

王则柯 著



# 经济均衡 理论与算法

科学出版社

# 经济均衡理论与算法

王则柯 著

科学出版社

1994

(京) 新登字 092 号

## 内 容 简 介

本书在概要介绍微观经济学基本理论的基础上，论述有限交换经济的均衡的存在性及计算方法。具有大学一年级高等数学基础的读者，可以读通全书的主要内容。

本书可作为财经、管理专业微观经济学和数理经济学的入门读物，也可供应用数学、计算数学、运筹学等有关专业作为学习非线性问题的单纯算法的参考书。

## 经济均衡理论与算法

王则柯 著

责任编辑 林 鵬

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

三河市科教印刷包装集团印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

\*

1994 年 10 月第 一 版 开本：850 × 1168 1/32

1994 年 10 月第一次印刷 印张：5 3/4

印数：1~2000 字数：130 000

ISBN 7-03-004239-5/O·738

定价：8.80 元

## 前　　言

经济均衡是经济学的一个中心概念。最近一些年来，非均衡、反均衡的论述颇为时髦，但也从另一个方面印证了经济均衡概念的“基准”地位。

在数理经济学中，一般经济均衡理论，一直是活跃的前沿研究的课题。自 1969 年开始颁发经济学诺贝尔奖以来，已经有好几位经济学家，因为在这一领域的建树，成为得到诺贝尔奖桂冠的学者。

经济学提供思考经济问题的方法。在我们看来，经济均衡的模型和理论，比较深刻地揭示了市场力量的基本规律。也许，数理经济学的理论探讨，未必能够马上提供解决实际经济问题的具体方案。但是，科学思考和具体操作之间的路，只能自己去走。毕竟，经济现象和比如说物理这样的现象很不相同，人们面对的环境每次都会有所不同。

本书的主题，是有限纯交换经济模型的均衡的存在性问题。有限，指的是经济主体人的数目和商品的数目都有限。纯交换，说的是暂时未把生产考虑进去，只从商品交易的角度建立模型。这里关于存在性的讨论是构造性的，即在一定的条件下，把均衡具体找出来，说明均衡的存在。具体寻找均衡的方法，就是一种计算方法。有趣的是，经济学家发明的这种计算方法，甚至帮助数学家解决了数学计算中一直令他们头痛的大问题，有些是被誉为高度非线性问题数值解的有效方法。

具体来说，本书的第二章论述的方法，适用于在比较特殊的环境下，经济主体人的最优决策是唯一的情况；第三章论述的方法，则可用于在一般环境下，主体人可以有若干个都是较

优的决策的比较复杂一点的情形。方法的完整论证，需要一些拓扑学和凸分析的概念，但是学会这些方法本身，却只需要线性代数的知识。

本书的第一章，是微观经济学基本理论的概要介绍。设置这样一章，首先是因为微观经济学是数理经济学的前置课程，数理经济学是微观经济学的自然伸延。如果没有微观经济学的必要准备，面对数理经济学的一些论述，就可能感觉枯燥。其次，我们也希望借此机会，向国内对于微观经济学或者说价格理论感兴趣的读者，提供一个简明准确的介绍。问题不在于用了多深的数学理论，而在于用好所掌握的那一点数学方法，揭示尽可能深刻的道理。

除了论述系统的设计之外，我们自己的工作，集中在第二章的特殊剖分及其算法，和第三章的普适算法及其几何论证。第二章的  $J_4$  剖分，本应是前人已有的成果的逻辑要求，但是在此前却一直没有人去把它完成。现在我们做了，并且在此基础上建立了方便的算法，说明这是一件有意义的工作。当然，这一工作的全部价值，还有待时间来判定。第三章关于向量标号单纯算法道路的二维结构的论述，是近年来在国内外刊物发表的结果的新的整理。我们论证了相应算法的无例外成立的可行性，说明以前学者祈求的正则性假设和小扰动技巧可以退出舞台。在 1991 年访问美国耶鲁大学考尔斯经济学研究委员会的时候，经济均衡的单纯算法的创始人斯卡夫教授曾经很有兴致地和笔者讨论了这一结果，坦言在此之前他还一直认为非得借助正则性假设和小扰动技巧不行。

本书在中山大学高等学术研究中心基金会、国家教委博士学科点专项基金和国家自然科学基金资助项目的基础上写成。本书的出版，得到科学出版社的支持和美国岭南基金会的部分资助。史树中教授的著述、和高堂安同志的讨论，使笔者得到

