

01-4/5/4

国家“九五”重点图书出版规划项目

学科现代教育理论书系·数学·

马忠林 主编

数学思维论

任樟辉 著

121/2

首师大
图书馆
藏书章

广西教育出版社



21251156

本书内容提要

本书系统地研究了数学思维的特性、形式、方法、过程、规律等。特别是对数学形象思维的形式化问题,数学直觉思维的实质,数学思维方式的定名、分类和关系,中学数学的重要思维模式及数学思维辩证策略等提出了作者独到的见解,对于指导中学数学的教学和研究有重要意义。

全书立论严谨,并以教学中培养和提高学生的思维能力为中心展开论述,选例典型丰富,内容通俗易懂,可读性强。本书既可作为高校数学教育课程的选修教材,也可作为广大中学数学教师和中学生发展数学思维的指导用书。



任樟辉 1941年生,副教授。浙江师范大学数学系数学教育教研室主任,全国高师数学教育研究会理事、浙江分会副理事长。1962年毕业于浙江师范学院数学系,1972年至1975年在上海外国语学院进修法语,后于1979年至1981年及1984年至1986年两度赴马里共和国任教。近年来,在数学教育有关刊物上已发表论文20余篇,并参加编写数学教育有关著作及教材等4种。

出版说明

这套丛书,从1991年3月出版第一批第一本《数学学习论》算起,至今已有6个年头了。如果从1988年年初开始数学教学理论丛书的组稿活动算起,则有9年之长。如今,数学、物理、化学、语文、外语,五个主要学科的教学理论丛书,已配套成龙,每个学科6本共30本,取名为《学科现代教育理论书系》。洋洋洒洒几千万字,构成了基础学科的基本理论研究,也构成了我社的基本骨干工程和基本的教育理论出版特色。

以近十年的时间建构一整套力求具有中国特色的教育理论丛书,其间的曲折、甘苦,自然一言难尽。但从反映教改成果、服务教学改革来看,又当义不容辞。从建构教育出版社的出版个性、出版文化来考虑,更有深刻意义,有重大价值。在改革开放的新历史时期,出版社靠什么来支撑?靠什么去竞争?靠什么求发展?用什么作奉献?答案可以有很多,对策可以开列不少。但根本的应少不了这么两条:一靠骨干工程,二靠名牌精品。骨干工程是出版社的战略

布局,名牌精品是出版社的灵魂生命。

两者的完善结合,构成了出版社的质量、信誉、知名度和文化品位,它是出版社存在的基础,竞争的手段,持续发展的后劲,文化积累的主体,向人民奉献优秀文化的根本保证。

本着这样的认识,这样的追求,我们出版了这套丛书。当然,还有另外几套别的系列。

我们期待着读者的鉴定。

我们迎接着市场的检验。

我们也渴望着教育界、理论界的支持。

我们将一如既往地努力,千方百计奉献更多的精品,给教育,给民族,给将来。

广西教育出版社

总 序

顾明远

师范院校中有一门必修课,叫做教材教法。它是一门培养教师技能的专业课程。但是历来不受人们所重视。在一些专业学科的教师、专家们的眼里,似乎教材教法不过是剖析中小学的教学大纲和教科书,教会师生如何去上好一堂课,没有什么学术性。他们认为,上好一堂课,保证教学质量的关键主要是有高的学术水平。这是一种误解。但是这种误解不是没有缘由的。原因之一是,这些专家们不懂得,教育既是一门科学,又是一门艺术,只有高深学问,不懂教育规律,没有掌握教育教学的艺术,课就上不好,或者事倍功半。原因之二是,过去的教材教法课确实存在着不少问题,它只分析现有的教材,不对学科、课程以及教育教学的规律进行研究。因此要解决这个问题,除了改变专家们的误解以外,更重要的是研究这门学科的发展,提高学科的理论水平。我认为,师范院校的教材教法不能只分析一门课如何讲授,更重要的是要研究、分析一门科学的发展历史和现状,以及其发展的内在逻辑,结

合学生的认知特点,遵循教育规律,把它组织成一门学科。学科并不等于科学。一门科学要变成学校里的学科,需要经过一番改造。改造的理论就是一门学问,本身也应该是一门学科。这门学科是跨学科的,它既要研究某门学科的科学规律,例如数学教材教法要研究数学教学规律,又要研究教育规律,要把两者有机地结合起来,从这个意义上来讲,教材教法的名称显得落后了。因此把它改为学科教学论或学科教育学是适宜的。

