条件（13）成为：

$$\left.\begin{array}{l}176\leqslant V_{M_1}\leqslant 780\\ 119\leqslant V_{M_2}\leqslant 302\end{array}\right\}\tag{13'}$$

求得目标函数式（2′）与约束条件式（13′）的最优解：$^{**}V_{M_1}=176$，$^{**}V_{M_2}=302$，代入目标函数式（2′）得最优值：$Z_{M_e}=477667$。

求目标函数式（11）与约束条件

$$\left.\begin{array}{l}1-\dfrac{310-V_{M_1}}{134}\geqslant\lambda\\[2ex] 1-\dfrac{V_{M_2}-277}{25}\geqslant\lambda\\[2ex] \dfrac{1}{24340}(-155.74V_{M_1}+62.71V_{M_2}-0.048V_{M_1}V_{M_2}-0.016V_{M_1}^2\\ -0.049V^2_{M_2}+40328)\geqslant\lambda\end{array}\right\}\tag{14'}$$

的最优解：$V^*_{M_1}$，$V^*_{M_2}$，λ^* 解得：$V^*_{M_1}=243.13$，$V^*_{M_2}=289.47$，$\lambda^*=0.501$。代入目标函数式（2′）得两级电站考虑弹性约束条件下总保证出力的最优值 $Z_M^*=465513$千瓦。比不考虑弹性约束的最优值 Z_M 增多了 12186 千瓦，使两级水电站总保证出力的最优值增大了 2.7%，上述结果与按目标函数式（1）与约束条件式（3）考虑弹性约束后所得的成果一致。

文〔3〕用通常的非线性规划方法解得上例梯级总保证出力的最优值为 453310 千瓦，与本文上面成果相比较，同样使得梯级水电站的总保证出力值增加 2.7%。

参 考 文 献

〔1〕陈守煜，梯级水电站工作深度优选模型，水能技术经济，第2期。(1986)
〔2〕陈守煜，梯级水电站工作深度优选的数学规划分析法，东北水力发电学报，创刊号(1985)。
〔3〕水电部中南勘测设计院，水利动能设计手册水力发电分册第十四章(1981)。
〔4〕万永华、吴贻名，应用动态规划法选择梯级水电站的最优死水位，水力发电学报，第3期(1983)。
〔5〕H.J.Zimmermann, Description and Optimization of Fuzzy Systems, Int.J.Gen.Syst. 2 (1976).
〔6〕H.J.Zimmermann, Fuzzy Programming and Linear Programming With Several Objective Functions, Fuzzy Sets and Systems, 1(1978)。
〔7〕汪培庄，模糊集合论及其应用，上海科学技术出版社(1983)。

径流长期预报的模糊推理模式

陈守煜　周惠成

（大连工学院）

提　　要

本文根据模糊控制的基本原理，应用特征展开模糊推理法，研究了属于多重复合模糊蕴涵命题的迳流长期预报模糊控制模式。按文中提出的模式，对大伙房水库 1979～1981 年汛期入库流量进行了检验预报，精度令人满意。

一、引　　言

文〔1〕探讨了迳流长期预报的模糊聚类分析方法，本文作为文〔1〕的继续，研究了迳流长期预报的模糊推理模式。在已经选定迳流的前期影响因子集的前提下，根据模糊控制理论，对未来的迳流值，进行模糊推理预报。由于迳流长期预报前期影响因子的众多性与复杂性，在推理过程中，遇到的不仅是多重模糊蕴涵，而且是复合模糊蕴涵命题，用查德(Zadeh)在 1973 年提出的模糊推理 CRI (Compositional Rule of Inference) 方法，当预报迳流的前期影响因子超过三个时，出现了多维模糊关系合成运算的极大困难。因此，本文在建立了迳流及其前期影响因子集的模糊条件语句或模糊控制规则的基础上，应用文〔2〕提出的特征展开模糊推理法，来确定属于多重复合模糊蕴涵命题的迳流预报值的输出信息。通过对大伙房水库入库迳流的检验预报，预报的精度令人满意。

二、迳流(输出)、迳流的前期影响因子(输入)的模糊集合描述与模糊控制迳流预报模式

一定时期内的迳流量，呈现为“枯”，“中”，“丰”等现象，是一种模糊现象，其间没有清晰的界限。类似地，迳流前期诸多影响因子也同样具有模糊性。根据模糊控制理论，可以把影响因子集作为多输入，迳流作为单输出，建立起模糊控制迳流预报模式。输入，输出分别对应各自论域上的一个模糊子集，为简便起见，其模糊分布取为梯形分布。