许多教益。Soo-Hong Chew, Gregory C.Chow, 党创寅, 堵丁柱, B.Curtis Eaves, 高峰, Cheng Hsiao, 林鹏, Herbert Scarf, A.J.J. Talman, 王毓云, 庄德铭, 郑权和其他许多朋友的谈话和通信, 给作者很多启发和鼓励。借此机会, 笔者向以上提到的所有机构和朋友, 表示最诚挚的谢意。

笔者水平有限, 学识陋浅, 虽兢兢业业写作, 仍难免疏漏冷生。恳望方家和读者不吝指正。

王则柯谨识,  
癸酉仲夏于广州康乐园

# 目 录

<b>一 微观经济学基础</b> .....	( 1 )
1-1 引言 .....	( 1 )
1-2 供求分析和边际分析 .....	( 5 )
1-3 偏好与效用 .....	( 20 )
1-4 消费者最优决策 .....	( 31 )
1-5 需求弹性和市场剩余 .....	( 42 )
1-6 生产者最优决策 .....	( 47 )
1-7 交易互利的艾奇渥斯分析 .....	( 56 )
 <b>二 有限纯交换情形的经济均衡</b> .....	( 67 )
2-1 从偏好到效用 .....	( 67 )
2-2 有限纯交换经济 .....	( 74 )
2-3 空间的单纯剖分 .....	( 82 )
2-4 渐细单纯剖分 .....	( 90 )
2-5 标准单纯形的单纯剖分 .....	( 95 )
2-6 均衡价格的整数标号算法 .....	( 106 )
2-7 算法的收敛性 .....	( 113 )
 <b>三 集值映照和向量标号算法</b> .....	( 118 )
3-1 经济讨论中的集值映照 .....	( 118 )
3-2 从整数标号到向量标号 .....	( 123 )
3-3 同伦不动点集的困难 .....	( 129 )
3-4 完备单形 .....	( 136 )
3-5 算法道路的几何结构 .....	( 144 )

- 3-6 代数讨论 ..... ( 147 )  
3-7 普适算法 ..... ( 155 )

**参考文献** ..... ( 165 )

**名词索引** ..... ( 168 )

# 一、微观经济学基础

微观经济学是数理经济学的必要准备，数理经济学是微观经济学的自然伸延。这一章，我们简要地叙述微观经济学的有关基本内容，为本书的主题提供铺垫。

## 1-1 引言

在经济学的讨论中，人们逐渐认识到，资源稀缺 (scarcity)，或者说资源不足，是所有经济学问题的根源。因此可以说，现代经济学是研究 (稀缺) 资源的最优配置 (optimum allocation of resources)。经济学是一门社会科学。值得注意的是，与我国传统的教育观念不同，现代经济学的教学或基础训练，日益体现理科的风格。读者将在本书的第一章就体会到这一点。

对于经济学究竟算不算一门科学，的确存在着广泛的怀疑。常常听人说，经济学家只会跟在政治家后面做文章。回顾几十年的历史，这话并非没有道理。但是，情况已经开始发生变化。在邓小平同志建设有中国特色的社会主义的思想的指导下，党的十四大确定我们要建立社会主义市场经济新体系。这首先归功于改革开放的伟大实践，同时我们不可忽略“市场学派”经济学家的努力。经济学家的讨论和探索，已经开始表现出很高的科学价值。

另一种批评则更加具体，比如这么说：如果经济学是科学，

为什么经济学家不能准确预报股市风暴和经济危机？对此，我们可以拿经济学和生理学作一个比较。没有人会怀疑生理学是科学。其实，生理学和经济学一样，它们既是科学，又远未达到完美的地步。一方面，人的机体是按照生理学揭示的原理运行的，另一方面，没有一个生理学家企图预告一次具体的心肌梗阻发作。生理学是在理想的条件下阐述人体运行的各个方面。尽管理想条件与实际情形通常总有很大的距离，但是生理学作为一门科学在培养医生时所起的作用，却毋容置疑。经济现象和生理现象一样，是人类所面临的最复杂的现象，它们与相对而言要单纯得多的物理天文现象，真有天壤之别。这是不同范畴的现象之间的固有的和本质的差别。所以，没有理由要求经济学家像天文学家预报日蚀月蚀那样精确地预言一个国家的经济前景。何况，经济现象作为一种历史现象，往往受社会政治因素、民族历史因素、意识形态因素的影响比受经济因素本身的影响更大，其中总有一些因素超出经济科学的分析能力。当然，指出这一情况，并不导向低估经济分析的意义和价值。

