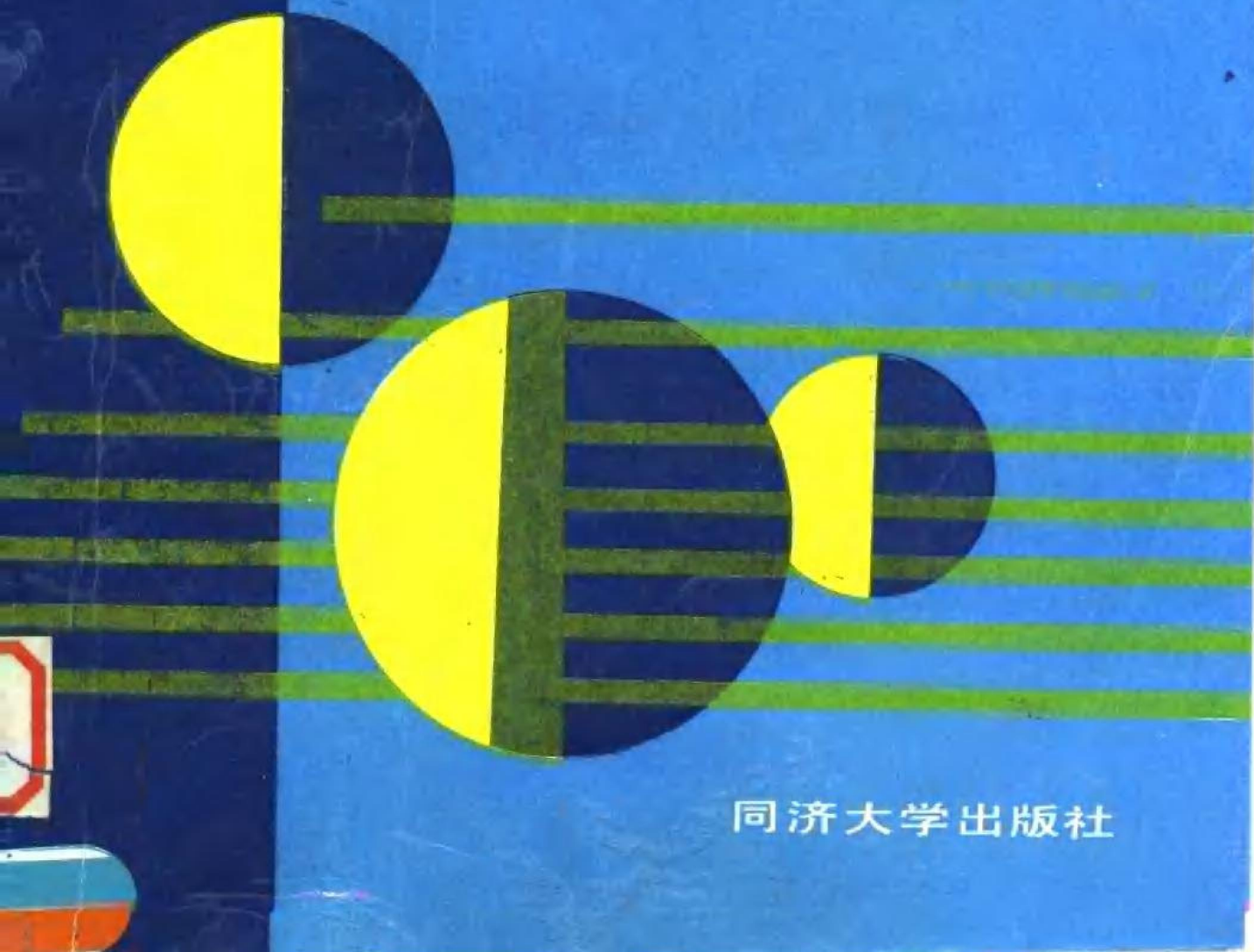


翟立林
张庆洪

编著

应用决策分析

YING YONG JUE CU FEN XI



同济大学出版社

应用决策分析

翟立林 张庆洪 编著

同济大学出版社

目 录

绪 论	1
第一章 基本模型	5
第一节 决策问题的要素	5
第二节 目的系统	10
第三节 行动和结果的评价	14
第四节 决策模型的分类	17
习 题	18
第二章 非确定型决策	20
第一节 非确定型决策问题求解的可能性	20
第二节 特殊的决策法则	22
第三节 莫尔诺(Molnor)对决策法则的要求	31
习 题	32
第三章 风险型决策	33
第一节 客观概率和主观概率	33
第二节 按概率优势和安全度法则	39
第三节 贝叶斯法则	40
第四节 最大可能值法则	43
第五节 μ - σ 法则	44
第六节 贝努利(Bernoulli)法则	50
第七节 效用函数的经验求法	52
第八节 风险酬金	56
第九节 贝努利法则的条件	58
第十节 对贝努利法则的讨论	59
习 题	64
第四章 可变信息结构的决策	68
第一节 状态概率分布不可靠时的决策法则	68
第二节 线性部分信息模型的决策	69
第三节 完全信息系统下的信息取得行动	72
第四节 统计决策理论	75
第五节 充分统计量	79
第六节 贝叶斯分析	80
第七节 非完全信息的期望值	85

第八节	先验分布为正态分布时的贝叶斯分析	89
习 题		97
第五章	多目的决策问题的非劣解	102
第一节	非劣解	102
第二节	单目的线性规划的回顾	104
第三节	多目的线性规划及其图解法	105
第四节	多目的线性规划的单纯形法	109
第五节	非优势检验	117
第六节	ϵ -约束法	124
习 题		127
第六章	多目的决策问题的偏爱解	131
第一节	多目的效用函数	131
第二节	杰富林法	143
第三节	瓦楞钮斯-齐昂茨法	148
习 题		155
第七章	目标规划	158
第一节	约束条件、目标和目的	158
第二节	目标规划的构成	159
第三节	目标规划的单纯形法	164
第四节	目标规划的评价	176
习 题		178
第八章	基于理想点的决策方法	182
第一节	理想点	182
第二节	妥协规划	184
第三节	逐步法	193
习 题		196
第九章	多指标决策	199
第一节	引言	199
第二节	指标加权法	200
第三节	层次加权法	207
第四节	理想方案法	213
第五节	优劣系数法	218
习 题		227
附表		232