设以 $\underset{\sim}{B}_i$ 表示论域 Y 上迳流的模糊集，以 $\underset{\sim}{A}_{ij}$ 表示论域 X_j 上迳流前期影响因子的模糊集，且 $i=1, 2, \cdots, n$，$j=1, 2, \cdots, m$；n 为根据实测迳流及其前期影响因子之间的资料，归纳总结出来的模糊条件语句的总条数，m 为迳流前期影响因子的总数。于是，对具有多重复合模糊蕴涵命题特性的模糊控制迳流预报模式有下列模糊控制语句：

$$\left.\begin{array}{l}\text{if } \underset{\sim}{A}_{11} \text{ and } \underset{\sim}{A}_{12} \text{ and} \cdots \text{and } \underset{\sim}{A}_{1m} \text{ then } \underset{\sim}{B}_1 \\ \text{if } \underset{\sim}{A}_{21} \text{ and } \underset{\sim}{A}_{22} \text{ and} \cdots \text{and } \underset{\sim}{A}_{2m} \text{ then } \underset{\sim}{B}_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \text{if } \underset{\sim}{A}_{n1} \text{ and } \underset{\sim}{A}_{n2} \text{ and} \cdots \text{and } \underset{\sim}{A}_{nm} \text{ then } \underset{\sim}{B}_n\end{array}\right\} \tag{1}$$

如果将每个迳流（模糊量）对应一个模糊子集，这样的模糊集会有无限多个，将无法进行计算。为此，需要把论域 Y 上的迳流离散化，即将迳流分为几级（三级——枯，中，丰，或五级——枯，偏枯，中，偏丰，丰），每一级对应一个模糊子集，其模糊分布可取用多种形式，而以梯形分布较为简单。

例如对于 $Y=[55, 255]$ 的迳流论域，如分为“枯”，“中”，“丰”三级，相邻两迳流值的离散间隔取为 25，则各离散分点的迳流分别为 55，80，105，130，155，180，205，230，255。每一级模糊概念，对应一个模糊子集，可分别表示为：

“枯” $=\underset{\sim}{B}_{\text{I}}=1/55+0.75/80+0.5/105+0.25/130$

$=(1,\ 0.75,\ 0.5,\ 0.25,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ )$

为降半梯形分布型。

“中” $=\underset{\sim}{B}_{\text{II}}=0.25/80+0.5/105+0.75/130+1/155+0.75/180+0.5/205+0.25/230$

$=(0,\ 0.25,\ 0.5,\ 0.75,\ 1,\ 0.75,\ 0.5,\ 0.25,\ 0)$

“丰” $=\underset{\sim}{B}_{\text{III}}=0.25/180+0.5/205+0.75/230+1/255$

$=(0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0.25,\ 0.5,\ 0.75,\ 1,\ )$

前者为上底等于零的梯形分布型，后者为升半梯形分布型。

类似地，对于迳流的前期影响因子，同样可根据实际进行分级，并确定各级的隶属函数。

三、模糊控制迳流预报输出信息的特征展开模糊推理法

根据特征展开模糊推理的有关定理[2]，对于按实际资料归纳整理的模糊控制迳流预报规则，即大前提为 n 重 m 次复合模糊蕴涵命题（1）。若迳流前期影响因子模糊集 $\{\underset{\sim}{A}_{ij}\}\subset\mathscr{F}(X_j)$，迳流模糊集 $\{\underset{\sim}{B}_i\}\subset\mathscr{F}(Y)$，$j=1, 2, \cdots, m$，$i=1, 2, \cdots, n$。其模糊关系为

$$\underset{\sim}{R}=\bigcup_{i=1}^{n}\left(\left(\prod_{j=1}^{m}\underset{\sim}{A}_{ij}\right)\times\underset{\sim}{B}_i\right) \tag{2}$$

当已知迳流前期影响因子集或小前提为

$(\underset{\sim}{A}_1^*, \underset{\sim}{A}_2^*, \cdots, \underset{\sim}{A}_m^*)\in\mathscr{F}(X_1)\times\mathscr{F}(X_2)\times\cdots\times\mathscr{F}(X_n)$ 时，即对 $\forall\underset{\sim}{A}_j^*\in\mathscr{F}(X_j)$，则模糊推理的结论 $\underset{\sim}{B}^*$，等于用 $\underset{\sim}{A}_j^*$ 关于 $(\underset{\sim}{A}_{1j}, \underset{\sim}{A}_{2j}, \cdots, \underset{\sim}{A}_{jn})\in[\mathscr{F}(X_j)]^n$ 的特征系数 a_{ij} 中最小的系数 $\bigwedge_{j=1}^{m}a_{ij}$ 去数乘 $\underset{\sim}{B}_i$ 再求并集，即

$$\underset{\sim}{B}^*=\left(\prod_{j=1}^{m}\underset{\sim}{A}_j^*\right)\cdot\underset{\sim}{R}=\bigcup_{i=1}^{n}\left(\left(\bigwedge_{j=1}^{m}a_{ij}\right)\underset{\sim}{B}_i\right) \tag{3}$$