还有一种疑问源自经济学家之间经常有意见分歧的事实。人们说，如果面对一个经济问题，五个经济学家可能前后提出七种不同的意见，叫人如何相信经济学是一门科学？经济学家之间对于经济问题的意见分歧，的确比物理学家对于物理问题的意见分歧大得多。这一方面是因为经济学作为一门科学还不成熟，还处于它的“初级阶段”，但是另一方面我们要指出，分歧更多的是来自所谓规范经济学范畴的道德规范和价值判断问题。这是更重要的原因。

面对社会和公众，经济学家大体上要回答两类问题，一是经济是如何运行的，会变得怎么样，二是这样好不好，经济应该如何运行才更好。相应地，经济理论也逐步分为两个部分，即研究经济“是怎样”和“会怎样”的实证经济学 (positive economics)

和研究经济“应该怎样”的规范经济学 (normative economics)。它们既互相联系，又有明确的界分。比方说，应该把效率放在第一位还是把平等放在第一位，就是一个牵涉道德价值判断的规范经济学的问题。

如果细致辨识经济学家之间对经济问题的分歧意见，就可以发现，对于像提高关税会不会减少进口和制定最低工资法会不会增加失业这样一类实证经济学的问题，经济学家之间的分歧还是比较小的，分歧大部分出自是否应该提高关税和是否应该制定最低工资法这样的规范经济学问题。总体上说，微观经济学和数理经济学只研究实证经济学的问题。面对这类经济问题，经济学家都会作出大体一致的分析。微观经济学之成为现代经济学训练的第一个阶梯，缺乏微观经济学的基础就休想进入现代经济学的天地，道理就在这里。

读者想必听到过“看不见的手”或“无形的手”的说法。英国古典经济学家亚当·斯密 (Adam Smith, 1723-1790) 在他的名著《国富论》(国民财富的性质和原因的研究) 中写道：

每个人都在力图运用他的资本，来使其生产品得到最大的价值。一般地说，他并不企图增进公共福利，也不知道他所增进的福利是多少。他所追求的仅仅是他个人的安乐，仅仅是他个人的利益。但是，在他这样做时，有一只看不见的手引导他去促进一种目标，而这种目标决不是他本意追求的东西。这样，由于追求他自己的利益，他经常促进了社会利益，其效果比他真正想促进社会利益时所能产生的效果还要大。

用现代经济学的语言，斯密的“看不见的手”，就是市场机制。斯密说的是，市场机制引导追求自身利益的人们促进着社会的利益。微观经济学 (microeconomics) 研究市场机制怎样发挥作用，为什么能够发挥作用，而在宏观经济学 (macroeconomics)，

我们考察为什么有时候市场机制这只“看不见的手”的运作不能令人满意，应当如何补救。

具体来说，微观经济学讨论经济主体人的理性行为和他们之间的市场交易。

经济学中的经济主体人(agents)主要有三类，那就是：个人或家庭，厂商或企业，还有政府。或者再加上这三类的适当组合。为讨论方便起见，经济学假定经济主体人，特别是个人和厂商，只关心和追求自身的利益。经济主体人之间的市场关系是相互的和自愿的，这是和政治关系很不一样的地方。经济主体人通过市场来进行自愿的交易。如果说以生产和销售为主要活动的厂商的利益可以用利润达到最大来描述的话，那么作为消费者的个人或家庭的消费偏好，即口味、风尚、愿望，却可以千差万别。因此，为了我们的讨论能够有意义地进行，需要添加偏好稳定的假设。这应该是十分自然的。试想，如果你感觉经济决策能力不强而委托他人做决策咨询，你最初表达的消费愿望以买一架钢琴为大项，等到别人按照这一目标向你提出建议时你却表示最要紧是安排一次到天山的旅行，那么先前的咨询工作很可能就前功尽弃。是的，经济思考和经济分析要向动态的方向发展。但是如果基础的静态分析都做不好，动态的讨论就无从谈起。

在一些著作中，经济主体人也称为经济行为人。

前面说了，微观经济学讨论经济主体人的理性行为。例如，它讨论厂商的利润最大化行为，把利润放在中心的位置。值得注意的是，经济学假定经济主体人(主要是个人和厂商)只关心和追求自身的利益，并不等于经济学认为人们都自私自利。问题在于这样假定有助于简化讨论，使经济学讨论中的抽象的经济主体人的目标(例如利润)清晰。这种抽象的经济主体人，并不等于你所认识的某位主妇或你所熟悉的某位经理。如果你对