绪 论

决策是指从许多可能采取的行动中选择一个“最优的”或“最有利的”或“最满意的”或“最合理的”行动。

人们几乎随时随地都会遇到决策问题。举凡政治、经济、军事、文化、教育、工程技术、经济管理等领域中都存在着大量的决策问题。

从逻辑和经验的角对合理的决策行为进行分析,由此而形成的一套理论体系,叫作决策论或决策分析。

任何一项具体的经济管理活动都可以从业务性质、阶段、等级三个不同的角度来看待。例如企业管理的活动,从业务性质的角度来看,可以划分为采购、生产、销售、投资、核算、财务等等;从阶段的角度看,可以划分为计划、执行和控制;从等级的角度看,可以划分为决策和实施。每项活动都反映出等级、阶段、业务性质三种特征,例如“生产计划决策”、“销售计划的实施”、“生产控制的实施”、“采购执行的决策”等等。在计划阶段,管理者编制计划;以后在执行阶段中所有生产、采购、销售等活动都要按照计划开展;在控制阶段,管理者要把执行的结果与原计划规定两者相互比较。所有上述活动,按等级而言都属于实施。决策是指下决心,即下决心做某件事而不做其他事。一切实施活动都不能不受决心的影响,活动的成败不能不决定于决心的正确与否。从这样的意义上说决策比起实施是更高一级的活动。管理中发生的一切重大事件归根结蒂都可以认为是管理者的决策所导致的结果。因此,可以毫不夸张地说,决策是管理的核心。

决策不是“眉头一皱,计上心来”,不是一刹那间作出决定,而是一个反复地搜集信息并对信息进行处理的过程,是一个从感性认识逐步发展提高到理性认识的过程。这个过程大致如下:

在决策开始之前决策者必然已经有了一个所要追求的目的,同时,这个目的还是模糊不清的。如果这个目的很容易实现,那就不需要决策。既然需要决策,那就说明在所追求的目的和实际的情况之间存在着差异。决策的第一阶段就是搜集初始信息,找出矛盾所在,构成明确的决策问题。

在决策问题中那种定期地反复出现的决策问题,叫作常规决策问题。这类问题可以根据过去的经验,按照规定的办法解决,不需要进行决策分析。所以,决策分析主要是用来解决非常规决策问题。

决策过程的第二阶段是寻求阶段。在这一阶段中要进行下列几项工作:

(1) 把目的精确化。没有明确的目的,就无法评价行动的优劣。目的意味着所要达到的最终状态。必须把目的的内容、达到程度、达到期限都加以明确地规定,使之能够与实际达到的最终状态进行对比。

(2) 查明客观上和主观上限制行动可能性的条件,即约束条件,以便判断行动方案是否可行。

(3) 列出一切可行的行动方案。这主要依靠决策者的知识、经验和创造性。一般说来,新出现的复杂的决策问题很少可能依靠习见的惯用的传统方法解决,而是需要采用“奇计”“妙

算”解决。在这里,创造性起着决定性的作用。

(4) 估计各个行动方案所将产生的结果。由于在现实生活中决策者所能获得的信息总是不完全的,因而对于方案的结果不可能作出完全可靠的估计,而只能作出大致可靠的估计。估计的精确程度取决于决策者所掌握的信息水平。当然,决策者可以采取相应的措施,提高信息水平。

在寻求阶段中必须搜集为决策所必须的大量信息。这需要相当长的时间,并耗费大量的人力。

决策过程的第三阶段是选择阶段。在这一阶段中要考虑到所追求的目的,把可行的行动方案按照决策法则排列出优劣的次序,并从中选定最优方案,作出最后决定。

到此,决策过程可以说是告一段落,但是并未完全结束,因为决策是否正确必须依靠实践的检验。在选定最优方案以后要编制具体的计划,确定目标值以及达到目标的方法手段。其次是进行一系列组织计划实施的部署工作。最后是实施。

由于在选择方案时不可能把一切细节都加以明确,所以在实施的过程中还要进行一系列的所谓小决策。

在实施过程中要不断地把实际出现的结果同计划规定的结果进行对比,找出两者的差距。如果差距过大,那就说明,或者是原来搜集的信息不足或不真实,或者是对未来的发展情况预测得不对,或者是对影响结果的因素作了错误的估计等等。这时,必须重新开始决策过程,寻求新的行动方案,甚至于修正原来建立的目标。

毛泽东同志在《实践论》中说:“然而一般地说来,不论在变革自然或变革社会的实践中,人们原定的理想、理论、计划、方案毫无改变地实现出来的事,是很少的。这是因为从事变革现实的人们,常常受着许多的限制,不但常常受着科学条件和技术条件的限制,而且也受