其中 $\{a_{ij}|_{i=1,2,\cdots,n}\}$为 $\underset{\sim}{A}_j^*$ 关于 $\{\underset{\sim}{A}_{ij}|_{i=1,2,\cdots,n}\}$ 的特征系数，即

$$a_{ij}=(\underset{\sim}{A}_j^*, \underset{\sim}{A}_{ij})=\operatorname*{Sup}_{x_j\in X_j}[\mu_{\underset{\sim}{A}_j^*}(x_j)\wedge\mu_{\underset{\sim}{A}_{ij}}(x_j)],\ \forall_i,\ \forall_j \tag{4}$$

记

$$\underset{\sim}{B}_i^*=\left(\bigwedge_{j=1}^{m} a_{ij}\right)\underset{\sim}{B}_i \qquad (5)$$

则式（3）中$\underset{\sim}{B}^*=\bigcup_{i=1}^{n}\underset{\sim}{B}_i^*$

当 $\underset{\sim}{B}_i^*$ 是全部元素为零的输出信息时称为零输出，显然，对于零输出可不予考虑。然后，根据有信息输出的 $\underset{\sim}{B}_i^*$ 进行综合判决，确定迳流预报区间。〔3〕中还把以模糊子集形式表示的输出信息 $\underset{\sim}{B}_i^*$，先用取截集的方法转化为普通子集，得到 k 个迳流区间数 I_k，然后再进行综合判决，其中

$$I_k=[y_1,\ y_2]_k \qquad (6)$$

y_1，y_2 分别为迳流区间的上、下限；$k=1,\ 2,\cdots$.

四、迳流长期预报实例—大伙房水库汛期入库迳流长期预报方案的模糊推理模式

大伙房水库位于辽宁省沈阳市以东 50 公里，水库控制的流域面积为5,437 平方公里。

表 1　(68～78 年资料略)

年份 \ 条件语句 / 迳流与因子 $\underset{\sim}{A}_{ij}$	序号 i	If $\underset{\sim}{A}_{i1d}$ and		$\underset{\sim}{A}_{i2d}$ and		$\underset{\sim}{A}_{i3d}$ and		$\underset{\sim}{A}_{i4d}$ then		$\underset{\sim}{B}_{id}$	
		$\underset{\sim}{A}_{i1}$ (m)		$\underset{\sim}{A}_{i2}$		$\underset{\sim}{A}_{i3}$ (℃)		$\underset{\sim}{A}_{i4}$ (m)		$\underset{\sim}{B}_i$ (m³/s)	
		距　平	级 d	距　平	级 d	距　字	级 d	距　平	级 d		级 d
1953	1	−10	3	−0.13	3	−2.08	2	5.18	5	264	3
1954	2	13	6	−0.07	3	−3.53	1	10.23	6	352	3
1955	3	−29	1	−0.07	3	−3.31	1	4.21	5	82.7	1
1956	4	−34	1	−0.27	2	0.53	3	−2.46	3	148.5	2
1957	5	−8	3	0.33	5	2.33	4	7.32	5	202.7	2
1958	6	10	5	−0.09	3	−0.32	2	−10.81	2	27.9	1
1959	7	60	7	0	3	−2.35	1	3.85	4	156.1	2
1960	8	21	6	−0.23	2	−0.95	2	2.74	4	336.6	3
1961	9	−6	3	0.02	4	−0.64	2	6	5	74.3	1
1962	10	−9	3	0.15	4	0.92	4	0.65	4	106.7	2
1963	11	6	5	−0.24	2	2.98	5	−11.83	2	121.7	2
1964	12	33	7	0.35	5	−0.85	2	−2.3	4	358.2	3
1965	13	−4	3	0.08	4	0.46	3	−14.68	2	69	1
1966	14	−1	4	0.25	4	−2.31	1	−1.36	3	136.6	2
1967	15	9	5	0.38	5	0.2	3	−5.43	3	152.8	2