这样的假定还是感到不大痛快，那么尝试从另外的角度思考，也许会有帮助。一方面，即使假定人们只关心和追求自身的利益，现代经济学所阐明的规律也促使人们增进社会的福利，这应能视为市场经济的“魅力”；另一方面，认识实际生活中人们并不都只顾私利的事实，蕴涵人类社会比经济学所揭示的会更美好的可能性。在这一点上，我们宁愿不同意亚当·斯密关于“其效果比他真正想促进社会利益时所能产生的效果还要大”的断言。

前面说了，经济主体人之间的市场关系是相互的和自愿的。要做到这一点，产权 (property rights) 明晰和产权保障是基本的前提。这自然超出本书的范围，但我们还是要强调指出，市场经济必须是法制经济。

三类经济主体人具有不同的特征。在经济学中，只有个人或家庭以消费为主要行为，虽然他们常常也是提供资源服务的单位。厂商或企业则以生产销售为主要活动。所以，为术语的方便，在本书的讨论中，前两类经济主体人将分别称为消费者和生产者，虽然我们知道消费者不光是消费，生产者更是当然要从事销售活动。这样，三类经济主体人又可以概括为消费者、生产者、和政府。这种概括更便于进行经济学的讨论。

政府和厂商都是人为的集团，它们的区别在于，政府不应该为个人所有，政府有权按照一定的程序取得个人和厂商的财产，有权按政治方式决定生产和分配，特别是政府处于为整个经济的运行确立框架或制度的位置。

## 1-2 供求分析和边际分析

前面说过，微观经济学讨论经济主体人的理性行为和他们

之间的市场交易。

微观经济学讲究特定市场的均衡 (equilibrium) 状态。就特定商品的特定市场而言，所谓均衡，就是供给和需求达到均衡的状态，或者说供给量和需求量相等的状态。

均衡是对市场的刻划。而消费者和生产者所做的，是追求自身利益的所谓最优化 (optimization) 过程。

与此相对应，初级微观经济学的分析手段，主要是两种：供求分析 (supply-demand analysis) 和边际分析 (marginal analysis)。

### 1-2-1 供求分析

考虑某种商品（比如砂糖）的一个市场。如果以横轴  $Q$  表示商品的供给量和商品的需求量，纵轴  $P$  表示商品的价格，那么我们按照价格是多少时供给量将是多少可以描出该市场这种商品的供给曲线，按照价格是多少时需求量将是多少可以描出该市场这种商品的需求曲线。典型的供给曲线是一条上升的即正斜率的曲线，典型的需求曲线是一条下降的即负斜率的曲线。供给曲线一般用  $S$  表示，需求曲线一般用  $D$  表示。

以上关于供给曲线和需求曲线的斜率或走向的刻划，有深刻的背景，将留待后续的讨论来展开。但是即便在现在，我们也可以约略体会它应该是非常自然的：当一种商品的价格上升时，消费者对这种商品的需求量会受到抑制，从而对这种商品的购买量就下降；相反，生产者对这种商品的生产销售会受到鼓励，从而对这种商品的供给量就上升。价格下降的影响则正好相反。

一升一降的两条曲线通常有一个交点，把它记作  $E$ 。我们将说明，这个交点就是均衡之所在。

设  $E$  点的横坐标是  $Q^*$ ，纵坐标是  $P^*$ 。那么， $P^*$  就是均

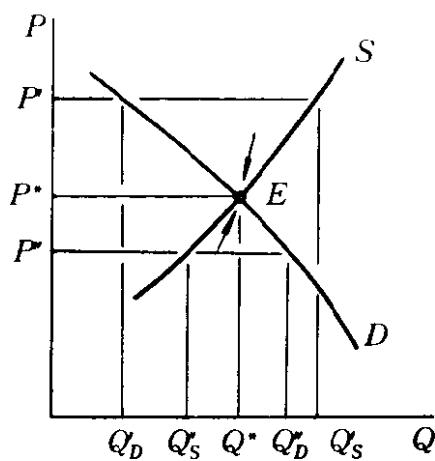


图 1-1

衡价格。这是因为，如果商品的价格  $P' > P^*$ ，需求量将由  $Q^*$  减小到  $Q'_D$ ，而供给量将由  $Q^*$  增大到  $Q'_S$ ，这就会造成供大于求，其过剩量为  $Q'_S - Q'_D$ 。由于供大于求，市场压力将迫使商品的价格下降。只要  $P' > P^*$ ，这种压力就一直存在。同样，如果商品的价格  $P'' < P^*$ ，供给量将由  $Q^*$  减小到  $Q''_S$ ，而需求量将由  $Q^*$  增大到  $Q''_D$ ，造成供不应求，其短缺量为  $Q''_D - Q''_S$ 。由于供不应求，市场压力将迫使商品的价格上升。只要  $P'' < P^*$ ，这种压力就一直存在。供大于求的商品价格下降，供不应求的商品价格上升。市场力量的这种作用的结果，就使商品的市场价格趋于  $P^*$ 。所以我们说， $P^*$  是均衡价格。