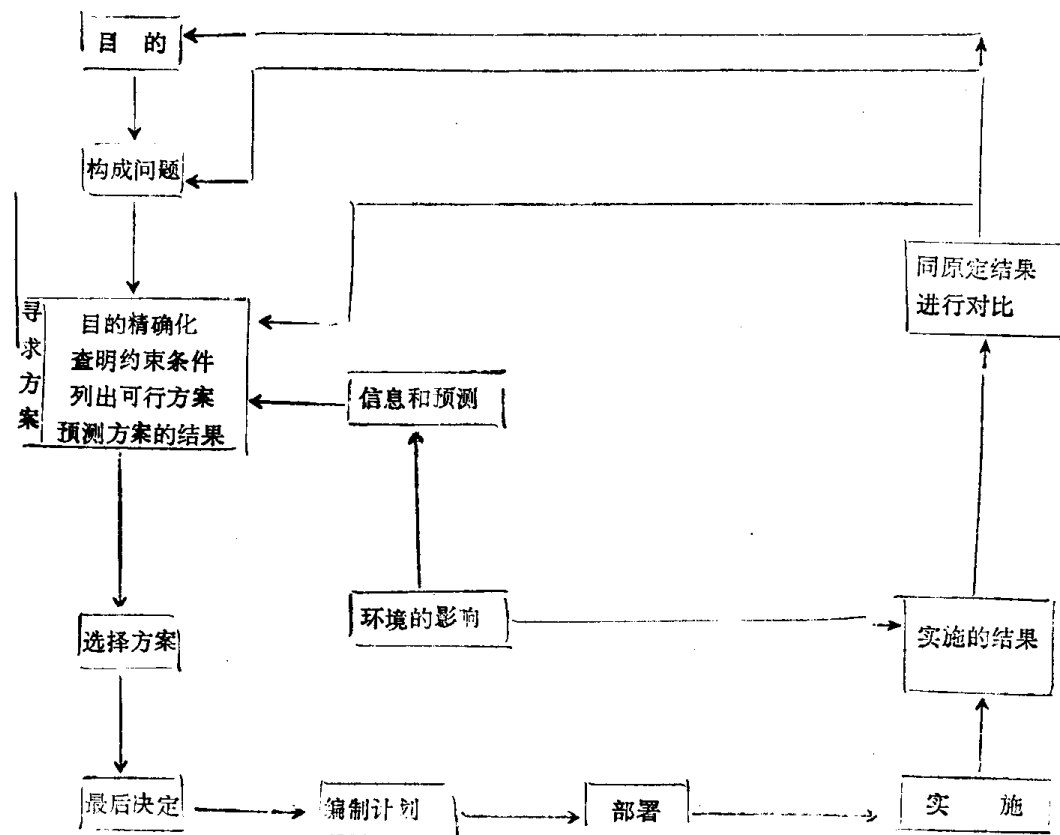


图 0-1 决策过程示意图

着客观过程的发展及其表现程度的限制(客观过程的方面及本质尚未充分暴露)。在这种情况下,由于实践中发现前所未料的情况,因而部分地改变思想、理论、计划、方案的事是常有的,全部地改变的事也是有的。”这一段话充分说明了决策必须在实践中加以验证、补充、修改的重要意义。

毛泽东同志在《中国革命战争的战略问题》一文中说:“指挥员的正确的部署来源于正确的决心,正确的决心来源于正确的判断,正确的判断来源于周到的和必要的侦察和对于各种侦察材料的联贯起来的思索。”这一段话精辟地说明了一个决策过程是怎样展开的。决策过程可以用图 0-1 作简要地表示。

但是必须指出,上述决策过程的各个步骤并不一定是一步一步地循序进行的,而是反复交叉地进行的。例如在建立目标时就要考虑到可能的行动方案,否则,目标就有落空的危险。又如在寻求行动方案时就要初步估计方案的结果,以便把明显地不利的方案排除在外。又如在预测方案的结果时,假如所有方案的结果都不好,那就必须回过头来寻找新方案,甚至于修改原目标或建立新目标。

良好的决策应当是主观系统和客观系统的统一。

可能实现的行动以及影响行动结果的环境状态,构成所谓决策域。决策域可以按照一定的规律性自行变化,或因受行动的影响而变化。决策域及其变化的规律性都属于客观系统。在客观系统中存在着许多限制行动自由的客观因素,如传统习惯、法律规定、市场结构、技术条件、资源、人口、过去的决策等等。客观系统通过信息系统反映到决策者的主观系统中,而形成决策的事实前提(包括可能的行动、环境状态、行动的结果等)。决策者通过建立自己的目的系统而得到必要的评价前提(包括目标、目标值、期限,偏爱次序等),并以这个前提为依据进行信息的搜集和处理。用决策逻辑把事实的决策前提和评价的决策前提两者联系起来,决策者就可以对可供选择的行动方案加以评价而作出最后的抉择。

主观系统与客观系统之间的相互作用关系可以用图0-2表示。简单地说来就是:客观系统通过信息系统反映到主观系统,主观系统以自己的目的系统为依据,运用决策逻辑导出自己的最优行动,使客观系统改变成为自己所希望达到的状态。这一个过程就是认识世界和改造世界的过程。

一个决策过程可以看作是从决策前提导出决策的过程。由此可见,决策论必须解决两个问题。第一个问题是,当已知决策前提时,怎样进行决策?第二个问题是,决策前提是怎样建立起来的?把第一个问题作为研究重点的,叫作规范决策论;把第二个问题作为研究重点的,叫作描述决策论。

规范决策论研究评价行动结果的法则,研究在不同的决策情况下怎样合理地选择行动方案,这样,当事实的和评价的决策前提都已确定时,就可据以作出决策。它的核心是决策逻辑,是合理性分析。这里的所谓合理性是指自身没有矛盾的形式上的合理性,不是指以社会制度、传统习惯、法律规定等为依据的实质上的合理性。它也不考虑决策者从个人的特点出发所主张的合理性。它基本上是采用演绎的方法,从前提导出结论。

描述决策论研究决策者实际上是按怎样的方式进

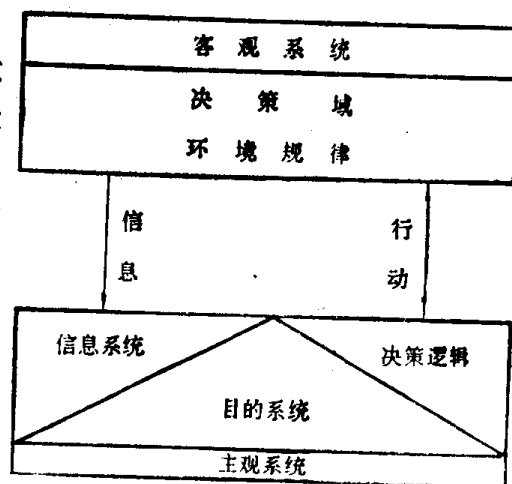


图 0-2 主、客观系统间的相互作用

行决策而达到合理的要求的。它采取归纳的方法,从人们的行为、心理等角度,把决策者的丰富的经验概括为一些假设,探讨在某种环境状态下哪些行动是可行的,预测这些方案将导致怎样的结果等等,从而建立决策前提。

描述决策论和规范决策论不是相互排斥的。对于决策问题,前者着重于分析和预测,后者着重于判断和建议。两者结合起来,才能够保证决策问题的正确解决。

自古以来人们就在不断地进行决策。中国、外国几千年的历史中,在政治、军事、经济等诸方面出现过许许多多的伟大的决策家。他们当时所作出的卓越的决策至今犹为人们所赞赏乐道。例如,脍炙人口的“田忌赛马”的故事就是决策的典范,它闪耀着人类高度智慧的火花。但是古代社会,情况比较简单,发展比较缓慢,信息的数量不多,那时的决策者主要是凭借个人的知识、经验、聪明才智进行决策的,还不能说已经形成了决策科学。