讲到这门学科还有一段历史,不得不讲一讲。我国学位制度建立之初,在教育类门类中就设有教材教法作为二级学科培养研究生,授予学位。但是它的评议因为涉及文理各学科,因此分散在文理各学科评议组中。由于教材教法主要是研究学科教学的理论,文理各学科评议组的专家们认为难以对他们做出评议。这样这门学科的授权问题就处于无人评议状态。1983年在国务院学位委员会召开第二届博士、硕士授权点学科评议组会议期间,我向当时教育学评议组召集人刘佛年教授提出,把教材教法的硕士授权点拿到教育学组来评议,并把名称改为学科教学论,以提高对它的学术要求,从而提高它的学术地位。这个提议得到刘佛年教授的支持和学位委员会的批准,并在以后专业目录调整时把教材教法正式更名为学科教学论。从此学科教学论有了较大的发展。至今全国已有硕士授权点19个,培养了硕士研究生数百名,出版的专著也有几十部。这是十分可喜的现象。

学科名称的更改是十分容易的事,但要把它发展成一门真正的学科并非易事。当时有人提出改为学科教育学,我们认为时机还不成熟,首先要把学科的教学理论研究好。教育学是一个更广泛的概念,它涉及到教育系统内部各个领域,而学科教学主要涉及教育系统中教学方面的理论,即使把这部分研究透彻,成为一门学科也是不容易的。当然,有的学者愿意把它称为学科教育学,如果确已研究成熟,这无疑是对教育科学发展的一个贡献。

把教材教法改造成为学科教学论是一次理论上的飞跃。教材教法过去只是教育学中的一个部分。学科教学论则变成了教育学中的一个重要分支学科。这种飞跃有没有根据,具备不具备条

件呢? 1988年我在为《语文教育学》写序时就说, 已经具备了必要的条件。这是因为: 第一, 近几十年来教学论、课程论、心理学、教育测量学、教育评价学等学科有了新的发展, 它为学科教学论的建立奠定了理论基础; 第二, 我国改革开放以来引进了国外的各种教学理论, 开拓了我们的视野, 启迪了我们的思想; 第三, 我国有一批长期从事教材教法研究的学者, 他们在师范院校有长期的教育实践, 积累了丰富的经验, 并且有较高的理论修养, 这是建立学科教学论的组织基础。应该说, 1978—1988年这门学科的建设是有成绩的, 不仅培养了众多研究生和出版了多部专著, 而且学科体系基本上建立起来了。更为可喜的事是不少专家都在关心这门学科的建设。得到各学科专家的重视是至关重要的, 因为学科教学论这门学科毕竟是跨学科的, 文理各专业学科是它的基础。

近些年来, 许多学者把学科教学论又提高到学科教育学的高度来研究, 这又是一次飞跃。学科教育学不仅要研究学科的教学理论问题, 而且要从教育学的基本原理出发, 从培养人的高度来讨论学科教育的问题。它不仅要揭示学科教学的教学规律, 还要揭示学科教学培养人的规律。学科教育学不仅要讨论该门学科如何设置课程, 如何编制教材, 如何选择教学方法, 如何组织教学, 更重要的是要分析本门学科在培养人的整体工作中的地位和作用, 并从这个角度出发研究课程、教材、教法, 研究它与其他课程的关系, 与学校中其他教育活动的关系等等。

广西教育出版社组织全国学科教育理论工作者和实际工作者编写一套大型丛书《学科现代教育理论书系》, 我认为正是时候。这刚好是十多年来的一次大总结, 大检阅。证明学科教育学这门新兴学科已经在中国大地上成长起来。我当然不可能通览这套丛书, 但是从编辑出版计划中的书目可以看出, 它涉及语文、数学、物理、化学、外语等中学教学计划中的主要学科, 每门学科又分教学论、课程论、学习论、实验论、教育测量与评价等专著, 有的学科还著有教学艺术论及其他更细的内容, 真是丰富多彩。作者群中有老一代的学科教育学专家, 也有年轻一代学者。我认为, 这套丛书的意义, 不仅在于它总结了十多年来我国学科教育学研究

的成果,而且在于它展示了学科教育学发展的广阔前景,在于它锻炼了年轻一代学者。这是从教育理论战线上来讲的。至于对我国教育的实际来讲,这套丛书的出版一定有利于我国广大教师业务水平的提高,有利于教育质量的提高。我预祝出版的成功。