根据上述分析，也就可以知道， $Q^*$  应该是均衡状态时该商品的市场交易量。

历史地看，对于一种特定的商品，市场的需求和市场的供给是会变化的。这里所谓历史，可以是几年直至几十年或几百年，也可以是几个月几天甚至更短的时间。这种变化，可以是消费习惯、原料来源、技术水平或政治法律的变化的结果，也可以是相关商品的供销情况或居民收入水平变化的结果。

需求和供给的变化，除了反映在曲线形状的变化上以外，

最主要地表现为需求曲线和供给曲线向左或向右的移动。需求曲线向左移动，表示需求收缩；相反，向右移动，表示需求膨胀。同样，供给曲线向左移动，表示供给收缩；供给曲线向右移动，表示供给膨胀。

现在，再回到图 1-1。读者如果从图上能清晰地做出需求膨胀则价格上升，供给膨胀则价格下降的动态的推论，就说明对上述供求分析掌握得比较好。如果读者具有现实社会经济生活的经验，就知道所得的结论符合市场经济条件下商品价格运动的规律。需求收缩或供给收缩的效应，可以完全类似地进行。

上面谈了“需求膨胀则价格上升”。可能有读者问，如果供给也在膨胀，能够说需求膨胀一定会导致价格上升吗？的确，基于前面的讨论，我们知道（一）需求膨胀而供给收缩一定会导致价格上涨，（二）需求收缩而供给膨胀一定会导致价格下跌，但是（三）需求和供给同时收缩的价格效应，（四）需求和供给同时膨胀的价格效应，却需要具体情况具体分析，不像前面两种情形那样不必具体分析就可预知结论。所以，上面的问题就是，既然第（四）种情形也属于“需求膨胀”的情况，我们还可以一般地说“需求膨胀则价格上升”吗？

这里，我们需要明确现代经济学讨论的一个重要原则：当分析某一个因素的变化之效应或后果时，没有提到的因素都假定保持不变。倘若没有这样的约定，就很难想像任何有意义的科学分析。所以，英国著名的《帕格雷夫 (Palgrave) 经济学大词典》中，特别有一个条目，题为 *ceteris paribus* (惯用拉丁文，据英汉词典，意即“假使其余情况均相同”)，结合若干例子，评述“假设其余条件不变”这个原则。至此我们知道，虽然“需求和供给同时膨胀”的复杂情形也包括在“需求膨胀”的情况之中，我们还是可以一般地说“需求膨胀则价格上升”。

这里顺便说一下，本书中括号附列西文原文的术语，大部

分可以在上述《帕格雷夫经济学大词典》中找到相应的条目。

下面是供求分析的两个例题。为集注于分析方法，两个例子都假定线性的需求曲线和供给曲线，即曲线给出的价格与需求量和供给量之间的关系都是线性关系。

例 1-2-1 设某商品的需求曲线由方程

$$P = A - BQ$$

给出，而供给曲线的方程为

$$P = C + DQ,$$

这里  $A, B, C, D$  都是正的常数。于是，由上述两个方程组成的二元一次方程组的解，给出均衡为

$$Q^* = (A - C)/(B + D),$$

$$P^* = (AD + BC)/(B + D),$$

即：  $P^*$  为均衡价格，  $Q^*$  为当商品的市场价格为均衡价格时的商品交易量。

现在，如果开放该商品的进口以增加供给，进口部分的供给曲线为  $P = F + GQ$ ，其中  $F, G$  仍为正常数，问新的均衡如何？这里，关键是如何合成原来的国内供给和新增的进口供给，以及面对该商品的市场需求。如果算出总的供给曲线为

$$P = (C + F) + (D + G)Q,$$

那就错了。因为对于供给曲线和需求曲线来说，纵轴  $P$  是自变量，横轴  $Q$  是因变量，这与数学课本的通常习惯很不相同。明白了这一点，就知道应该先把原来的国内供给变形为

$$Q = (P - C)/D,$$