近几十年以来,仅从经验管理这一方面来说,新产品的研究开发、市场需求的迅速变化、资源的合理利用等等多种因素,使得经济管理中的决策问题变得十分复杂。在这种情况下,决策者单凭个人的知识和经验不能满足要求,迫切地需要一门决策科学。同时,数学、信息科学、心理学、行为科学等的发展也为这门科学的建立提供了必要的条件。

本世纪 30 年代初,拉姆西(Ramsey)从研究主观概率和效用着手开始创立决策论。到 40 年代,著名的学者冯·诺伊曼(Von Neumann)和摩尔根斯坦(Morgenstern)建立了现代的效用理论,促使决策论飞跃发展。瓦尔德(Wald)于 50 年代初发表专著,奠定了统计决策理论的基础。几年以后,赛维奇(Savage)提出了决策方法的公理体系。与此并行,从 50 年代开始就有不少学者着重从心理、行为的角度研究决策理论。60 年代以后,决策论开始应用于解决实际问题。由于这一理论具有应用的性质,所以不少学者使用“决策分析”一词代替过去所使用的“决策论”。70 年代以来,研究的重点转向多目的决策、群决策以及决策支持系统等方面,并取得了不少优秀的成果。

决策科学的历史虽然只有短短的 50 年,由于其效果良好,所以目前已经广泛地应用到新产品发展、企业经营、项目管理、地质勘探、城乡规划、宇宙航行等许多领域。

但是迄今为止,决策科学的成就还是极其有限的。它的研究成果主要在决策方法方面,即怎样从许多可行方案中选择最优方案。至于怎样建立目的系统、怎样拟制行动方案 and 创造新方案、怎样确定和计量价值标准系统等方面的问题,目前的决策科学还不能很好地解决,有待进一步研究。

决策是一个有人们的目的、偏爱、估计、判断等主观东西参预的过程。因此,决策科学不论怎样发展,它终究不能代替决策者个人的作用。在决策过程中,决策者个人的素质,包括知识经验、聪明才智、洞察能力、判断能力、胆略魄力等等,在一定程度上还是起关键性的作用。决策科学只是决策者的一种工具。但是对于同一个决策者来说,掌握或不掌握这种工具,还是大有不同的。

第一章 基本模型

第一节 决策问题的要素

1954 年,赛维奇(Savage)提出了一个著名的“做鸡蛋饼”的例子。一个厨师准备用 6 个鸡蛋做一个鸡蛋饼。当 5 个鸡蛋打到锅里以后,他发现第 6 个鸡蛋的蛋壳颜色不正常而吃不准这个鸡蛋是否已经变质。他觉得可以采取三个措施中的一个。第一个措施是,他仍然直接将鸡蛋打在锅里,如果蛋是好的,那末他就能顺利地做蛋饼,但他必须冒将 6 个鸡蛋一起倒掉,做不成蛋饼的风险。第二个措施是,他先将第 6 个鸡蛋打在一个杯子里,如果蛋是好的,他将蛋从杯子里倒到锅里,做一个 6 个鸡蛋的鸡蛋饼,如果发现鸡蛋已经变质,他就倒掉这个鸡蛋,做一个 5 个鸡蛋的鸡蛋饼。不管怎样,他总要多付出洗杯子的劳动。作为第三个措施,他可以干脆将第 6 个鸡蛋丢掉。做一个 5 个鸡蛋的鸡蛋饼。这样,他可能为事实上丢掉一个好鸡蛋而惋惜。

这个问题可以用下列形式(见表 1-1)表达出来:

表 1-1

	鸡 蛋 没 有 变 质	鸡 蛋 已 经 变 质
直接将鸡蛋打在锅中	做成 6 个鸡蛋的蛋饼	6 个鸡蛋全部倒掉, 蛋饼没有做成
先将鸡蛋打在杯子中	做成 6 个鸡蛋的蛋饼, 洗 1 只杯子	做成 5 个鸡蛋的蛋饼, 洗 1 只杯子
将鸡蛋丢掉	做成 5 个鸡蛋的蛋饼, 损失 1 个鸡蛋	做成 5 个鸡蛋的蛋饼

这个例子清楚地表明: 一个决策问题由三个方面来表达。第一方面是厨师可能采取的措施——称为行动。第二方面是厨师不能确定的事实——称为状态, 这些状态中哪一个出现, 与厨师将要采取的行动无关, 但这些状态倒要影响厨师采取的行动的后果。第三方面是由行动和状态共同决定的结果。

在决策分析中, 由状态空间 Θ 、行动空间 A 和结果空间 X 组成的三元总体 $G = \{\Theta, A, X\}$ 称为决策域。

假设决策者在某一时刻具有可供选择的一系列行动(也称方案) $a_1, a_2, \dots, a_m$, 集合

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$$

称为行动空间, 它是决策域中受决策者影响的部分。当然, 这个空间也可以由无数多个行动组成。

对于行动空间有两个要求:

(1) 决策者必须采取行动空间中的一个行动。这就是说, 行动空间必须把决策者根据已知信息可能设想的全部行动包括在内, 没有遗漏。不采取任何行动的方案也应列为所考虑的行动之一。

(2) 决策者只能实行行动空间中的一个行动, 不能同时实行两个行动。这就是说, 每一

行动都排斥所有其它的行动。

例 1-1 某人在银行有存款 10 000 元。他面临的投资机会 有三个：向企业甲投资 10 000 元；向企业乙投资 5000 元；向企业丙投资 3000 元。列出此人所有可能的行动方案。