1996 年春节

序

马忠林

中国是数学发祥地之一。远在公元6世纪我国古算家已完成了《算经十书》这样的伟大著作,成为长达近二千年流传着的算学教材,作为我国数学教育(初期)媒介,起着巨大作用,直至清末算学教育也仍以此为鉴。我国早期的数学教育,实际上是来自田园、作坊、家庭,其教学形式不外是父教子、师带徒的个别传授。后来才进而发展为私塾、家馆及学社式的教学,这可称之为数学教育的萌芽时期。这一时期的数学教育,严格地说,只是一种教学行为。因为它并没有明确的教育制度、教学目的,甚至缺乏必要的教学手段等。

18世纪欧洲工业革命以后,西方传教士东来中国,设立教会学校,西算开始输入中国。至本世纪初,我国改学堂为学校,数学也被列入教学课程,开始使用翻译的西书及国人编纂的数学教科书,开始讲究教学方法,教学组织形式也已由个别教育改为班级制的集体教育,这就更有利于大量地培养懂科学和数学的人才。数学教育的这种进步,是可喜的。但仍有其很大局限性,因为人们还不甚了解数学教育的重要性,教学基本上

是注入式的,在这种教育制度下只能培养出死记硬背知识的“书生”。这时期,除教科书外,很少有可供教师和学生阅读、参考的读物。此可谓近代数学教育的特点。

本世纪初期,由于社会、经济、科学技术的不断发展和进步,传统的数学教育已不适应客观的需要,教育改革已提到日程上来了。首先,在本世纪初英国皇家理科大学教授培利(J. Perry)在他的以“数学教育”为题的讲演中,提倡数学的实用性,批判了英国保守的传统教育。继之,德国的克莱茵(F. Klein)、法国的波莱尔(Borel)、美国的穆尔(Moore)等相继响应培利的革新数学教育的倡议,并提出种种改良数学教育方案。后来人们把这次向传统数学教育挑战的改革称为培利—克莱茵运动。此可谓数学教育改革的先声。

更大的数学教育改革运动,是本世纪 60 年代的数学教育现代化运动(新数运动)。其涉及面之广,改革程度之深,是前所未有的。一举突破了传统数学教育的旧框框,企图编写理想的、新的教材,实行新的教学组织形式。改革虽不能说完美成功,但一改过去长期沉寂的数学教育,进行新的尝试与实践,还是难能可贵的。

到本世纪 60 年代,数学教育的重要性已引起世人的瞩目。1969 年国际数学教育委员会(ICMI,成立于 1908 年)恢复了组织,并于同年在里昂(法)召开了战后第一次国际数学教育会议(ICMEI)。并相继在艾克西特(英)、卡尔斯洛赫(西德)、伯克利(美)、阿德里德(澳)、布达佩斯(匈)召开了会议,广泛开展国际交流,研讨数学教育的改革。会议中心议题,通常为“如何适应变革着的社会的数学教育”。正如国际数学教育会议主席、法国南巴黎大学教授卡汉(Kahane)所说:“世界不啻是一个数学教育实验室,ICME 实为一个交流经验基地。”国际数学教育界多年来的交流,成果累累。

建国以来,我国国民经济迅速发展,与此相应,党和政府一贯重视科学、重视教育,数学教育进行了多次改革,中学数学教学大纲已作了 6 次修订,编写了多种教材,研讨教学方法,改革教育制度,教学质量不断提高。

近十年来,我国数学界还开展了频繁的国际数学交流,不但了解了外国的数学教育改革的情况,而且结合我国实际取其长、存其短,对数学教育进行了大力改革。

数学教育界同仁近十年来,在党的领导下,做出了巨大努力,进行了有效的工作,在教育制度、教材、教学方法各方面进行多种实验,有些取得了可喜成果。当前数学教育改革的研究,已深入到理论研究领域。各级研究会及学报、杂志发表了大量很好的研究文章,出版了多种专著,数学教育已初步形成系统化、科学化,能指导数学教学实践的一门科学——数学教育学。从事这门科学的研究队伍规模之大和研究成果之丰,在我国数学教育史上是前所未有的。所以说,我国数学教育研究,进入了一个新时期。

在系统研究我国数学教学的历史和现状之后,我们深感前人在数学教育方面留下来的资料,远远不能适应数学教育与研究之所需。有鉴于此,我们就非常需要加强学科理论基础工程建设。因此,把我国现阶段的一些研究成果分专论汇集起来,把它作为文化财富奉献给吾侪同仁,留给后人,的确是一件有意义的事。毋庸讳言,这套丛书的出版,在我国还是初创。其内容可能不够成熟,但我们希望它在现阶段,能供读者有所参考,得到读者的培植,使它在读者关怀下发挥些微作用。如果读者在阅读中,还能有些收获,则更是作者、编者、出版者深感荣幸和欣慰的。