解 行动空间 A 包括 5 个行动方案： $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$,

a_1 ：存银行 10 000 元。

a_2 向企业甲投资 10 000 元

a_3 ：存银行 5000 元，同时向企业乙投资 5000 元。

a_4 ：存银行 7000 元，同时向企业丙投资 3000 元。

a_5 ：存银行 2000 元，同时向企业乙投资 5000 元。向企业丙投资 3000 元。

显然 $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ 满足对行动空间的两个要求，

例 1-2 某化工厂利用三种原料制造三种不同的产品。在计划期间，可分配到的三种原料的数量是有限的。生产系数及各种原料可提供的最大数量如下表所示。如果以 x_1, x_2, x_3 分别代表产品 1、产品 2、产品 3 的产量，则在原料数量许可的范围内所有的 (x_1, x_2, x_3) 的组合都是可能的行动 a 。这样，就有无限多个行动。这个行动空间 A 可以表达为：

表 1-2

产 品 \ 原 料	原 料		
	1	2	3
1	3	4	1
2	1	2	3
3	0.8	3	2
最大数量	1500	5000	7000

$$A = \left\{ (x_1, x_2, x_3) \left| \begin{array}{l} 3x_1 + x_2 + 0.8x_3 \leq 1500 \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 5000 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 7000 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array} \right. \right\}$$

一般说来，决策者不能对于各个行动直接估计出它们的结果，他首先必须知道关于环境的信息，这些环境因素影响行动的结果。其本身则不依赖于决策者的行动。一切可以想象到的重要环境因素的综合叫做状态，也称为环境。每一种状态代表一切重要的环境数据，比如生产结构、市场结构、国民经济政策、资金来源、可能出现的竞争等等的综合。

所有重要的环境状态 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ 的集合

$$\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$$

称为状态空间。当然，状态空间也可以是连续的、无限的。

在一个决策模型中把环境的哪些因素作为重要的数据看待，要由当时的决策局势而定。例如，在决定接受或拒绝一批采购的货物时，疵料的比例是重要的环境数据。又如，为了增加利润而决定推销政策和价格政策的措施时，市场的最大销售量、推销的有效性、需求和价格的关系、生产费用函数的构成等等，是重要的环境数据。

在模型中怎样把重要的环境数据综合起来作为环境状态看待，同样取决于决策的局势。在接受或拒绝一批货物的例子中，只要知道疵件的比例超过或不超过例如 5% 就够了。这样，状态空间只包括两种重要的状态 θ_1 （疵件的比例超过 5%）和 θ_2 （疵件的比例不超过

5%)。在决定推销政策和价格政策的例子中,由于需求函数和生产费用函数两者的参数在一定的范围内可以采取任意的数值,因此状态空间包括无限多的状态。

在一般的决策问题中,为了使求解过程不至于太复杂,通常在决策前尽量减少状态的数目,即将不重要的状态去掉。如果估计某一状态出现的可能性非常小,小到微不足道,则可以认为这一状态是不重要的,可以将它排除出状态空间。另外,如果每一个行动在不同的两个状态的影响下都取得相同的结果,则这两个状态可以视为一个状态。

例 1-3 在下列决策问题中(见表 1-3)

表 1-3

$\theta \backslash A$	θ					
	θ_1	θ_2	θ'_3	θ''_3	θ_4	θ_5
a_1	2	3	6	6	0.5	-2
a_2	1	4	3	3	7	3
a_3	-5	2	0	0	-1	4

由于状态 θ'_3 和 θ''_3 对行动空间 A 中每一个行动 $a_i (i=1,2,3)$ 的结果的影响没有什么区别,这两个状态可以归纳成一个状态 θ_3 ,又如果据估计 θ_4 出现的可能性非常小,则可以认为 θ_4 不可能出现。这样,状态空间 $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_5\}$ 。

在决策时,状态空间应完全确定下来,并且状态空间应该是完备的,这就是说,状态空间被认为是在现有信息情况下包括了一切可能出现的状态。状态空间中各个元素又应该是相互排斥的,即状态空间中任何两个状态被认为是不可能同时出现的。

对状态空间的另一个要求是,状态空间 Θ 中哪一个状态出现,与决策者在行动空间中挑选哪一个行动完全无关。

例 1-4 一家工厂的领导人面临这样的决策,是否应将本厂产品的价格从 $p=10$ 元提高到 $p=12$ 元。据他估计,在价格为 10 元的情况下,销售量可能是 $x=120$ 或 $x=140$;在价格为 12 元时,销售量为 $x=100$ 或 $x=120$ 。初看起来,作为这个决策问题的状态空间 Θ 应由三个元素组成: $\theta_1(x=100)$, $\theta_2(x=120)$ 和 $\theta_3(x=140)$ 。

如果这个领导人在决策时追求最大销售额,则整个决策问题似乎可以表示成:

表 1-4

$\theta \backslash A$	θ		
	$\theta_1(x=100)$	$\theta_2(x=120)$	$\theta_3(x=140)$
$a_1(p=10)$	1000	1200	1400
$a_2(p=12)$	1200	1440	1680

行动 a_1 似乎应作为最优行动被采纳。但是,在挑选行动 a_2 时状态 θ_3 根本不可能出现。

为了正确地表达这个决策问题,每一个状态不应简单地由销售量来确定。正确地确定状态的方法应该是,考虑在不同的价格情况下销售量的组合情况。

各种可能的组合情况由表 1-5 给出:

表1-5

	在价格为10元时的销售量	在价格为12元时的销售量
θ_1	120	100
θ_2	120	120
θ_3	140	100
θ_4	140	120

即状态空间 Θ 应由四个元素组成。这时决策问题可以表达为如表1-6所示。

表1-6

θ	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
A				
a_1	1200	1200	1400	1400
a_2	1200	1440	1200	1440

可以看出,行动 a_2 不应不加分析地被当作最优行动看待。

按照人们对实际的环境状态的认识水平,可以区分以下三种情况:

- (1) 如果只知道 Θ 中会有某一种状态出现,这种情况叫做非确定型局势。
- (2) 如果知道各种状态出现的(主观的或客观的)概率,这种情况叫做风险型局势。
- (3) 实际的环境状态为已知的极端情况,叫做确定型局势。

有时还会出现上述情况的混合形式。

对于实际环境状态的认识程度,往往可以由于引进一个信息系统而得到提高。

设关于 Θ 中各种可能的状态存在着 $y_1, y_2, \dots, y_k$ 等消息,每一消息 y_i 相当于目前所能观察到的现象的一种情态。 $y_1, y_2, \dots, y_k$ 的集合 Y 及其结构,就构成一个信息系统。信息系统的结构是用条件概率 p_{ji} 表示的,它意味着,如果出现或将出现状态 θ_j ,则可以以概率 p_{ji} 收到消息 y_i ,即

$$p_{ji} = P(y_i | \theta_j)。$$

为了方便起见,我们规定这些消息是相互排斥的,并且充满了整个事件空间。这样,可以假定:

$$\sum_{i=1}^k p_{ji} = 1 \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

信息系统的一般形式如表 1-7 所示。

信息系统的表达形式

表1-7

消息	$y_1 \cdots$	$y_i \cdots$	y_k
状态			
θ_1	$p_{11} \cdots$	$p_{1i} \cdots$	p_{1k}
$\vdots$	$\vdots$		
θ_j	$p_{j1} \cdots$	$p_{ji} \cdots$	p_{jk}
$\vdots$	$\vdots$		
θ_n	$p_{n1} \cdots$	$p_{ni} \cdots$	p_{nk}

与行动 a 和状态 θ 相联系的行动结果。决策者可以根据自然法则、社会法则或其它法则加以确定。笛卡儿乘积空间 $\Theta \times A$ 到结果空间 X 上的一个映射 g 称为结果函数。即

$$g: \Theta \times A \rightarrow X$$

$$g(\theta, a) \rightarrow x$$

行动的结果可能用实数表示,也可能不能用实数来表示,赛维奇的例子给出了后一种情况。

当 Θ 和 A 均为有限时,则对每一个 $\theta_j (j=1,2,\dots,n)$ 和每一个 $a_i (i=1,2,\dots,m)$ 结果函数 g 给出了确定的结果

$$x_{ij} = g(\theta_j, a_i) \quad \begin{matrix} i=1,2,\dots,m \\ j=1,2,\dots,n \end{matrix}$$

结果空间可以用结果矩阵(表1-8)来表示:

表1-8

θ A	θ_1	...	θ_j	...	θ_n
	a_1	...	a_i	...	a_m
	x_{11}	...	x_{1j}	...	x_{1n}
	x_{j1}	...	x_{jj}	...	x_{jn}
	x_{m1}	...	x_{mj}	...	x_{mn}

结果矩阵有时也记为

$$X = (x_{ij})_{m \times n}$$

$$= \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} \end{pmatrix}$$

非确定型或风险型决策问题还常常用决策树来表达。

一个由决策点□、随机点○、结果点●、决策枝和状态枝组成的树状图形,用来表达一个决策问题,称为决策树。

在决策点处引出的线段称为决策枝, m 条决策枝表示可由决策者选择的 m 个行动,决策者必须在这 m 个行动中选择一个且只能选择一个行动。在随机点○处引出的线段称为状态枝, n 条状态枝表示 n 个状态,其中有一个状态且只有一个状态会发生。对风险型决策问题来说,在状态枝上还标出这个状态出现的概率。状态枝的另一端往往是结果点,给出在该状态出现时,某一行动的结果。

例1-5 将赛维奇的鸡蛋饼的决策问题用决策树表达出来。

解: 决策树见图1-1:

其中 a_1 : 将鸡蛋直接打在锅中;

a_2 : 先将鸡蛋打在杯中;

a_3 : 将鸡蛋丢掉;

θ_1 : 鸡蛋是好的;

θ_2 : 鸡蛋已经变质;

$g(\theta_1, a_1)$: 做成6个鸡蛋的蛋饼;

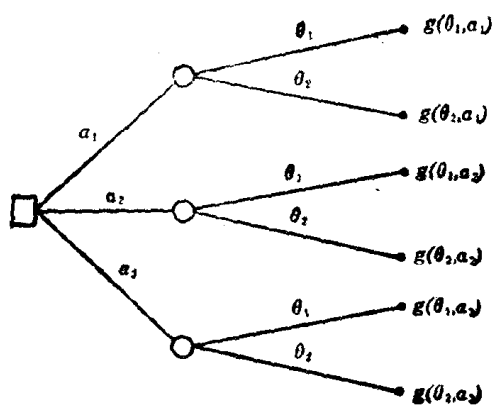


图1-1

阶段、三阶段等决策问题。

$g(\theta_2, a_1)$: 6个鸡蛋全部倒掉, 蛋饼没有做成;
 $g(\theta_1, a_2)$: 做成6个鸡蛋的蛋饼, 洗一只杯子;
 $g(\theta_2, a_2)$: 做成5个鸡蛋的蛋饼, 洗一只杯子;
 $g(\theta_1, a_3)$: 做成5个鸡蛋的蛋饼, 损失一个鸡蛋;
 $g(\theta_2, a_3)$: 做成5个鸡蛋的蛋饼。

决策树表达方法的最大优点在于可以清晰地表达多阶段决策问题。在状态枝后面不是直接给出结果点, 而是给出(第二阶段的)决策点, 从而带出了第二阶段的决策, 这样的决策问题, 就称为多阶段决策问题。在实际问题中, 经常可以遇到二

第二节 目的系统

决策就是在行动空间 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ 中选择一个最有利的行动。选择必须有一个标准, 这个标准体现在决策模型的目的系统中。

决策模型的目的由两个要素组成, 第一个要素是目的量, 第二个要素是偏爱关系。

目的量说明哪些行动结果应该作为评价行动的基础, 因此在描述行动时必须加以考虑。凡属在目的系统中没有与之相对应的目的量的那些行动结果, 对于评价行动是不重要的, 可以不加考虑。在赛维奇的做鸡蛋饼的例子中, 对每个行动常用三个目的量来衡量每个行动的结果: 做成的鸡蛋饼中鸡蛋的个数, 浪费的鸡蛋个数, 附加洗杯子的劳动量。每一行动的结果即表现为实现三个目的量的程度。采取不同的行动, 可能使完成做鸡蛋饼这一任务的时间不同。这个结果在例子的描述中没有考虑, 也即“时间”这个量不是目的量, 对评价各个行动的优劣并不重要。在企业管理中, 行动结果中的利润、成本、资产、市场占有率、企业的气氛、声誉等评价行动往往是重要的, 都应作为目的量加以考虑。在这些目的量中, 利润、成本、资产等属于财务方面的目的量, 而市场占有率、企业的气氛、声誉等是非财务方面的。