广西教育出版社,从事业职责出发,付出巨大努力出版这套丛书,这是值得称赞的。

多年来渴望此类教育理论丛书出版,兹当它得以面世之际,赘数言以为序。

前言

本书是作者在近几年来探讨数学思维理论,对数学系学生及函授生多次讲课的基础上,根据本人的论文和所编讲义整理、扩充形成的。

数学思维问题是数学教育的核心问题。随着我国思维科学研究的不断深入以及数学教育改革的向前推进,数学思维论的研究已成为数学教育理论研究中的一个重要课题。目前,国内在这方面的研究已出现了许多有价值的文章,存在的问题是缺乏较为系统的深入研究,并且在有关思维方式、方法的定名、解释和关系方面也仍有混乱不一的情况。因此,作者编写本书的目的是:一方面对数学思维理论作一较为系统的新的探索,另一方面也是为了给中学数学教学的改革提供理论参考。

本书的立论观点是辩证唯物主义认识论的能动反映论。作者力求在这个观点指导下,根据思维科学中的范畴并依据数学科学本身的认识规律来整理、分析和筛选国内外有关数学思维研究方面的成果,用统一的观点形成一个科学的体系。全书既注意了数学思维理论的系统表述,也选用了相当数量的

具有较强思维训练价值的典型例题,来说明这些理论在中学数学教学实践中的具体运用。为了节省篇幅,每一例题后面的“分析”是兼有思维分析和题解简要过程表述两个方面的作用的。

在关于数学思维理论探讨方面,本书对数学中的逻辑思维(左脑)与形象思维(右脑)作了相似与类比的分析;提出了数学表象是数学形象思维的基本元素,并对数学形象思维的基本过程,从数学表象经过数学直感(细分为形象识别直感、模式补形直感、形象相似直感和象质转换直感)形成数学想象作出了形式化的概括和阐释。并在此基础上提出数学直觉(灵感)思维是一种左、右脑的综合协同思维的辩证层次观。

在数学思维模式探讨方面,本书以波利亚的四种数学模式为基础,结合我国数学家的一些著名论点,扩充引申为数学思维的八个模式,即逼近、叠加、变换、映射、方程、交轨、退化、递归。另外,在问题解决方面,本书提出了包括以简驭繁、进退互用、数形迁移、化生为熟、正难则反、倒顺相通、动静转换、分合相辅、引参求变、以美启真等组成的数学思维辩证策略体系。

本书的编写得到了广西教育出版社的关心和支持,对此,作者表示衷心的感谢。本书于1989年7月定稿,1990年由广西教育出版社出版,1994年再次印刷。

由于数学思维论是一门新兴的数学教育课程,更由于自己的水平有限,书中表述的许多新的观点或提法,难免会有错误或不妥,恳请专家与读者提出批评、指正。

任樟辉

1996年12月于浙江师范大学

目 录

总 序	顾明远
序	马忠林
前 言	(1)
绪 论	(1)
第一节 数学思维论的研究内容	(3)
第二节 数学思维论的相对独立性	(4)
第三节 数学思维论与“三论”的关系	(5)
第一章 数学思维的特性	(7)
第一节 什么是思维	(7)
第二节 思维的基本规律	(10)
一 反映同一律	(10)
二 思维相似律	(14)
第三节 数学思维的特性	(16)
一 数学思维的概括性	(17)
二 数学思维的问题性	(17)
三 数学思维的相似性	(21)

第二章 数学思维的结构和形式	(23)
第一节 数学思维的结构	(23)
第二节 数学思维的材料与结果	(29)
第三节 数学思维的基本形式	(37)
一 数学逻辑思维的基本形式	(38)
二 数学形象思维的基本形式	(51)
三 数学直觉思维的基本形式	(78)
第四节 数学思维的个性品质	(93)
一 数学思维的智力品质	(93)
二 数学思维的关联系统	(100)
第三章 数学思维的一般方法	(108)
第一节 观察与实验	(109)
第二节 比较、分类与系统化	(114)
第三节 归纳、演绎与数学归纳法	(116)
第四节 分析与综合	(127)
第五节 抽象与概括	(129)
第六节 一般化与特殊化	(131)
第七节 模型化与具体化	(137)
第八节 类比与映射	(141)
第九节 联想与猜想	(152)
第四章 数学思维方式的辩证运用	(167)
第一节 数学思维方式的意義和分类	(167)
第二节 数学思维方式的辩证运用	(172)
一 集中思维和发散思维	(172)
二 抽象思维和形象思维	(189)
三 分析思维和直觉思维	(192)
第三节 数学创造性思维及其培养	(195)