对于每个目的量实现的不同程度, 必须要有一个偏爱关系。决策者认为, 做成6个鸡蛋的鸡蛋饼优于5个鸡蛋的鸡蛋饼, 这意味着一种偏爱关系。对于目的量“损失鸡蛋”来说, 偏爱关系是损失越少越好。一般来说, 对于目的量实现程度的偏爱关系——也称为高低偏爱关系——可以用不同的规则来表达。例如最大值规则(凡较高的结果都优于较低的结果); 最小值规则(凡较低的结果都优于较高的结果); 要求水平达到一定限度的规则(把结果超过某一水平或低于某一水平作为满意的)。

虽然在传统的企业管理理论中大多数决策模型只提出一个目的——利润最大, 但在许多情况下是不适当的。除财务方面的目的量之外, 人事、组织、心理、法律等方面的目的量可能对行动的评价起决定性作用, 因此企业领导人往往追求多个目的。所有要追求的目的全体称为目的集。目的集的各个目的之间存在着一系列的关系。

(一)辅助关系、冲突关系和中性关系

在这组关系中,我们观察在选择不同的行动时,相应于各个目的量的结果的变化状况。

如果在选择行动时导致了一个目的量实现程度的改善,同时也改善了另一个目的量的实现程度,则称这两个目的是互相辅助的。

如果一个目的量的实现程度随着行动的改变而改善时,而另一个目的量的实现程度却恶化了,则称这两个目的是冲突的。

如果一个目的量的实现程度随着行动的改变而改善时,而另一个目的实现程度保持不变,则称这两个目的是相互中性的。

理论上和实践上比较重要的关系是目的之间的辅助关系和冲突关系。中性关系可以看作这两种关系的极端情况。

在实际问题中,我们所追求的目的经常是相互冲突的。比如,我们经常要求少花钱多办事,这两个目的就是相互冲突的。如果把“少花钱多办事”原则理解为“在不超过某一给定的消耗下尽可能多地完成某一任务”,那末实际追求的只是一个目的——“多办事”,而“少花钱”在这里成为约束条件。反过来如果把这原则理解成“在完成某一任务的前提下尽量节约”,则目的是“少花钱”,而“多办事”变成了一个约束条件。如果同时追求“少化钱”和“多办事”两个目的,则不可避免地遇到了目的冲突的关系。

有些目的之间,初看起来似乎是辅助的,其实却不然。比如,一家生产某一产品的工厂的最大产量是 20(单位),根据以往的经验 and 市场调查,得知成本 K 和 x 产量的关系(成本函数)为

$$K = 10 + 0.2x^2$$

价格和销售量的关系为

$$p = 8 - 0.2x \quad (x < 40)$$

这里, x 是产品产量,在产销平衡的假设下, x 也代表销售量, p 是单位产品的售价。企业领导人在决定产量时追求两个目的:最大利润和最大销售额。

我们知道,销售额 U 和利润 G 分别由下列两式决定:

$$\begin{aligned} U &= p \cdot x \\ &= 8x - 0.2x^2 \end{aligned} \quad (1-1)$$

$$\begin{aligned} G &= U - K \\ &= -10 + 8x - 0.4x^2 \end{aligned} \quad (1-2)$$

为取得最大销售额 $U_{\max}$,必须生产 20 单位产品,这是因为

$$\begin{aligned} \frac{dU}{dx} &= 8 - 0.4x \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$x = 20(\text{单位})$$

$$\begin{aligned} U_{\max} &= 8 \times 20 - 0.2 \times 20^2 \\ &= 80 \end{aligned}$$

然而在生产 20 单位产品时,企业获得利润

$$\begin{aligned} G &= -10 + 8 \times 20 - 0.4 \times 20^2 \\ &= -10 \end{aligned}$$

即企业反而亏本。

为取得最大利润,必须生产 10 单位产品,这是因为

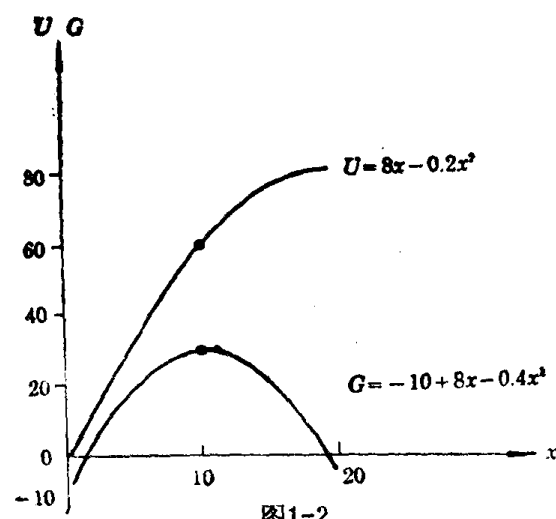
$$\frac{dG}{dx} = 8 - 0.8x = 0$$
$$x = 10(\text{单位})$$

$$G_{\max} = -10 + 8 \times 10 - 0.4 \times 10^2 = 30$$

这时,企业的销售额

$$U = 8 \times 10 - 0.2 \times 10^2 = 60(\text{单位})$$

从上面的计算(同样,从下面图1-2))可以看出,最大销售额和最大利润这两个目的在一定情况下是相互冲突的,也就是说,我们不一定能通过改善销售额来改善企业的利润状况。从图 1-2 中我们可以看到,销售额曲线和利润曲线在 $x < 10$ 的部分是同时上升的,但当 $x > 10$ 时,随着销售额曲线的上升,利润曲线反而下降了。



(二)上层目的和下层目的

在一个目的集中,各个目的之间的关系往往不是“平等”的。一个企业的目的往往可以分解成若干个职能部门的目的,完成各个部门的目的成为完成整个企业目的的手段。目的集当中的各个目的按其实际意义被分解成了几个等级。处于下层的目的成为实现上层目的的手段。

下面给出一个投资问题的目的集(为简便起见,图1-3中只给出了各个目的量,而没有明确表达每个目的的偏爱关系),从中可以看出,最高目的“提高投资收益率”如何被分解为若干个下层目

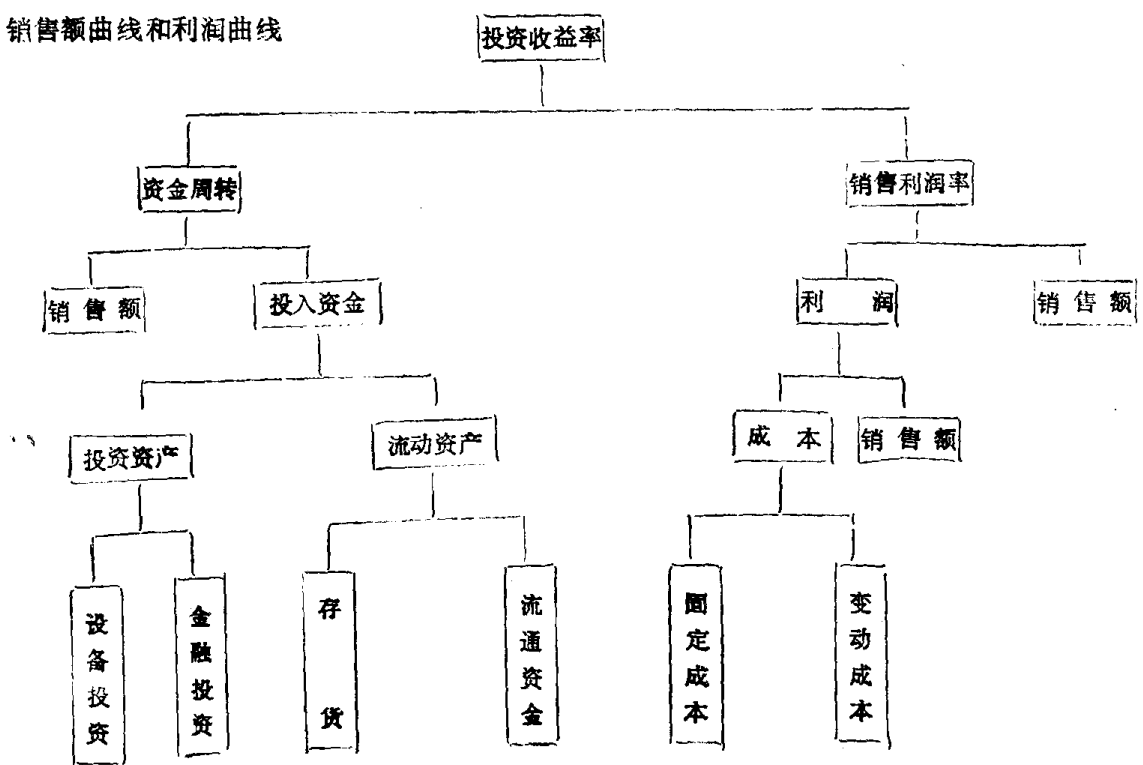


图1-3 投资问题的目的集

的。

在构造一个目的等级时应注意,下层目的量的实现必须有利于实现上层目的,即下层目的对上层目的是辅助的。这在实际问题中往往被有意无意地忽略了。比如一个企业追求最大利润,由于企业的总体计划过于复杂,而将整个企业计划分解为销售部门执行的销售计划 and 生产部门执行的成本计划。销售部门追求的目的是最大销售额。而从前面的分析中可以看到,处于目的集下层的目的“最大销售额”不一定有利于实现上层目的“最大利润”,只有在一一定的行动范围内,目的“最大销售额”的实现才有利于实现上层目的“最大利润”。

当决策问题存在多个目的时,决策者会在各个目的之间有一个偏爱关系,特别在目的集中一部分目的是相互冲突的情况下,这种偏爱关系的确定对选择最优行动是完全必要的。目的之间的偏爱关系称为种类偏爱关系。

除了高低偏爱关系和种类偏爱关系之外,为了确定最优行动,必须明确决策者的风险性和非确定性偏爱关系。当决策者对于行动所产生的实际结果缺乏完全信息时,即每一行动由于不同的环境状态可能引起多种不同的结果时,就需要这种偏爱关系。风险型偏爱函数和非确定型偏爱函数是决策分析的中心课题之一。

当行动的结果不是在同一时刻出现,就需要确定决策者的时间偏爱关系。时间偏爱关系用来评价结果出现在不同时刻的行动的优劣。

所谓目的系统,就是指所追求的所有目的量以及决策者对于行动结果各种特征的偏爱关系。

目的系统必须满足下列要求:

1. 目的系统必须是完全的

一个完全的目的系统要求目的集包括了决策者认为对评价行动是重要的全部目的量。同时,目的系统的完全性也要求决策者对于所有的结果特征都具有偏爱关系,从而使得各个行动能够排列出一个明确的先后次序。

2. 目的量必须是可度量的

目的量必须精确地加以描述,以便日后能够检查它究竟实现到什么程度。

为了找出最优行动,首先必须能够对各个行动实现目的量的程度作出估计。因此,有可度量的目的量是合理决策的必要前提。但是在企业管理的实际工作中往往在决策过程结束之后才把目的量加以精确化。这一方面说明在实际工作中对目的量的可度量性重视不够,另一方面也说明建立可度量的目的量是非常困难的任务。当然,并不是对任何目的量都可以采用数量的形式表达,为解决目的量的可度量性,有必要引入“效用”的概念,这个问题留待第三节讨论。

最后,可度量的目的量又是建立信息系统的前提条件。把目的量规定得精确,才能保证信息系统对准与决策目的量有关的重要事实内容的描述和预测。

当考虑到目的系统不止一个目的量时,表1-3表示的结果矩阵应加以修改。如果我们追求 $z_1, z_2, \dots, z_k$ 等 k 个目的,可得

$$x_{ij} = (x_{ij}^1, x_{ij}^2, \dots, x_{ij}^k)$$

这里, $x_{ij}^l (l=1, 2, \dots, k)$ 代表采取行动 a_i 、出现状态 θ_j 时目的量 z_l 的实现程度。

最后,我们还应考虑结果的时间因素。大家知道,结果的实现时间往往对于行动的评价有决定性的影响,因此,我们必须把 x_{ij} 或 x_{ij}^l 按照预期结果实现的时刻或时期加以差别化,使每一重要的时刻或时期 t_n 有一个与之相对应的结果 x_{ij}^{nl} 。